УДК 623.618

Л.Е. Сєркова, Т.А. Пальонна, Т.І. Бурцева

Черкаський державний технологічний університет, Черкаси

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИКОНАННЯ ВЗАЄМОПОВ’ЯЗАНИХ ЕТАПІВ МЕТРОЛОГІЧНОЇ ПОВІРКИ В РАМКАХ ІНФОРМАТИЗАЦІЇ ЦЕНТРУ СТАНДАРТИЗАЦІЇ

В статті розглядається математична модель процесу реалізації метрологічної повірки в окремих технологічних циклах з врахуванням множини постійно діючих факторів та збурюючих впливів. Отримані результати є розв’язком задачі оцінки середнього фактичного часу виконання довільної кількості взаємопов’язаних етапів повірки (з всіма можливими взаємозв’язками) з врахуванням невиробничих втрат, пов’язаних зі збурюючими та руйнуючими зривами.

Ключові слова: *математична модель, метрологічна повірка, руйнуючі зриви, збурюючі впливи, процес напрацювання.*

Вступ

Сучасний етап інформації в області стандартизації потребує спеціальних досліджень в рамках інформаційних технологій. Однією з найважливіших задач при розробці таких технологій є задача прогнозування часових характеристик метрологічної повірки (МП) в умовах збурюючих впливів.

Постановка задачі. Математична модель процесу реалізації заданого фронту (МП) в окремому технологічному циклі має враховувати вплив множини постійно діючих факторів (особливості забезпечення робіт, рівень матеріально-технічної бази і т. ін.) і множини випадкових збурюючих впливів (простої, невиробничі відволікання, порушення технологій, в результаті яких необхідно переробляти визначений фронт робіт і т.ін.).

В рамках зображуваної моделі реалізація впливу множини постійних факторів буде визначати середній темп виконання об’єму робіт на окремому i -му етапі, що характеризується деяким коефіцієнтом k_i. Фактори збурення класифікуються або як затримуючі МП, або як руйнуючі. А саме, затримуючими називаються ті ймовірнісні фактори, в момент закінчення впливу яких результат виконання фронту робіт залишається на попередньому рівні, тобто дорівнює результату, отриманому на момент початку впливу вказаних факторів. Руйнуючі впливи – це ті, після яких виконання фронту робіт необхідно починати спочатку або з проміжного етапу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Метрологічне забезпечення єдності вимірів досліджується в роботі [1]. В монографії [2] детально розглянута ймовірнісна оцінка метрологічної надійності засобів вимірювання, а також обґрунтування або коригування міжповірочних інтервалів.

Виклад основного матеріалу досліджень

Нижче розглядається модель виконання взаємопов’язаних етапів метрологічної повірки, в якій число етапів n є довільним ($n \geq 1$). Для її побудови зручно використовувати процеси спеціального типу, які за термінологією технічних систем називаються процесами напрацювання системи. Процес напрацювання системи $\Omega(t)$ для моделі, що зображується, визначається таким чином. Нехай $\nu(t)=1$, якщо в момент t реалізується заданий фронт МП; $\nu(t)=0$ – в противному випадку (простої, невиробничі відволікання і т.ін.). Крім цього, нехай t_{ni} – початковий момент виконання i-го етапу МП. Тоді для $t_{ni} < t < t_{n(i+1)}$ величина $N(t_{ni},t)=\int_{t_{ni}}^{t} k_i \nu(x)dx$ є сумарним відпрацьованим часом на проміжку (t_{ni},t). При цьому процес напрацювання системи $\Omega(t)$ визначається рівністю

$$\Omega(t) = N(t_{ni},t) - \int_{t_{ni}}^{t_{ni},t} k_i \nu(x)dx + \sum_{j=1}^{i-1+(t_i,t)} B_j$$

де $\tau(t_{ni},t)$ – момент останнього (на момент t) руйнуючого зриву виконання МП після моменту t_{ni}; $\chi_\tau(t_{ni},t)$ – кількість етапів МП (з числа виконаних раніше), які необхідно виконати спочатку після зриву і момент $\tau(t_{ni}, t); B_j$ – час реалізації i-го етапу МП в ідеальних умовах, коли відсутня дія випадкових факторів, тобто «чистий» час реалізації i-го етапу. В кожний момент часу t $\Omega(t)$ визначає реальний об'єм МП, виконаний (в часовому вимірі) на момент t. При цьому враховуються всі невиробничі втрати, пов'язані як з випадковими простоями, так і з необхідністю повторної реалізації визначених робіт.

