УДК 621.391

А.Н. Барсуков, В.Ж. Ященок, В.В. Парфило

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ Dt-СТАТИСТИКИ В ЗАДАЧЕ ОБНАРУЖЕНИЯ ХАОТИЧЕСКОГО СИГНАЛА, ИСКАЖЕННОГО ШУМОМ

В статье предлагается непараметрический алгоритм обнаружения хаотических процессов, сформированных нелинейной динамической системой Маккея-Гласса и логистическим отображением, с использованием Dt-статистик.

Ключевые слова: *хаотический процесс, фазовое пространство, Dt-статистика, корреляционный интеграл.*

Введение

Стремительное развитие, за последнее время, современных систем передачи информации (СПИ) с использованием хаотических несущих для повышения помехозащищенности показало, что для их анализа требуются дополнительные подходы, опирающиеся на методы из теории нелинейного анализа временных рядов [1, 2].

Из теории систем связи известно, что помехозащищенность включает в себя скрытность (способность противостоять мерам радиотехнической разведки) и помехоустойчивость [1, 3]. Скрытность системы, в свою очередь, обеспечивается работой СПИ «под шум» и количественно определяется вероятностями обнаружения сигнала и раскрытия его структуры [1 – 3]. На практике задачу обнаружения сигнала, как правило, приходится решать исходя из условия ограниченной длительности принятой реализации наблюдения без априорной информации ее характеристик и параметров передаваемого сигнала [3]. Поиск решения подобных задач привел разработчиков к необходимому использованию подходов, связанных с геометрическим представлением хаотических несущих в фазовом (псевдофазовом) пространстве [1 – 3]. Фазовое пространство оказалось достаточно наглядным [3], и его свойства дают больше информации о структуре процесса, чем, например, при анализе только энергетического спектра наблюдения [3].

Активное применение методов основанных на теореме Такенса (Takens) [4] позволило по наблюдаемой временной реализации

$$\vec{x} = x(t_i) = \{x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N)\}$$

восстанавливать модель аттрактора состояний в фазовом пространстве исходной динамической системы. Такая модель имеет такую же динамику и неизменные топологические свойства [4]. Идея процедуры восстановления заключалась в том, что недостающие динамические переменные связаны с производной исходного фазового пространства $\left[x(t_i),\ dx(t_i)/dt,\ \dots,\ d^{m-1}x(t_i)/dt^{m-1}\right]$ [4]. Для этого необходимо построить зависимость наблюдаемой переменной $\vec{x} = x(t_i)$ от ее же величины в другой момент времени, отстающийся на постоянную величину τ: $\left[x(t_i),\ x(t_i+\tau),\ \dots\ x(t_i+(m-1)\tau)\right]$, где m – размерность «пространства вложения» (псевдофазового пространства), определяемая условием: $m \ge 2d_c + 1$, в котором d_c – корреляционная размерность [4], вычисляемая как соотношение $d_c = \lim\limits_{\varepsilon\to 0}\left(\log C_{m,N}(\varepsilon)/\log(\varepsilon)\right)$, где $C_{m,N}(\varepsilon)$ – «корреляционный интеграл» [5], а ε – радиус «покрытия» в фазовом пространстве [5].

Оценка корреляционной размерности d_c наблюдаемого процесса наиболее широко используема в нелинейном анализе характеристик динамических систем, позволило в некоторых случаях классифицировать природу процесса (шум или нелинейность) [5, 6]. Кроме того с точки зрения применения в задаче обнаружения хаотических сигналов, оценки d_c обладает рядом существенных недостатков:

– точность оценки корреляционной размерности d_c и пространства вложения m зависит от длины временного ряда и часто опирается на графический анализ;

– нет практического способа различить хаотический процесс с высокой корреляционной размерностью (большей, чем 5) и действительно случайный процесс, так как графики логарифма корреляционной суммы относительно логарифма покрытия ε не имеет отчетливого линейного участка [6];

– в случае зашумления или усложнения структуры хаотических несущих для их классификации или обнаружения требуются дополнительные исследования.

