

УДК 621.396.96

Г.С. Залевский

Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков

МЕТОД РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЯНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ РЕЗОНАНСНЫХ РАЗМЕРОВ

Рассматривается метод численного расчета характеристик вторичного излучения диэлектрических объектов резонансных размеров, в качестве которых могут рассматриваться отдельные элементы конструкции антенных систем и летательных аппаратов, а также бескорпусные или пластиковые мины. Метод основан на решении системы неоднородных интегральных уравнений 2-го рода. Ядрами уравнений являются электромагнитные поля электрического и магнитного диполей. Приведены основные расчетные соотношения, используемые в созданном алгоритме численного расчета. Демонстрируются результаты расчета эффективной поверхности рассеяния диэлектрического цилиндра на двух поляризациях.

Ключевые слова: вторичное излучение, диэлектрический объект, интегральное уравнение, эффективная поверхность рассеяния.

Введение

Интегральные уравнения (ИУ) широко используются при решении разнообразных задач рассеяния электромагнитных волн диэлектрическими объектами, соизмеримыми с длиной зондирующей волны (резонансными объектами) [1-8]. При этом применяются объемные [4] или поверхностные ИУ [1-3, 5-8]. Использование поверхностных ИУ, имеющих меньшую размерность по сравнению с объемными, в случае трехмерных диэлектрических объектов является более предпочтительным. Наиболее часто применяются ИУ типа Мюллера – неоднородные ИУ Фредгольма 2-го рода [1, 3, 5-8]. Ядра данных уравнений (как и объемных) содержат особенность. Решение ИУ сопряжено с рядом вычислительных трудностей, которые подробно описаны в частности в работе [7]. К таким трудностям относится необходимость выделения особенности при совпадении точек наблюдения и интегрирования, а также вычисление поверхностного интеграла в окрестности указанной особенности.

Целью настоящей статьи является разработка метода расчета характеристик рассеяния трехмерных однородных диэлектрических объектов резонансных размеров, основанного на решении системы ИУ типа Мюллера. Разработанный на его основе алгоритм позволяет получать характеристики рассеяния таких объектов, как диэлектрические элементы конструкции летательных аппаратов и антенных систем, пластиковых (бескорпусных) мин, установленных в почве или на ее поверхности [8] и других объектов резонансных размеров, которые можно считать однородными и изотропными.

В статье в качестве примера демонстрируются результаты расчета эффективной поверхности рассеяния (ЭПР) диэлектрического цилиндра в свободном пространстве.

1. Основные расчетные соотношения

Рассмотрим модель, представленную на рис. 1. В свободном пространстве V_1 с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1=1$ находится объект V_2 с поверхностью S . Объект V_2 заполнен однородным изотропным диэлектрическим материалом с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_2 = \epsilon_2' + i\epsilon_2''$. Относительная магнитная проницаемость во всех рассматриваемых областях $\mu=1$. Объект V_2 облучается ЭМП (\vec{E}^0, \vec{H}^0) , поляризация которого может быть задана единичным вектором $\vec{p}^{\text{зонд}}$, указывающим ориентацию вектора \vec{H}^0 .

Задача состоит в нахождении поля (\vec{E}, \vec{H}) , рассеянного диэлектрическим объектом V_2 , в произвольной точке свободного пространства V_1 .

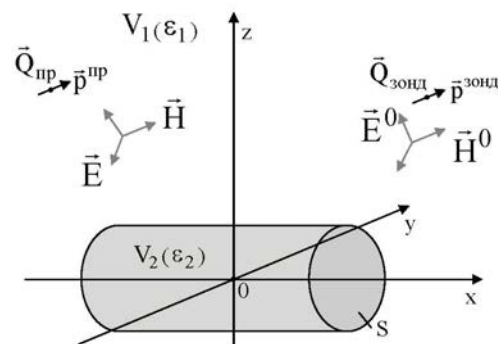


Рис. 1. Диэлектрический объект в свободном пространстве

Введем электромагнитные поля (ЭМП) вспомогательных точечных источников (диполей):

$$(\vec{E}_1^{e(m)}(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{p}^0), \vec{H}_1^{e(m)}(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{p}^0)) - \text{поле (в}$$

точке \vec{Q}) вспомогательного точечного электрического (магнитного) источника (расположенного в

точке \bar{Q}_0 и имеющего вектор-момент \bar{p}^0), при условии, что диэлектрическая проницаемость объекта ε_2 совпадает с проницаемостью ε_1 свободного полупространства V_1 ;

$$\left(\bar{E}_2^{e(m)}(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^0), \bar{H}_2^{e(m)}(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^0) \right) - \text{поле}$$

вспомогательного точечного электрического (магнитного) источника, при условии, что проницаемость ε_1 полупространства V_1 равна проницаемости объекта ε_2 .