Для розв'язку задачі прогнозування часових характеристик виконання МП вводяться додаткові позначення: α_0 – інтенсивність потоку затримуючих зривів; α_1 – інтенсивність потоку руйнуючих впливів (потоки зривів є пуасонівськими); P_{ki} – імовірність того, що після руйнуючого впливу під час виконання k-го етапу робіт його можливо буде поновити з i-го етапу $(i \le k, k = 2,3,...,n)$; ψ_{ki} – випадковий час проведення відповідних робіт після руйнуючого впливу, що настав під час виконання k-го етапу, причому такого, після якого процес виконання робіт поновлюється з i-го етапу $(i \le k, k = 2,3,...,n)$; ψ_1 – тривалість відновлювальних робіт, що проводяться після руйнуючого зриву, який настав під час виконання першого етапу; ψ_0 – тривалість відповідних відновлювальних робіт, що виконуються після затримуючого зриву.

Процес реалізації n етапів робіт розвивається наступним чином. У випадку затримуючого зриву (його інтенсивність, як було сказано раніше, є α_0) процес реалізації робіт буде продовжуватися з моменту переривання через випадковий час (затримка випадкової довжини) ψ_0. У випадку руйнуючого зриву на першому етапі (довжиною B_1) процес реалізації робіт буде розпочато після завершення (тобто з етапу B_1) відповідних відновлювальних робіт через випадковий час ψ_1. При цьому на k-му етапі (довжиною B_k) з ймовірністю P_{kk} процес напрацювання системи $\Omega(t)$ повертається до свого початкового рівня, досягнутого на цьому етапі, і поновлюється через випадковий час ψ_{ki}, необхідний для відновлення системи; з ймовірністю $P_{ki}(i = \overline{2, k-1})$ процес $\Omega(t)$ повертається до початкового рівня, досягнутого на етапі, що передує k-му, і поновлюється через випадковий час ψ_{ki}, необхідний для виконання поновлювальних робіт; з ймовірністю P_{ki} (до того ж $\sum_{i-1}^{k} P_{ki}$) процес $\Omega(t)$ повертається на нульовий рівень (тобто на початковий рівень першого етапу) і буде відновлений з цього рівня (тобто з самого початку виконання робіт) через випадковий час ψ_{ki}, необхідний для виконання відновлювальних робіт.

Представлена модель дозволяє врахувати всі можливі взаємозв'язки відповідних етапів робіт. При цьому, припускаючи, що деякі з ймовірностей P_{ki} дорівнюють нулю, виключає можливість переходів між відповідними етапами (тобто можливість відновлення процесів напрацювання $\Omega(t)$ з початку i-го етапу після руйнуючого зриву на k-му етапі).

Нехай β_1 – сумарний реальний час виконання першого етапу робіт (з врахуванням як затримуючих, так і руйнуючих зривів і відповідних втрат часу на виконання необхідних відновлювальних робіт після них). Крім цього, нехай $\beta_K (2 \le k \le n)$ – сумарний реальний час виконання k-го етапу робіт, тобто з початку цього етапу робіт до його повного завершення з урахуванням можливих затримок, зривів, повторного виконання з початку якого-небудь попереднього i-го етапу, виконання відповідного k-го етапу або всього об'єму робіт заново, починаючи з найпершого етапу.

Для знаходження функціональних співвідношень, що визначають величини $\beta_i, i \ge 2$, використано метод введення додаткової події Г.П. Климова [1, 2], що дозволило отримати рекурентні формули для відповідних перетворень Лапласа-Стилт'єса. Рекурентні формули для визначення повного фактичного середнього часу $\overline{\beta_i}$ реалізації i-го етапу робіт $(2 \le i \le n)$, виражаються через параметри $\overline{\beta_1}, \overline{\beta_2}, ..., \overline{\beta_{i-1}}$:

$$\overline{\beta_i} = (\exp\{\alpha_1 B_1 / k_i\} - 1)\left[h_i \alpha_1^{-1} + \sum_{r=1}^{i-1} \overline{\beta_r} \sum_{j=1}^{r} P_{ij}\right], \quad (1)$$

де $h_i = 1 + \alpha_0 \overline{\psi_0} + \alpha_1 \sum_{j=1}^{i} P_{ij} \overline{\psi_{ij}}$.