Вышеперечисленные недостатки стали причиной к поискам новых подходов для решений в задачах обнаружений, которое привело исследователей к применению модифицированных методов оценки корреляционной размерности [5], основанных на свойствах корреляционного интеграла $C_{m,N}(\varepsilon)$, перечислим некоторые из них [5]:

1. Оценка Такенса

$$w^{ML}{}_{m,N}(\varepsilon) = \frac{C_{m,N}(\varepsilon)}{\int\limits_0^{\varepsilon} \frac{C_{m,N}(\varepsilon')}{\varepsilon'} d\varepsilon'} .$$

2. BDS-статистика (BDS)

$$w^{BDS}{}_{m,N}(\varepsilon) = \sqrt{N-m}\,\frac{C_{m,N}(\varepsilon) - C_{1,N-m}(\varepsilon)^m}{\sigma_{m,N}(\varepsilon)} . \quad (1)$$

3. Dechert-статистика

$$w^{Dt}{}_{m,N}(\varepsilon,\ \varepsilon 1) = \sqrt{N-m}\,\times$$
$$\times \frac{C_{m,N-m}(\varepsilon,\varepsilon 1) - C_{1,N-m}(\varepsilon) C_{1,N-m}(\varepsilon 1)}{\sigma_{m,N}(\varepsilon,\ \varepsilon 1)} . \quad (2)$$

В работах [1, 2] рассматривался алгоритм обнаружения хаотического сигнала на фоне шума с помощью BDS-статистики, его характеристики обнаружения не уступили в эффективности традиционному энергетическому обнаружителю [1]. Однако, как стало понятно, применение BDS-обнаружителя [1] привело к дополнительным расчетам характеристик, связанных с перебором вариаций значений радиуса покрытий ε и вложений m в фазовом пространстве.

Цель работы. В данной работе предлагается алгоритм непараметрического обнаружения хаотического процесса на фоне измерительного шума с применением Dechert-статистик (Dt-статистик).

Основная часть

Рассмотрим алгоритм обнаружения хаотического сигнала $f(t_i)$, основанный на Dt-статистике (2) [5], опирающийся на «корреляционный интеграл» $C_{m,N}(\varepsilon,\varepsilon 1)$ с двойным интервалом «покрытия» $\varepsilon, \varepsilon 1$, для $m \ge 1$, описываемый следующим образом:

$$C_{m,N}(\varepsilon,\varepsilon 1) = \frac{2}{(N-m+1)(N-m)} \times$$
$$\times \sum_{s=1}^{N-m} \sum_{t=s+1}^{N-m} I_{\varepsilon}(\xi_s,\ \xi_t) I_{\varepsilon 1}(\xi_{s+m},\ \xi_{t+m}) ,$$

где $I_{\varepsilon}(\xi_s,\ \xi_t)$ è $I_{\varepsilon 1}(\xi_{s+m},\ \xi_{t+m})$ – функция Хэвисайда:

$$I_{\varepsilon}(\xi_s,\ \xi_t) = \begin{cases} 1, & \left\| \xi_s^m - \xi_t^m \right\| \le \varepsilon \\ 0, & \left\| \xi_s^m - \xi_t^m \right\| > \varepsilon \end{cases} \text{ и}$$

$$I_{\varepsilon 1}(\xi_{s+m},\ \xi_{t+m}) = \begin{cases} 1, & \left\| \xi_{s+m}^m - \xi_{t+m}^m \right\| \le \varepsilon 1 \\ 0, & \left\| \xi_{s+m}^m - \xi_{t+m}^m \right\| > \varepsilon 1 \end{cases} ;$$

$$(0 \le s \le N\ ,\ 0 \le t \le N),$$

определяющих частоту попадания всех пар точек ξ_t^m и ξ_s^m, заданных своими проекциями $(\xi_s, \xi_{s+1}, ..., \xi_{s+m})$ и $(\xi_t, \xi_{t+1}, ..., \xi_{t+m})$ при условии, что $|s-t| > m$ [5], N – число элементов наблюдаемой последовательности временного ряда $\vec{\xi} = \{\xi_i\}_{i=1}^{N-m} = (\xi_{i+1}, \xi_{i+2}, ..., \xi_{i+m})$, состоящей из аддитивной смеси хаотического процесса и шума $\xi(t_i) = f(t_i) + n(t_i)$. Знаменатель $\sigma_{m,N}(\varepsilon,\ \varepsilon 1)$ (2) равен среднеквадратическому отклонению числителя [5].

В работе [5] автор показал, если наблюдаемые случайные значения принадлежат генеральной совокупности независимы и тождественно распределены (I.I.D.), то предел разности их интегралов равен $\lim\limits_{N\to\infty} \left| C_{m,N-m}(\varepsilon,\varepsilon 1) \ - C_{1,N-m}(\varepsilon) C_{1,N-m}(\varepsilon 1) \right| = 0$, с нулевым средним и дисперсией, определяется как:

$$\hat{\sigma}_{m,N}^2(\varepsilon,\varepsilon 1) = 4\left[R_{1,N-m}(\varepsilon) - C_{1,N-m}(\varepsilon)^2\right] \times$$
$$\times \left[R_{1,N-m}(\varepsilon 1) - C_{1,N-m}(\varepsilon 1)^2\right] ;$$

$$R_{1,N} = \frac{1}{N(N-1)(N-2)} \sum_{t=1}^{N} \left[\sum_{s=1}^{N} I_{\varepsilon}(\xi_t, \xi_s)\right]^2 .$$