Применив лемму Лоренца [1, 5, 6] в областях V_1 и V_2 к искомому ЭМП (\bar{E}, \bar{H}) и последовательно к полю точечного электрического и магнитного источников, введенных выше, получим систему ИУ для плотностей эквивалентных электрического и магнитного токов на поверхности объекта:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{p}_2^0 \cdot \bar{J}^m(\bar{Q}_0)(\varepsilon_3 + \varepsilon_1) - 2\varepsilon_3 \bar{p}_1^0 \cdot \bar{E}^0(\bar{Q}_0) = \frac{2}{i\omega} \times \\ \times \int_S (\Delta \bar{H}^e(\bar{p}_1^0) \cdot \bar{J}^m(\bar{Q}) + \varepsilon_0^{-1} \Delta \bar{D}^e(\bar{p}_1^0) \cdot \bar{J}^e(\bar{Q})) ds_Q, \\ -\bar{p}_1^0 \cdot \bar{J}^m(\bar{Q}_0)(\varepsilon_3 + \varepsilon_1) - 2\varepsilon_3 \bar{p}_2^0 \cdot \bar{E}^0(\bar{Q}_0) = \frac{2}{i\omega} \times \\ \times \int_S (\Delta \bar{H}^e(\bar{p}_2^0) \cdot \bar{J}^m(\bar{Q}) + \varepsilon_0^{-1} \Delta \bar{D}^e(\bar{p}_2^0) \cdot \bar{J}^e(\bar{Q})) ds_Q, \\ \bar{p}_2^0 \cdot \bar{J}^e(\bar{Q}_0) - \bar{p}_1^0 \cdot \bar{H}^0(\bar{Q}_0) = -\frac{1}{i\omega} \times \\ \times \int_S (\Delta \bar{H}^m(\bar{p}_1^0) \cdot \bar{J}^m(\bar{Q}) + \Delta \bar{E}^m(\bar{p}_1^0) \cdot \bar{J}^e(\bar{Q})) ds_Q, \\ -\bar{p}_1^0 \cdot \bar{J}^e(\bar{Q}_0) - \bar{p}_2^0 \cdot \bar{H}^0(\bar{Q}_0) = -\frac{1}{i\omega} \times \\ \times \int_S (\Delta \bar{H}^m(\bar{p}_2^0) \cdot \bar{J}^m(\bar{Q}) + \Delta \bar{E}^m(\bar{p}_2^0) \cdot \bar{J}^e(\bar{Q})) ds_Q, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $\bar{Q}_0, \bar{Q} \in S$ – точки наблюдения и интегрирования соответственно, \bar{p}_1^0, \bar{p}_2^0 – взаимно ортогональные орты, касательные к S в точке \bar{Q}_0 , образующие правую тройку с внешней к S нормалью \bar{n}^0 в этой точке; $\bar{J}^e(\bar{Q}) = \bar{n} \times \bar{H}(\bar{Q})$, $\bar{J}^m(\bar{Q}) = \bar{n} \times E(\bar{Q})$ – плотности эквивалентных электрического и магнитного тока соответственно (\bar{n} – нормаль в точке интегрирования);

$$\Delta \bar{H}^e(\bar{p}^0) = \varepsilon_3 \bar{H}_3^{et}(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^0) - \varepsilon_1 \bar{H}_1^{et}(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^0); \quad (2)$$

$$\Delta \bar{D}^e(\bar{p}^0) = \bar{D}_2^{et}(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^0) - \bar{D}_2^{et}(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^0), \quad (3)$$

$$\bar{D}_{1(2)}^e(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^0) = \varepsilon_0 \varepsilon_{1(2)} \bar{E}_{1(2)}^e(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^0);$$

$$\Delta \bar{H}^m(\bar{p}^0) = \bar{H}_2^{mt}(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^0) - \bar{H}_1^{mt}(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^0); \quad (4)$$

$$\Delta \bar{E}^m(\bar{p}^0) = \bar{E}_2^{mt}(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^0) - \bar{E}_1^{mt}(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^0). \quad (5)$$

