

УДК 621.396.551.553

В.Н. Ткаченко¹, Р.И. Мануйленко¹, Т.С. Хашан¹, Р.Л. Пантеев²¹ИПММ НАН Украины, Донецк²Публичное акционерное общество "ТОПАЗ", Донецк

ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКА РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ КОМПЛЕКСАМИ ПАССИВНОЙ РАДИОЛОКАЦИИ

В статье предложена математическая пространственно-временная модель объектов комплекса и источника радиоизлучения (ИРИ). На основе параметризации и линейного преобразования системы координат представление связей между объектами сокращено с трех до двух гиперболических уравнений системы. В результате сократилось количество итераций и количество вычислений в одной итерации методом Ньютона при вычислении координат ИРИ. В качестве модели Земли используется эллипсоид. Координаты станций рассчитываются с учетом дополнительного параметра – значений высот станций наблюдений над нулевым уровнем.

Ключевые слова: пассивная пеленгация ИРИ, метод Ньютона, гиперболоид, понижение размерности матрицы

Вступ

Актуальность. Задача определения координат источника радиоизлучения (ИРИ) в комплексах пассивной локации является основной и наиболее трудоемкой вычислительной процедурой. Качество ее реализации в вычислительном блоке станций определяет эффективность функционирования комплекса в целом. Совершенствование вычислительного процесса определения координат ИРИ по ряду критериев таких, как надежность получения приемлемого результата в условиях реального времени, скорость сходимости алгоритмов, время, затрачиваемое на получение, и точность результата, является важной задачей при проектировании эффективных средств пассивной локации.

Анализ проблемы. Обнаружение ИРИ может производиться по двум типам известных методов – амплитудно-угломерный и разностно-дальномерный методы определения местоположения [1 – 4]. Последний считается наиболее оптимальным при решении задач данного типа.

Определение координат ИРИ разностно-дальномерным методом основано на решении системы гиперболических уравнений на центральном приемном пункте. Для n пунктов наблюдения (одна из них базовая станция приема) и единичного измерения строится система $(n-1)$ нелинейных уравнений. В данном случае система математических уравнений, выражающая связи величин временных задержек поступления сигналов на станции комплекса методом пассивной пеленгации, складывается из множества неизвестных при минимальном количестве известных параметров. Причем, система уравнения должны быть хорошо обусловленной, то есть обеспечить устойчивость решений к погрешности измерений параметров.

В явном виде решить такую систему не представляется возможным, в связи с чем системы нелинейных уравнений решают приближенными итерационными методами [5, 6]. Наиболее распространенным методом решения подобных систем является метод Ньютона. Одной из проблем, возникающих при решении систем уравнений методом Ньютона, является обеспечение приемлемой скорости сходимости метода.

Целью данной работы является построение математической модели пространственно-временной ситуации, в которой решается задача определения координат ИРИ, а также совершенствование собственно вычислительного процесса определения координат ИРИ, направленное на сокращение объема вычислений методом Ньютона.

Основная часть

Постановка задачи и построение модели

Разрабатываемые пассивные системы ИРИ [4] предназначены для идентификации ИРИ, координат и параметров их движения. В общем случае принцип действия таких систем на основе разностно-дальномерного метода может базироваться на использовании четырех принимающих станций: L_1 , L_2 , L_3 , и C (рис. 1), где C – базовая станция.

Исходными данными являются координаты станций наблюдения широта и долгота (sh_i , dl_i), скорость света c , время прохождения сигнала от объекта до станций наблюдения (τ_i), где i – номер станции наблюдения. Земля является эллипсоидом, поэтому при вычислениях будем использовать тот факт, что расстояние от ее центра до нулевого уровня зависит от широты, кроме этого мы будем использовать дополнительный параметр – значение высот станций наблюдений над нулевым уровнем (рис.2).