На основании этого, с точки зрения применения $w^{Dt}{}_{m,N}(\varepsilon,\ \varepsilon 1)$ (2) для обнаружения хаотического сигнала разведприемником, можно сформулировать статистический критерий проверки гипотез, если принимается H_0, то данные $\vec{\xi} = \{\xi_i\}_{i=1}^{N-m}$ являются I.I.D. в случае же отвержения – наблюдаемая реализация состоит из аддитивной смеси шума и сигнала [5].

Ниже по контексту приводятся результаты расчета характеристик вероятности обнаружения хаотического процесса $p_{\beta}(\delta,\varepsilon)$ (рис. 1 и 3) при различных значениях отношения сигнал/шума $\delta = \sigma_f / \sigma_n$, где σ_f и σ_n – среднеквадратичные отклонения хаотического процесса $f(t_i)$ и белого гауссова шума $n(t_i)$ с нулевым математическим ожиданием соответственно. Проверяется гипотеза H_0 об отсутствии в наблюдении $\{\xi_i\}_{i=1}^{N-m}$ хаотического процесса $f(t_i)$, т. е принимается неравенства $\left| w^{Dt}{}_{m,N}(\varepsilon,\ \varepsilon 1) \right| \le 1{,}96$, что соответствует уровню значимости α (вероятности ошибки первого рода) и, тогда с 95% уверенностью можно принять гипотезу H_0 о независимости и тождественном распределении (I.I.D.) [1]. В случае отклонения H_0 данные не I.I.D, что соответствует появлению на фоне белого шума хаотического сигнала $f(t_i)$, поскольку изменяются вероятностные свойства не только наблюдения $\{\xi_i\}_{i=1}^{N-m}$

[1], но и Dt-статистики. Следует напомнить, что при проверке статистической гипотезы недостаточно опираться на критерий значимости α [1]. Поэтому определяется мощность критерия $1-\beta$ ($\beta = P\left(\xi_i \in G_\alpha \mid H_1\right)$ [1], где G_α – критическая область уровня значимости $\alpha = 0,05$) и β – вероятность ошибки второго рода [1].

В качестве примера используется хаотический процесс $f(t_i)$, сформированный нелинейной динамической системой Маккея-Гласса (Mackey-Glass) $\dot{f}(t) = -bf(t) + \dfrac{af(t-\tau)}{1+\left(f(t-\tau)\right)^{10}}$, описываемой дифференциальным уравнением с запаздывающим аргументом [1]. Его решение проводилось численным методом Рунге – Кутты четвертого порядка с шагом дискретизации $h = 0,1$ при значениях параметров $a = 0,2$, $b = 0,1$, $\tau = 100$, которые обеспечивают хаотический режим, и задании τ/h начальных значений $\{f_i\}_{i=1}^{\tau/h}$ [1]. В целях экономии машинных ресурсов при моделировании статистических характеристик обнаружения хаотического процесса реализация прореживалась взятием каждого ее десятого отсчета [1]. В результате полученное число элементов временного ряда составило $N = 1000$ оказалось достаточным для сохранения свойств хаотического процесса [1]. Аддитивная смесь $\xi(t_i) = f(t_i) + n(t_i)$ формировалась из M=100 реализаций шума с фиксированной дисперсией, которые добавлялись к хаотическому процессу, что позволило получить выборку из 100 значений w^{Dt} Dt-статистик. Наблюдение $\xi(t_i) = f(t_i) + n(t_i)$ задается на интервале времени $T_\xi = Nh$ со значениями в моменты $t_i = ih$ с шагом h.

На рис. 1 приведены характеристики обнаружения $p_\beta(\delta,\varepsilon)$, рассчитанные с привлечением Dt-статистик при значениях $m = 1$.