Символом "t" обозначены касательные к поверхности S векторы. Компоненты ЭМП вспомогательных

диполей в однородном пространстве V_α ($\alpha=1, 2$), которому соответствует ε_α , могут быть представлены следующим образом [1, 2]:

$$\bar{E}_\alpha^e(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^e) = (\varepsilon_0 \varepsilon_\alpha)^{-1} \times \\ \times \left[\bar{p}^e k_\alpha^2 G_\alpha(\bar{Q}_0, \bar{Q}) + \bar{\nabla}(\bar{p}^e \cdot \bar{\nabla} G_\alpha(\bar{Q}_0, \bar{Q})) \right], \quad (6)$$

$$\bar{H}_\alpha^e(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^e) = i\omega(\bar{p}^e \times \bar{\nabla} G_\alpha(\bar{Q}_0, \bar{Q})), \quad (7)$$

$$\bar{E}_\alpha^m(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^m) = -i\omega(\bar{p}^m \times \bar{\nabla} G_\alpha(\bar{Q}_0, \bar{Q})), \quad (8)$$

$$\bar{H}_\alpha^m(\bar{Q}|\bar{Q}_0, \bar{p}^m) = \mu_0^{-1} \times \\ \times \left[\bar{p}^m k_\alpha^2 G_\alpha(\bar{Q}_0, \bar{Q}) + \bar{\nabla}(\bar{p}^m \cdot \bar{\nabla} G_\alpha(\bar{Q}_0, \bar{Q})) \right], \quad (9)$$

$$\text{где } G_\alpha(\bar{Q}_0, \bar{Q}) = G_\alpha(R) = \frac{\exp(ik_\alpha R)}{4\pi R};$$

$k_\alpha = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_\alpha \mu_0} = 2\pi/\lambda_0$ – волновое число в среде V_α с ε_α ; λ_0 – длина волны в свободном пространстве; ε_0, μ_0 – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости свободного пространства;

$R = |\bar{R}| = |\bar{Q} - \bar{Q}_0|$; $\bar{p}^e = \frac{I^e l}{\omega} \bar{p}^0$, $\bar{p}^m = \frac{I^m l}{\omega} \bar{p}^0$ – электрический и магнитный вектор-моменты диполей соответственно; I^e – электрический ток, протекающий в электрическом диполе малой длины l , I^m – эквивалентный магнитный ток, обтекающий магнитный диполь, $\omega = 2\pi f_0$, f_0 – частота зондирующей волны. Считая размерные величины $\frac{I^e l}{\omega}$, $\frac{I^m l}{\omega}$ постоянными, равными единице, вектор-моменты \bar{p}^e, \bar{p}^m можно характеризовать единичным вектором \bar{t}^0 ($\bar{p}^e \equiv \bar{p}^0$, $\bar{p}^m \equiv \bar{p}^0$).

Система (1) представляет собой систему неоднородных ИУ Фредгольма 2-го рода (типа Мюллера [3, 7]). Ядра уравнений имеют особенность при совпадении точек наблюдения и интегрирования \bar{Q}_0 и \bar{Q} . Однако, как показано в работах [5, 6], поверхностные интегралы в (1) ограничены при \bar{Q}_0 , находящейся на поверхности S , и система (1) может быть решена численно.