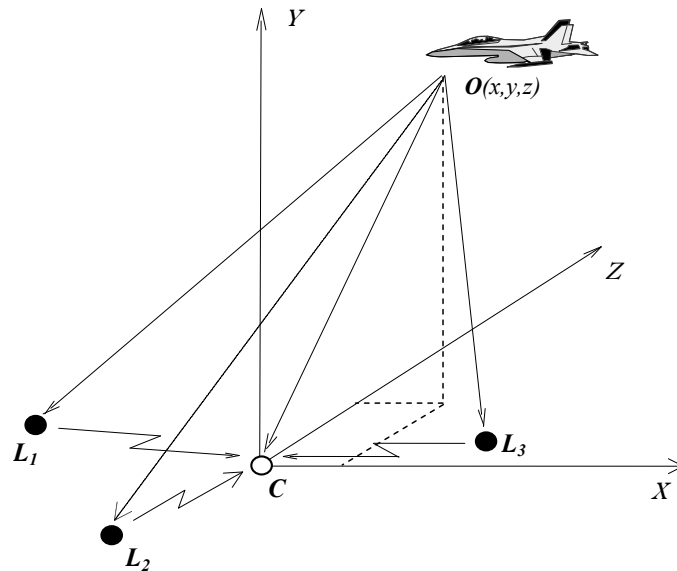


Рис.1. Принцип действия пассивной системы определения координат положения ИРИ



Рис. 2. Высота над нулевым уровнем

При вычислениях сферические координаты преобразуются в декартовые. Определяется время задержки сигнала по известным координатам станций и задается время получения сигнала от принимающей станции к базовой τ_1, τ_2, τ_3 .

Координаты станций выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} x_i &= (a + h_i) \cos(\text{sh}_i) \cos(\text{dl}_i); \\ y_i &= (a + h_i) \cos(\text{sh}_i) \sin(\text{dl}_i); \\ z_i &= (b + h_i) \sin(\text{sh}_i), \end{aligned} \quad (1)$$

где a и b – большая и малая полуоси эллипсоида;

h_i – высота i -ой станции наблюдения над нулевым уровнем.

Далее параллельным переносом начало координат перемещаем в точку C .

Определяется время задержки сигнала по известным координатам станций и задается время получения сигнала τ_i :

$$\tau_i = \frac{1}{c} \cdot (\overline{OL_i} + \overline{CL_i} - \overline{OC}), \quad (2)$$

где τ_i – задержки времени прихода i -го сигнала ИРИ на станцию C от станций L_i , OL_i – расстояния между ИРИ и станциями, CL_i – расстояния между станциями

и центром, OC – расстояние между ИРИ и центром.

Соотношения (2) связывают времена прихода сигнала ИРИ с расстояниями между станциями L_i и центральной станцией C , с расстояниями между всеми станциями и ИРИ, а также со скоростью c распространения сигнала ИРИ в атмосфере.

Выразив соотношения (2) в системе координат положения станций и ИРИ, получим систему нелинейных уравнений, в которой известны все величины кроме координат положения ИРИ $\vec{s} = (x, y, z)$:

$$\begin{aligned} F_i(\vec{s}) &= \frac{1}{c} \cdot \left(\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} + \right. \\ &\quad \left. + D_i - \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) - \tau_i = 0, \quad (3) \\ D_i &= CL_i, \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Определим границы интервала для параметра времени задержки τ_i (рис.3 – а и б). Если объект, базовая (C) и одна из принимающих станций L_i находятся на одной прямой, причем эта станция располагается между базовой и объектом, то сигнал от ИРИ поступает на базовую через принимающую. Время задержки, таким образом, равно нулю (рис. 3 – а). Если базовая станция находится на одной прямой между принимающей и источником излучения, то сигнал поступает на базовую станцию, потом на принимающую и возвращается на базовую. Таким образом, время задержки сигнала $\tau_i = \frac{2D_i}{c}$ (рис.3, б).