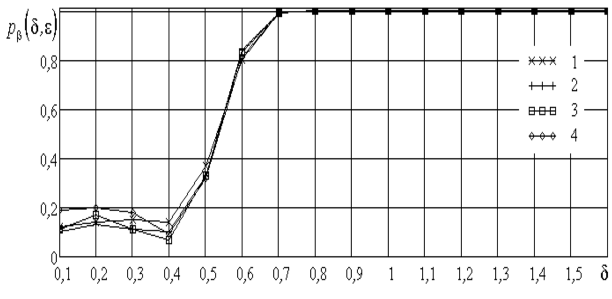

Рис. 1. Характеристики обнаружения хаотического сигнала сформированного динамической системой Маккея-Гласса

Пользуясь рекомендациями [1], интервалы «покрытий» принимались со значениями $\varepsilon l_i = 2\varepsilon_i$: $\varepsilon_1 = 0,2\sigma_\xi$; $\varepsilon_2 = 0,4\sigma_\xi$; $\varepsilon_3 = 0,6\sigma_\xi$; $\varepsilon_4 = 0,8\sigma_\xi$ (кривые 1 – 4, рис 1), где σ_ξ – среднеквадратичное отклонение $\xi(t_i)$.

Легко заметить, что на рис. 1 (зависимости 1 – 4) гипотеза H_0 отвергается с вероятностью $p_\beta \approx 0,95$ при значении отношения сигнал/шум сосредоточенной в интервале равной $\delta \approx 0,7$, т.е. можно говорить о присутствии нелинейных зависимостей между значениями в наблюдении $\xi(t_i)$. Кроме этого, на рис. 1 наблюдается устойчивость вычислений зависимостей 1 – 4 к вариациям параметра ε.

При выборке небольшого объема точечная оценка w^{Dt} может существенно отличаться от истинного значения, т.е. приводить к грубым ошибкам. В таком случае часто используют интервальные оценки. По интервальной оценке, определяемой по результатам выборки, можно утверждать с вероятностью близкой к единице, значение оцениваемого параметра w^{Dt}, $P(\tilde{w}_ï^{Dt(1)} \le w^{Dt} \le \tilde{w}_ï^{Dt(2)}) = \gamma$, где $\tilde{w}_ï^{Dt(1)}$ è $\tilde{w}_ï^{Dt(2)}$ нижние и верхние границы доверительного интервала значения w^{Dt}, под вероятностью γ=1-α понимается как доверительная вероятность [7]. Для получения представление о точности и надежности оценки $w_ï^{Dt}$, для каждой вероятности γ нужно указать такое значение Δ, при котором $P\left(\left|\tilde{w}_n^{Dt} - w^{Dt}\right| < \Delta\right) = P\left(\tilde{w}_n^{Dt} - \Delta \le w^{Dt} \le \tilde{w}_n^{Dt} + \Delta\right) = \gamma$, следовательно, чем меньше заданная доверительная вероятности γ, тем больше будет точность оценки Δ [7]. В нашем случае, при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и выборке объема M=100 с вероятностью 0,95 эмпирическая вероятность правильного обнаружения отличается от истинной не более чем на $\Delta = 0,061$, соответственно ширина доверительный интервала будет равна $2\Delta = 0,122$.

На рис. 2 приведены в качестве примера реализации аддитивной смеси $\xi(t_i) = f(t_i) + n(t_i)$ (кривая 1) при отношении сигнал/шум $\delta = 0,7$ и хаотического процесса $f(t_i)$ (кривая 2), сформированного динамической системой Маккея-Гласса.

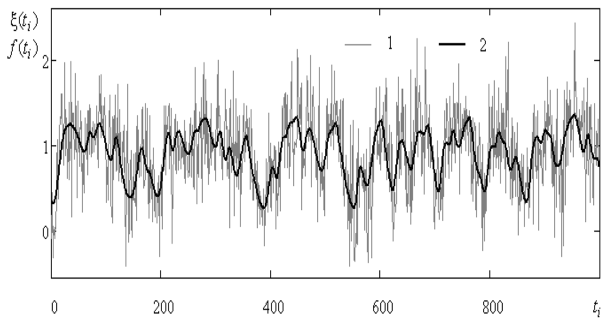

Рис. 2. Реализации наблюдения $\xi(t_i) = f(t_i) + n(t_i)$ и хаотического процесса $f(t_i)$

Ниже по контексту приводятся на рис. 3 характеристики вероятности обнаружения $p_\beta(\delta,\varepsilon)$ хаотической последовательности, сформированной логистическим отображением $f_{i+1} = \lambda \cdot f_i \cdot (1 - f_i)$ $(i = 0,..., N = 1000)$ с параметром $\lambda = 3,999$ и начальным значением $f_0 = 0,06$ [4], а на рис. 4 приведены реализации аддитивной смеси $\xi_i = f_i + n_i$ (кривая 1) при отношении сигнал/шум $\delta = 1,3$ и хаотической последовательности f_i (кривая 2), сформированной логистическим отображением.