Далі знаходимо сумарний реальний час виконання всіх заданих n етапів робіт з врахуванням їх взаємної залежності, тобто з врахуванням невиробничих втрат часу на повторне виконання окремих етапів після зривів, що знижують напрацювання. А саме, нехай випадкова величина $\beta(n)$ позначає такий сумарний час виконання всіх етапів робіт. Тоді $\overline{\beta}(n) = \overline{\beta_i} + ... + \overline{\beta}(n)$, де величини $\overline{\beta_i}, 1 \le i \le n$, визначаються рекурентними співвідношеннями (1), а

$$\overline{\beta}(n) = \sum_{i=1}^{n} (\exp\{\alpha_1 B_i / k_i\} - 1)\left[h_i \alpha_1^{-1} + \sum_{r=1}^{i-1} \overline{\beta_r} \sum_{j=1}^{r} P_{ij}\right]. \quad (2)$$

Нижче описані випадки визначення прогнозних оцінок реального часу виконання заданого об'єму робіт.

Схема 1. Руйнуючі зриви впливають тільки в межах етапа, що зараз виконується. Для такої схеми необхідно припустити: а) $\forall (i \mid 1 \le i \le n), P_{ii} \equiv 1$; б) $\forall (i \mid 1 \le i \le n) \forall (j < i) P_{ii} \equiv 0$ і відношення (2) спростити:

$$\overline{\beta}(n) = \sum_{i=1}^{n} h_i \alpha_1^{-1} (\exp\{\alpha_1 B_i / k_i\} - 1).$$

Схема 2. При руйнуючому зриві процес напрацювання системи $\Omega(t)$ завжди повертається до вихідного нульового рівня, тобто після відновлювальних робіт необхідно весь фронт робіт починати заново з першого етапу. В цьому випадку приймається

а) $\forall(i \mid 1 \le i \le n), P_{ii} \equiv 1$;

б) $\forall(i \mid 1 \le i \le n)\forall(j \ne i)\, P_{ij} \equiv 0$.

Тоді відношення (2) з урахуванням всіх непродуктивних втрат часу після нескладних, але громіздких перетворень, набуде наступного вигляду:

$$\bar{\beta}(n) = \sum_{i=1}^{n} h_i \alpha_1^{-1}(\exp\{\alpha_1 B_i / k_i\} - 1) \prod_{j=i+1}^{n} \exp\{\alpha_1 B_i / k_j\} - 1,$$

де $h_i = 1 + \alpha_0 \overline{\psi_0} + \alpha_1 \sum_{j=1}^{i} P_{ij}\psi_{ij}$ при $\prod_{j=n+1}^{n}(\ldots) \equiv 1$ для всіх $n \ge 1$.

Схема 3. В результаті руйнуючого зриву або процес напрацювання системи $\Omega(t)$ повертається до нульового вихідного рівняння (тобто до початку першого етапу робіт), або цей фактор здійснює вплив в межах етапу, що виконується. Іншими словами, після руйнуючого зриву виконання робіт можливо продовжувати або з початку відповідного етапу, на якому відбувся зрив, або з початку першого етапу. В випадку такої схеми слід припустити:

а) $\forall(i \mid 1 \le i \le n), P_{ii} \ne 0$;

б) $\forall(i \mid 1 \le i \le n)\forall(j \ne i, j \ne 1)\, P_{ii} \equiv 0$;

в) $\forall(i \mid 1 \le i \le n)\forall(j = 1)\, P_{ii} \equiv 0$.

Тоді співвідношення (2) для $\bar{\beta}(n), n \ge 2$, прийме наступний вигляд:

$$\bar{\beta}(n) = \sum_{i=1}^{n} h_i \alpha_1^{-1}(\exp\{\alpha_1 B_i / k_i\} - 1) \prod_{j=i+1}^{n} \exp\{\alpha_1 B_i / k_j\} - 1),$$

де $h_i = 1 + \alpha_0 \overline{\psi_0} + \alpha_1 (P_{ii}\psi_{ii} + P_{jj}\psi_{jj})$ при $\prod_{j=n+1}^{n}(\ldots) \equiv 1$.