Если источник не находится на одной прямой со станциями C и L_i , то согласно неравенству треугольника время задержки находится в следующих пределах:

$$0 < \tau_i < \frac{2D_i}{c}.$$

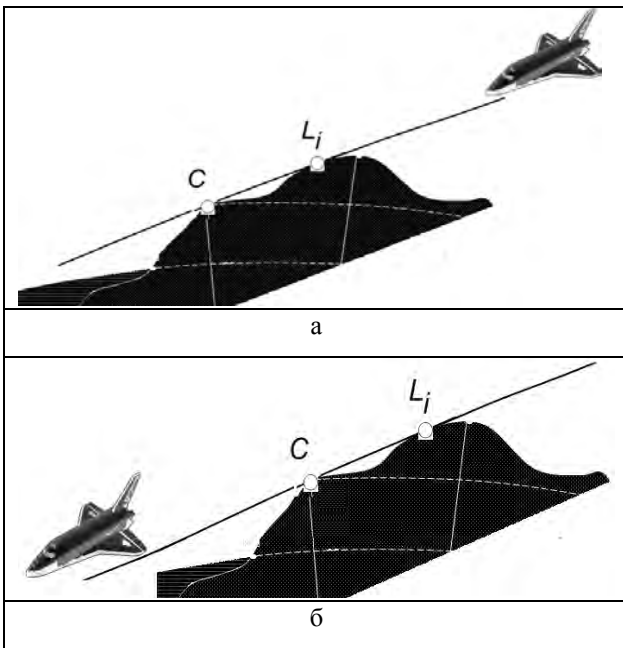


Рис. 3. Объект, принимающая и базовая станции на одной прямой

Уравнения (3) определяют геометрическое место точек, разность расстояний от которых до данных фокусов равно некоторой величине $2r$. В трехмерном пространстве эта поверхность называется гиперboloид. Уравнение гиперboloида можно записать в более простом виде, если фокусы лежат на одной координатной оси. С помощью преобразования поворота можно решать задачу в новой системе координат.

Для определенности примем в качестве фокусов базовую и принимающую станции – C и L_2 , при этом расположим фокус L_2 на оси y (рис.4). В этом случае координаты фокусов будут $(0;0;0)$ и $(0;D_2;0)$, соответственно. Можно выбрать любую другую принимающую станцию и любую координатную ось, решение будет выполнено аналогично. Уравнение гиперboloида в новой системе координат имеет вид:

$$\frac{\left(y_p - \frac{D_2}{2}\right)^2}{r^2} - \frac{x_p^2}{q^2} - \frac{z_p^2}{q^2} = 1 \quad (4)$$

где $q = \sqrt{\frac{D_2^2}{4} - r^2}$.

Нижний индекс p означает координаты, полученные путем преобразования исходной системы координат.

Чтобы привести уравнение гиперboloида к каноническому виду (4), выполним поворот системы координат. Любое вращение в трехмерном пространстве может быть представлено как композиция поворотов вокруг осей декартовых координат.

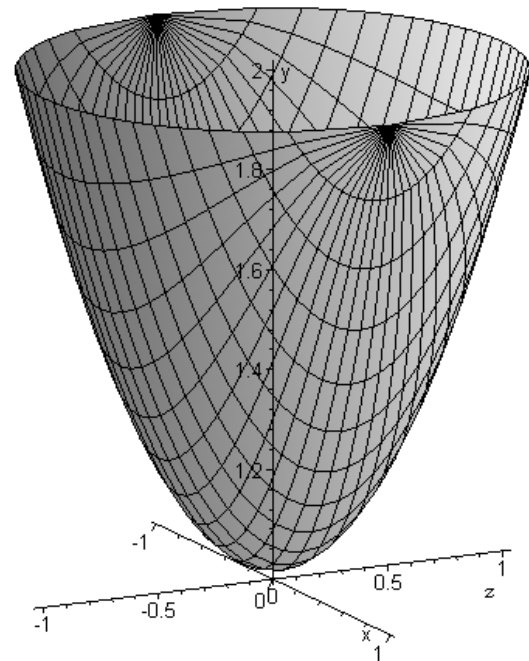


Рис. 4. Гиперboloид, соответствующий уравнению $F_2 = 0$

Данное преобразование является комбинацией поворотов вокруг оси y на угол ϕ_1 и вокруг оси z на угол ϕ_2 .