Для этого поверхность диэлектрического объекта аппроксимируется участками трехосных эллипсоидов и дискретизируется. В результате поверхность S представляется в виде совокупности N электрически малых элементарных участков s_n ($n = \overline{1, N}$), на которых плотности токов считаются постоянными \bar{J}_n^e, \bar{J}_n^m и могут быть вынесены за знак

интеграла. В результате 1-ое уравнение системы (1) представляется в виде:

$$\bar{p}_{2n_0}^0 \cdot \bar{J}_{n_0}^m (\epsilon_3 + \epsilon_1) - 2\epsilon_3 \bar{p}_{1n_0}^0 \cdot \bar{E}_{n_0}^0 = \frac{2}{i\omega} \times \sum_{n=1}^N \left(\bar{J}_n^m \int_{s_n} \Delta \bar{H}^e(\bar{p}_{1n_0}^0) ds_Q + \epsilon_0^{-1} \bar{J}_n^e \int_{s_n} \Delta \bar{D}^e(\bar{p}_{1n_0}^0) ds_Q \right), \quad (10)$$

где $n_0 = \overline{1, N}$, $n = \overline{1, N}$ – индексы точки наблюдения и интегрирования соответственно. Аналогично (10) дискретизируются все уравнения системы (1).

Для вычисления поверхностных интегралов по элементам s_n применяется алгоритм, аналогичный применяемому для решения ИУ магнитного поля в случае идеально проводящего объекта [9]. Элемент поверхности s_{n_0} , содержащий особую точку, представляется в виде совокупности N_0 участков

$$s_{n_0} = \sum_{g=1}^{N_0} s_g.$$

Участки s_g , лежащие вне малой окрестности особой точки s_0 , для которых выполняется условие $k_1 \rho_{0g} > \gamma_0$ (ρ_{0g} – расстояние между центром s_{n_0} (\bar{Q}_{n_0}) и центром s_g ; величина $\gamma_0 = 0,01$ определена по результатам вычислений для объектов простой формы) составляют поверхность s_{n_0} , по которой интеграл вычисляется численным методом с помощью составной квадратурной пятиточечной формулы Гаусса [10]. Интеграл по малой окрестности особой точки s_0 , включающей участки s_g , для которых $k_1 \rho_{0g} \leq \gamma_0$ приближенно считается равным нулю. Интегралы по элементам s_n не содержат особенности и вычисляются также с помощью составной пятиточечной формулы Гаусса.

Такой подход обеспечивает более точное решение системы ИУ (1) при меньшем числе узлов тока на поверхности по сравнению с алгоритмом, предложенным ранее в работах [5, 6], согласно которому вместо поверхностных интегралов, аналогичных входящим в (10), использовались значения разностей составляющих полей диполей (2)-(5), взятые в центре каждого элемента s_n .

После того, как плотности эквивалентных токов найдены, составляющие ЭМП, рассеянного диэлектрическим объектом, при $\bar{Q}_0 \in V_1 \setminus S$ могут быть найдены следующим образом:

$$\begin{cases} i\omega \bar{p}^{np} \cdot (\bar{E}(\bar{Q}_0) - \bar{E}^0(\bar{Q}_0)) = \\ = \int_S (\Delta \bar{H}^e(\bar{p}^{np}) \cdot \bar{J}^m(\bar{Q}) + \epsilon_0^{-1} \Delta \bar{D}^e(\bar{p}^{np}) \cdot \bar{J}^e(\bar{Q})) ds_Q, \\ -i\omega \bar{p}^{np} \cdot (\bar{H}(\bar{Q}_0) - \bar{H}^0(\bar{Q}_0)) = \\ = \int_S (\Delta \bar{H}^m(\bar{p}^{np}) \cdot \bar{J}^m(\bar{Q}) + \Delta \bar{E}^m(\bar{p}^{np}) \cdot \bar{J}^e(\bar{Q})) ds_Q. \end{cases} \quad (11)$$

С помощью леммы Лоренца могут быть получены математические соотношения, аналогичные (1) и (11), для расчета ЭМП, рассеянного диэлектрическим объектом, с учетом влияния границы раздела диэлектрических сред. В этом случае лемма Лоренца применяется к искомому полю и ЭМП диполей, учитывающих наличие границы раздела этих сред [11, 12]. Выражения для составляющих полей таких вспомогательных диполей с учетом границы раздела громоздки и в настоящей статье не приводятся. Алгоритм вычисления составляющих полей диполей в присутствии границы раздела предложен в статье [13].

На основе приведенных соотношений (1)-(11) создан алгоритм численного расчета. В следующем разделе демонстрируется пример применения разработанного алгоритма для оценки характеристик рассеяния диэлектрического цилиндра.