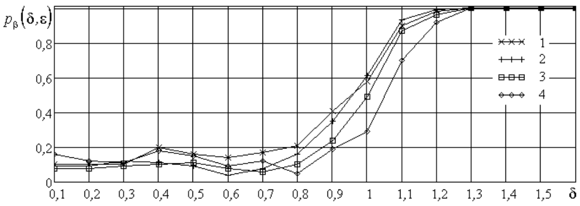

Рис. 3. Характеристики обнаружения хаотической последовательности сформированной логистическим отображением

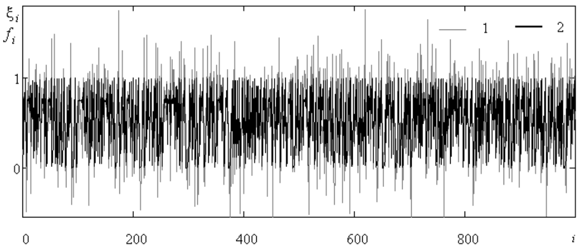

Рис. 4. Реализации наблюдения $\xi_i = f_i + n_i$ и хаотической последовательности f_i

Из рис. 3 (кривые 1 – 4) видно, что с вероятностью $p_\beta \approx 0,95$ отвергается гипотеза H_0 при большем значении отношения сигнал/шум равному $\delta \approx 1,3$, чем представленному на рис. 1. Это обусловлено свойством логистического отображения, у которого текущее значение зависит от одного предыдущего значения и корреляционная функция близка в дельтаобразной форме. Вместе с этим следует подчеркнуть, что кривые отстоящие друг от друга не выходят за ширину доверительного интервала.

Выводы

Таким образом, применение алгоритма непараметрического обнаружения хаотического процесса искаженного гауссовым шумом с использованием Dt-статистик позволяет без знания априорной плотности распределения выявить наличие сигнала неприродного происхождения. Кроме этого, алгоритм обнаружения хаотического процесса, сформированного потоковой и каскадных систем, не нуждается в выборе значения интервала ε и пространства вложения m, обусловленного использованием двойного интервала при вычислении «корреляционного интеграла».

Список литературы

1 Костенко П.Ю. Обнаружение хаотического процесса искаженного белым шумом с использованием BDS-статистик / П.Ю. Костенко, А.Р. Барсуков, К.С. Васюта, С.Н. Симоненко // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2009. – Т. 52, № 11. – С. 41-50.

2 Костенко П.Ю. Непараметрический BDS-обнаружитель хаотических сигналов на фоне белого шума / К.С. Васюта, С.Н. Симоненко, А.Н. Барсуков // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2011. – Т. 54, № 1. – С. 23-31.

3 Малькович С.Е. Основы статистической теории радиотехнических систем. Учеб. пособие / С.Е. Фалькович, П.Ю. Костенко. – Х.: Нац. аэрокосмический ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2005. – 390 с.

4 Мун Ф. Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров / Ф. Мун; пер. с англ. Ю.А. Данилова, А.М. Шукурова. – М.: Мир, 1990. – 312 с.

5 Dechert W.D. An application of chaos theory to stochastic and deterministic observations // Working paper, University of Houston. – 1995. – P. 1-24.

6 Hsieh D. Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets / D. Hsieh // Journal of Finance. – 1991. – V. 46, No 5. – P. 1839-1877.

7 Мхитарян В.С. Теория вероятностей и математическая статистика / В.С. Мхитарян Л.И. Трошин Е.В. Адамова, К.К. Шевченко, Н.Я. Бамбаева. – М.: Московский международ. институт эконометрики, информатики, финансов и права, 2003. – 130 с.

Поступила в редколлегию 17.07.2012

Рецензент: д-р техн. наук проф. С.А. Калкаманов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

ВИКОРИСТАННЯ Dt-СТАТИСТИКИ В ЗАДАЧАХ ВИЯВЛЕННЯ ХАОТИЧНОГО СИГНАЛУ, СПОТВОРЕНОГО ШУМОМ

О.М. Барсуков, В.Ж. Ященок, В.В. Парфіло

У статті пропонується непараметричний алгоритм виявлення хаотичних процесів, сформованих нелінійною динамічною системою Маккея-Гласса та логістичним відображенням, з використанням Dt-статистик.

Ключові слова: *хаотичний процес, фазовий простір, Dt-статистика, кореляційний інтеграл.*

DETECTION OF THE CHAOTIC PROCESS DISTORTED BY THE WHITE NOISE USING Dt-STATISTIC

A.N. Barsukov, V.Zh. Yachenok, V.V. Parfilo

Abstract. The article deals with the nonparametric detection algorithm of the chaotic signal generated logistic map and a dynamical system Mackay-Glass with detection using Dt-statistic.

Keyword: *chaotic process, phase space, Dt-statistic, correlation integral.*