В загальному випадку не робиться ніяких додаткових пропозицій відносно ймовірностей P_{ij}. Застосовуємо формулу (1) для співвідношення $\overline{\beta_i}$, яку можливо записати в більш зручному для використання вигляді. Нехай

$$A_i = h_i \alpha_1^{-1}(\exp\{\alpha_1 B_i / k_i\} - 1),$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^{j} P_{ik}(\exp\{\alpha_1 B_i / k_i\} - 1), j < i \le n.$$

Тоді співвідношення (1) після реалізації рекурентних обчислювальних процедур прийме вигляд:

$$\overline{\beta_i} = A_i + \sum_{r=1}^{i-1} A_r \left(\sum_{m=1}^{i-1} \sum_{\substack{k_1 > k_2 .. > k_m \\ k_1 < i, k_m = r}} B_{ik_1} \cdot B_{k_1 k_2} \cdot \ldots \cdot B_{k_{m-1} k_m} \right),$$

$$\bar{\beta}(n) = \sum_{i=1}^{n} A_i + \sum_{i=2}^{n} \sum_{r=1}^{i-1} A_r \left(\sum_{m=1}^{i-1} \sum_{\substack{k_1 > k_2 .. > k_m \\ k_1 < i, k_m = r}} B_{ik_1} \cdot \ldots \cdot B_{k_{m-1} k_m} \right)$$

з врахуванням всіх невиробничих втрат через зриви.

Висновки

Висновки даного дослідження. Отримане співвідношення є розв'язком задачі оцінки середнього фактичного часу виконання довільного числа взаємозв'язаних етапів метрологічної перевірки в умовах збурюючих впливів з урахуванням невиробничих втрат, пов'язаних зі зривами під час виконання заданого об'єму робіт.

Розроблена методика може бути використана в рамках інформаційної технології забезпечення діяльності центру стандартизації.

Список літератури

1. Колчков В.И. Метрология, стандартизация и сертификация: учеб. пособ. / В.И. Колчков. – М., 2011.

2. Вероятностная оценка метрологической надежности средств измерений: алгоритмы и программы – СПб.: Нестор-История, 2001. – 200 с.

3. Бордецкий Г.Л. Эффективность запоминания промежуточных результатов в системах с отказами, разрушающими информацию / Г.Л. Бордецкий // Техническая кібернетика. – 1998. – №6. – С. 10-13.

4. Климов Г.П. Стохастические системы обслуживания / Г.П. Климов. – М.: Наука, 1996. – 244 с.

Надійшла до редколегії 4.01.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Рудницький, Черкаський державний технологічний університет, Черкаси.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ВЗАИМОУВЯЗАННЫХ ЭТАПОВ МЕТРОЛОГИЧЕСКОЙ ПОВЕРКИ В РАМКАХ ИНФОРМАТИЗАЦИИ ЦЕНТРА СТАНДАРТИЗАЦИИ

Л.Э. Серкова, Т.А. Палённая, Т.И. Бурцева

Рассматривается математическая модель процесса реализации метрологической поверки в отдельных технологических циклах с учетом множества постоянно действующих факторов и возмущающих воздействий. Полученные результаты являются решением задачи оценки среднего фактического времени выполнения любого количества взаимоувязанных этапов поверки с учетом непроизводственных потерь в результате разрушающих срывов и возмущающих воздействий.

Ключевые слова: *метрологическая поверка, разрушающие срывы, возмущающие воздействия, процесс наработки.*

MATHEMATICAL MODEL OF THE METROLOGICAL VERIFICATION INTERRELATED STAGES WITHIN THE STANDARTIZATION CENTER INFORMATIZATION

L.E. Serkova, T.A.Palonna, T.I. Burceva

In this paper a mathematical model of the process of metrological verification in single technological cycles is considered. The model is based on variety of factors and current disturbances. The results are a solution of the problem of estimating the average time of any number of interlinked verification stages execution. Results are recorded in non-production losses due to destructive failures and disturbing effects.

Keywords*: process developments, metrological verification, destructive breakdowns, disturbing effects.*