2. Пример расчета характеристик рассеяния диэлектрического объекта

В качестве примера приведем результаты расчета ЭПР σ диэлектрического цилиндра с проницаемостью $\epsilon_2 = 2,5 + i0,1$, высотой $h = 2,76 \lambda_0$ и радиусом основания $r = 0,216 \lambda_0$. Поверхность цилиндра имеет, как гладкие участки, так и ребра, поэтому цилиндр весьма интересен при исследовании точностных характеристик разработанного алгоритма. При расчетах плотности токов вычислялись в 1200 точках поверхности. На рис. 2 изображены зависимости моноэлектрической ЭПР цилиндра от угла облучения. Угол $\theta = 0$ соответствует облучению вдоль оси цилиндра, а $\theta = 90$ град. перпендикулярно ей. ЭПР рассчитана при Е-поляризации (вектор \bar{E} лежит в плоскости, образованной осью цилиндра и вектором, указывающим направление облучения) и Н-поляризации (вектор \bar{E} перпендикулярен оси цилиндра).

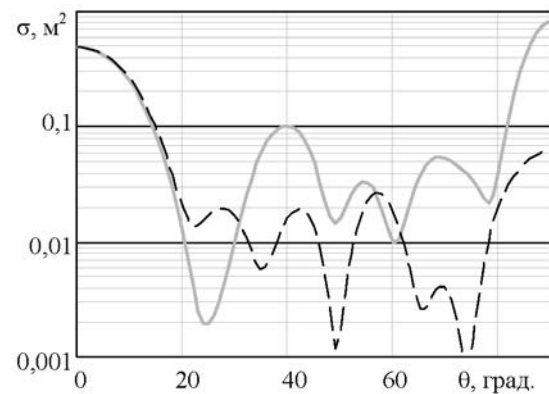


Рис. 2. Зависимость моноэлектрической ЭПР цилиндра от угла облучения (серая сплошная линия – Е-поляризация, черная штриховая – Н-поляризация)

Проведенные исследования показывают, что результаты расчетов, полученные с помощью разработанного алгоритма, хорошо совпадают с данными, полу-

ченними другими методами, наприклад с помощью программы FEKO [14]. Но при этом для достижения точности 1-3% созданный алгоритм требует меньшее количество узлов тока, позволяет сократить время вычислений, что особенно важно при вычислении характеристик рассеяния объектов сложной формы.

Выводы

В статье приведены основные расчетные соотношения для вычисления характеристик рассеяния диэлектрических объектов резонансных размеров. Метод позволяет рассчитывать характеристики рассеяния указанных объектов, в том числе с учетом влияния границы раздела диэлектрических сред.

Метод предназначен для исследования характеристик вторичного излучения диэлектрических элементов конструкции антенных систем, летательных аппаратов, а также бескорпусных и пластиковых мин, установленных в почве или на ее поверхности. Разработанный метод основан на решении системы поверхностных неоднородных ИУ 2-го рода (типа Мюллера) и позволяет минимизировать необходимое число узлов, в которых ищутся плотности эквивалентных электрического и магнитного токов по сравнению с известными методами, что приводит к уменьшению времени счета.

В дальнейшем планируется использовать разработанный метод для расчета характеристик рассеяния комбинированных объектов, содержащих металлические и диэлектрические элементы конструкции.

Список литературы

1. Васильев Е.Н. Возбуждение тел вращения / Е.Н. Васильев. – М.: Радио и связь, 1987. – 272 с.
2. Дмитриев В.И. Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики / В.И. Дмитриев, Е.В. Захаров; учеб. пособие. – М.: МГУ, 1987. – 167 с.
3. Harrington R.F. Boundary Integral Formulations for Homogeneous Material Bodies / R.F. Harrington // *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*. – 1989. – Vol. 3, No 1. – P. 1-15.

4. Самохин А.Б. Интегральные уравнения и итерационные методы в электромагнитном рассеянии / А.Б. Самохин. – М.: Радио и связь, 1998. – 160 с.