Расстояние между точками при таком преобразовании остается неизменным.

Углы находятся из соотношений:

$$\begin{cases} \phi_1 = -\arctg \frac{z_2}{x_2}; \\ \phi_2 = -\arctg \frac{\sqrt{z_2^2 + x_2^2}}{y_2}. \end{cases} \quad (5)$$

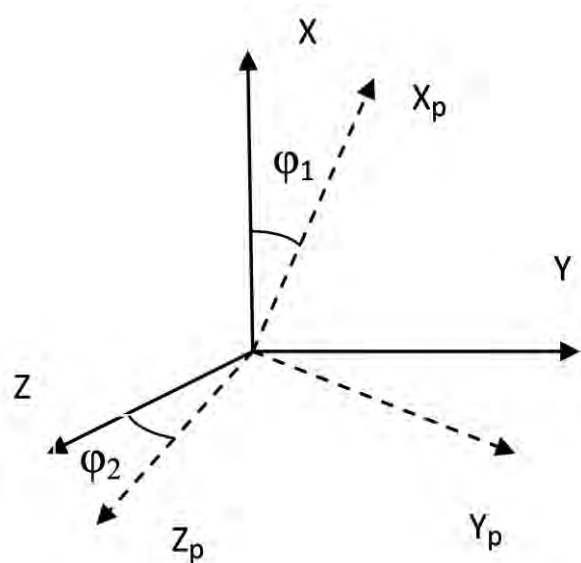


Рис. 5. Поворот системы координат

Матрица поворота имеет следующий вид:

$$P^+ = \begin{pmatrix} \cos \phi_2 \cos \phi_1 & -\sin \phi_2 & -\cos \phi_2 \sin \phi_1 \\ \sin \phi_2 \cos \phi_1 & \cos \phi_2 & -\sin \phi_2 \sin \phi_1 \\ \sin \phi_1 & 0 & \cos \phi_1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Обратная матрица:

$$P^- = \begin{pmatrix} \cos \phi_2 \cos \phi_1 & \sin \phi_2 \cos \phi_1 & \sin \phi_1 \\ -\sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 \\ -\cos \phi_2 \sin \phi_1 & -\sin \phi_2 \sin \phi_1 & \cos \phi_1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Гиперboloид (4) можно записать в виде:

$$\begin{cases} x_p = q \operatorname{sh} t \cos \phi \\ y_p = \frac{D_2}{2} + r \operatorname{sgn}(D_2 - \tau_2 \cdot c) \operatorname{ch} t \\ z_p = q \operatorname{sh} t \sin \phi \end{cases} \quad (8)$$

Таким образом, три координаты выражаются через два параметра гиперboloида: угол окружности ϕ и параметр высоты фигуры t . При такой парамет-

ризации (8) второе уравнение заданной системы (2) удовлетворяется тождественно.

Как известно, асимптотами гипербола являются прямые.

Каноническая поверхность, образованная вращением асимптоты вокруг вещественной оси, называется асимптотическим конусом двуполостного гиперboloида. Угол наклона β асимптотического конуса определяется как $\beta = 2 \operatorname{arccctg} \frac{r}{q}$.

Угол наклона конуса позволяет с достаточной точностью определить под каким углом к линии между базовой и принимающей станциями находится объект.

При повороте системы координат второе уравнение системы (3) примет вид (4). И при параметризации (8) оно удовлетворится тождественно.