5. Сухаревский О.И. Рассеяние электромагнитных волн подповерхностными объектами резонансных размеров / О.И. Сухаревский, Г.С. Залевский // *Радиофизика и радиоастрономия*. – 1998. – Т. 3, № 1. – С. 37-42.

6. Фундаментальные и прикладные задачи теории рассеяния электромагнитных волн / Ю.К. Сиренко, И.В. Сухаревский, О.И. Сухаревский, Н.П. Яшина. – X. : Крок, 2000. – 344 с.

7. Su Yan. Improving the Accuracy of the Second-Kind Fredholm Integral Equations by Using the Buffa-Christiansen Functions / Su Yan, Jian-Ming Jin, Zaiping Nie // *IEEE Transactions on Antenna and Propagations*. – 2011. – Vol. 59, No 4. – P. 1299-1310.

8. Залевский Г.С. Метод радиолокационного обнаружения и идентификации металлических и диэлектрических объектов резонансных размеров, расположенных в диэлектрической среде / Г.С. Залевский, А.В. Музыченко, О.И. Сухаревский // *Известия вузов. Радиоэлектроника*. – 2012. – Т. 55, № 9. – С. 11-25.

9. Zalevsky G.S. Secondary Emission Characteristics of Resonant Perfectly Conducting Objects of Simple Shape / G.S. Zalevsky, O.I. Sukharevsky // *Proc. of Int. Conf. on Antenna Theory and Techniques, ICATT'13. Odessa, Ukraine. 16-20 Sept. 2013. Ukraine. Odessa, Ukraine*. – 2013. – P. 145-147.

10. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Наука, 1987. – 600 с.

11. Зоммерфельд А. Дифференциальные уравнения в частных производных физики / А. Зоммерфельд; пер. с нем. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1950. – 456 с.

12. Вычислительные методы и программирование. III сб. работ ВЦ МГУ / Под ред. В.В. Воеводина, А.Д. Горбунова, Г.П. Климова, А.Г. Свешикова. – М.: МГУ, 1965. – 546 с.

13. Залевский Г.С. Метод расчета характеристик вторичного излучения наземных радиолокационных объектов резонансных размеров / Г.С. Залевский, О.И. Сухаревский // *Система озброєння і військова техніка*. – 2014. – № 1(37). – С. 112-121.

14. FEKO Comprehensive Electromagnetic Solutions. The Complete Antenna Design and Placement Solution [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.feko.info>.

Поступила в редколлегию 16.05.2014

Рецензент: д-р техн. наук, с.н.с. В.А. Василец, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

МЕТОД РОЗРАХУНКУ ХАРАКТЕРИСТИК РОЗСІЮВАННЯ ДІЕЛЕКТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ РЕЗОНАНСНИХ РОЗМІРІВ

Г.С. Залевський

Розглядається метод чисельного розрахунку характеристик вторинного випромінювання діелектричних об'єктів резонансних розмірів, у якості яких можуть розглядатися окремі елементи конструкції антенних систем і літальних апаратів, а також бескорпусні або пластикові міни. Метод заснований на розв'язанні системи неоднорідних інтегральних рівнянь 2-го роду. Ядрами рівнянь є електромагнітні поля електричного і магнітного диполів. Наведено основні розрахункові співвідношення, що використовуються у створеному алгоритмі чисельного розрахунку. Демонструються результати розрахунку ефективної поверхні розсіювання діелектричного циліндра на двох поляризаціях.

Ключові слова: вторинне випромінювання, діелектричний об'єкт, ефективна поверхня розсіювання, інтегральне рівняння.

METHOD FOR CALCULATION OF SCATTERING CHARACTERISTICS OF DIELECTRIC OBJECTS OF RESONANT SIZES

G.S. Zalevsky

Method for calculation secondary radiation characteristics of dielectric objects with resonant sizes is considered. Special elements of antenna system constructions and aircrafts, and also unpackaged or plastic mines can be considered as such objects. Method is based on solving of the system of a heterogeneous integral equations of the 2nd kind. The kernels of equations are the electromagnetic fields of electric and magnetic dipoles. Basic formulae used in developed calculation algorithm are presented. Results of calculation of radar cross section of dielectric cylinder are demonstrated for two polarizations.

Keywords: dielectric object, integral equation, radar cross section, secondary radiation.