Следовательно, система уравнений сводится к двум уравнениям с двумя неизвестными:

$$F_1 = \frac{1}{c} \cdot \left((q \operatorname{sh} t \cos \phi - x_{1p})^2 + \left(\frac{D_2}{2} + r \operatorname{sgn}(D_2 - \tau_2 \cdot c) \operatorname{ch} t - y_{1p} \right)^2 + (q \operatorname{sh} t \sin \phi - z_{1p})^2 \right)^{1/2} + D_1 - \left((q \operatorname{sh} t \cos \phi)^2 + \left(\frac{D_2}{2} + r \operatorname{sgn}(D_2 - \tau_2 \cdot c) \operatorname{ch} t \right)^2 + (q \operatorname{sh} t \sin \phi)^2 \right)^{1/2} - \tau_1 = 0; \quad (9)$$

$$F_3 = \frac{1}{c} \cdot \left((q \operatorname{sh} t \cos \phi - x_{3p})^2 + \left(\frac{D_2}{2} + r \operatorname{sgn}(D_2 - \tau_2 \cdot c) \operatorname{ch} t - y_{3p} \right)^2 + (q \operatorname{sh} t \sin \phi - z_{3p})^2 \right)^{1/2} + D_3 - \left((q \operatorname{sh} t \cos \phi)^2 + \left(\frac{D_2}{2} + r \operatorname{sgn}(D_2 - \tau_2 \cdot c) \operatorname{ch} t \right)^2 + (q \operatorname{sh} t \sin \phi)^2 \right)^{1/2} - \tau_3.$$

Система (9) решается методом Ньютона [3]. Для общего случая

$$\begin{cases} F_1(t, \phi) = 0 \\ F_3(t, \phi) = 0 \end{cases}$$

выбирается начальное приближение (t_0, ϕ_0) . Далее строится матрица производных

$$L = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial t} & \frac{\partial F_1}{\partial \phi} \\ \frac{\partial F_3}{\partial t} & \frac{\partial F_3}{\partial \phi} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Следующее значение переменных t и ϕ определяется из рекуррентного матричного соотношения:

$$\begin{pmatrix} t_{n+1} \\ \phi_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_n \\ \phi_n \end{pmatrix} - L^{-1} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix},$$

где L^{-1} – обратная матрица.

Находятся параметры t и ϕ , затем с помощью

представления (8) и (6) определяются координаты объекта в новой системе координат. Умножив матрицу P^- на полученный вектор, получим ответ: координаты положения объекта в исходной системе координат.

Сравнительный анализ

В табл. 1 приведены исходные данные для станций наблюдений, широта и долгота преобразовываются согласно формуле (1) в координаты декартовой системы.

По заданным временам задержки относительно базовой станции определялись декартовы координаты объекта. Решение осуществлялось в пакете программ Maple двумя способами.

В первом способе система гиперболических уравнений (3) решалась напрямую методом Ньютона.

Во втором способе использовалась параметризация гиперboloида. Результаты вычислений сведены в табл. 2.

Таблиця 1

Координати станцій

Станція	C	L1	L2	L3
sh_i , град	47,6984	47,5826	47,88136	47,5875
dl_i , град	37,6816	37,8779	37,74955	37,5202
$h_{i,m}$	80	175	230	160
x, м	0	-1408,9	-14933,0	14653,8
y, м	0	17497,9	-5166,95	-3967,4
z, м	0	-8572,3	13714,22	-8214,2

Таблиця 2

Результати вичислень

	1	2	3	4
τ_1	41,445	45,992	36,198	72,033
τ_2	123,40	124,777	118,681	120,382
τ_3	34,634	35,305	28,373	9,5007
x	50000	40000	400000	30000
y	40000	30000	300000	100000
z	1000	800	21800	2800
Ітерації 1 способ	18	17	14	32
Ітерації 2 способ	18	27	22	30

Висновки

Предложена математическая пространственно-временная модель объектов комплекса и ИРИ. Модель более адекватна реальной ситуации, в которой решается задача определения координат ИРИ. Линейным преобразованием системы координат представление связей между объектами удалось сокра-

тить с трех до двух гиперболических уравнений системы. Это позволило уменьшить размерность матриц Якоби и обратной матрицы и в результате сократить количество вычислений на каждой итерации по методу Ньютона. Построение гиперболоидов позволяет также приблизительно определить углы, между направлениями от базовой станции к объекту и от базовой станции к принимающей, что позволяет выбрать более точно первое приближение для итерационного метода.

Список літератури

1. Сайбель А.Г. Основы теории точности радиотехнических методов местоопределения / А.Г. Сайбель. – М.: Оборонгиз, 1958. – 560 с.
2. Ванясов А.В. Способ обнаружения и определения координат источника радиоизлучения [Электронный ресурс] / А.В. Ванясов, В.П. Складнев // Описание изобретения к патенту от 16.06.2008, Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. – Режим доступа: <http://bd.patent.su/2378000-2378999/pat/servlet/servlet7906.html>.
3. Козьмин В.А. Сравнение методов местоопределения источников радиоизлучения [Электронный ресурс] / А.В. Козьмин, А.М. Савельев, В.А. Уфаев, Е.А. Чубов. – Режим доступа: http://www.ess.ru/sites/default/files/files/articles/2007/01/2007_01_03.pdf.
4. Ширман Я.Д. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник / Я.Д. Ширман и др. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.
5. Ортега Дж. Итерационные методы решения нелинейной системы уравнений со многими неизвестными / Дж. Ортега., В. Рейнболдт – М.: Мир, 1975. – 558 с.
6. Березин И.С. Методы вычислений / И.С. Березин, Н.П. Жидков – М.: Физматгиз, 1959. – Т. 1. – 464 с.

Надійшла до редколегії 5.10.2009

Рецензент: д-р техн. наук проф. А.О. Каргин, Донецкий национальный университет, Донецк.

ПАРАМЕТРИЗАЦІЯ ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ ДЖЕРЕЛА РАДІОВИПРОМІНЮВАННЯ КОМПЛЕКС ПАСИВНОЇ РАДІОЛОКАЦІЇ

В.М. Ткаченко, Р.І. Мануйленко, Т.С. Хашан, Р.Л. Пантеев

В статті запропоновано математичну просторово-часову модель об'єктів комплексу і джерела радіовипромінювання (ДРВ). На основі параметризації і лінійного перетворення системи координат представлення зв'язків між об'єктами скорочено з трьох до двох гіперболічних рівнянь системи. В результаті скоротилася кількість ітерацій і кількість обчислень в одній ітерації методом Ньютона при обчисленні координат ДРВ. В якості моделі Землі використовується еліпсоїд. Координати станцій розраховуються з урахуванням додаткового параметра – значень висот станцій спостережень над нульовим рівнем.

Ключові слова: пасивна пеленгація ДРВ, метод Ньютона, гіперболоїд, скорочення розмірності матриці.

PARAMETRIZATION OF DETERMINING THE COORDINATES OF THE RADIO EMISSION SOURCE COMPLEXES PASSIVE RADAR

V.N. Tkachenko, R.I. Manuilenko, T.S. Khashan, R.L. Pantheev

The paper presents a mathematical model of the space-time objects of the complex and the radio emission source. Based parameterization and linear transformation of the coordinate system representation of relationships between objects reduced from three to two hyperbolic equations. In the calculation of the coordinates of the number of iterations and the amount of computation in one iteration of the Newton method is decreased. Ellipsoid is used as a model of the earth. The coordinates of the stations are calculated taking into account additional parameters – height values observing stations above the zero level.

Keywords: passive direction finding radio emission source, the Newton method, hyperboloid, reduction of the matrix dimension.