

УДК 621.391

К.С. Васюта, А.Н. Барсуков, С.В. Озеров, Ф.Ф. Зоц

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

### ФРАКТАЛЬНАЯ МОДУЛЯЦИЯ В РАДИОСВЯЗИ

В статье проанализированы свойства “фрактальной модуляции” и показана возможность ее применения для передачи информационных сообщений в несколько потоков в разных частотно-временных масштабах. Показано, что применение “фрактальной модуляции” существенно искажает информационное сообщение, которое трудно обнаруживается при несанкционированном доступе.

**Ключевые слова:** дискретное вейвлет-преобразование, гомогенный сигнал, фрактальная модуляция.

#### Введение

Известно, что фрактальные сигналы в системах передачи данных применяются достаточно давно, однако еще не достаточно изучено применение систем связи основанных на свойствах фрактальных сигналов в сложной электромагнитной обстановке. Поэтому, актуальной является задача передачи непрерывной или дискретной последовательности данных на фрактальной несущей по зашумленному и ненадежному, непрерывному по амплитуде и времени каналу радиосвязи, когда полоса пропускания или параметры длительности канала известны априорно или совсем не известны, например, каналы с замираниями или преднамеренными помехами.

**Целью работы** является обоснование возможности применения фрактальных преобразований (модуляции) сигналов для скрытой передачи цифровых сообщений в канале связи.

#### Основная часть

Рассмотрим возможность модуляции сигнала дискретным вейвлет-преобразованием, опираясь на результаты работ [1 – 3].

Опишем дискретное вейвлет-преобразование для сигнала  $x(t)$  следующим образом:

$$x_{m,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\psi_{m,k}(t)dt, \quad (1)$$

где  $\psi(t)$  – вейвлет-функция,  $x_{m,k}$  вейвлет-коэффициенты [3]. Тогда обратное дискретное вейвлет-преобразование будет иметь вид:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_{m,k} \Psi_{m,k}(t). \quad (2)$$

Для увеличения скорости такого преобразования используется быстрый алгоритм *Mallet's* [3]. При этом вейвлет-коэффициент  $m$  может быть выражен в масштабе  $m+1$  при помощи:

$$a_{m,k} = \sum_1 h[1-2k] a_{m+1,l}, \quad (3)$$

$$x_{m,k} = \sum_1 g[1-2k] a_{m+1,l}, \quad (4)$$

где  $h(n)$  и  $g(n)$  – понижающий и повышающий фильтры соответственно. На рис. 1 иллюстрируется реализация алгоритма быстрого дискретного вейвлет преобразования сигнала.

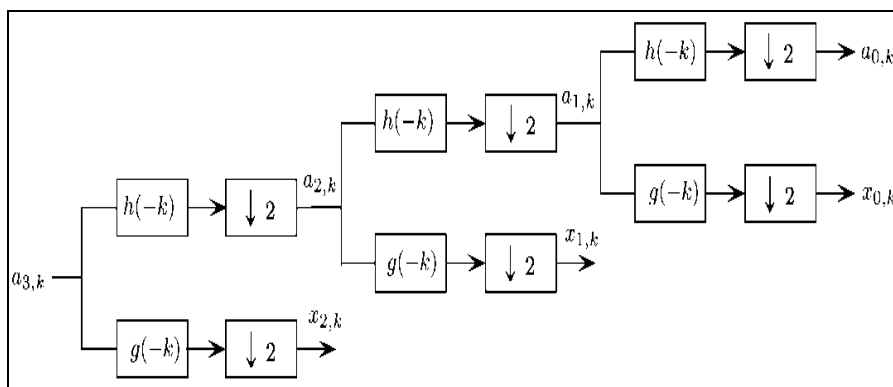


Рис. 1. Алгоритм вычисления дискретного вейвлет-преобразования

Восстановление масштабных коэффициентов  $a_{m+1,k}$  осуществляется следующим образом:

$$a_{m+1,k} = \sum_1 h[k-2l] a_{m,l} + g[k-2l] x_{m,l}. \quad (5)$$

Выражение (5) позволяет осуществить инверсное дискретное вейвлет-преобразование. На рис. 2 приведен алгоритм, реализующий инверсное дискретное вейвлет преобразование набором синтезирующих фильтров.

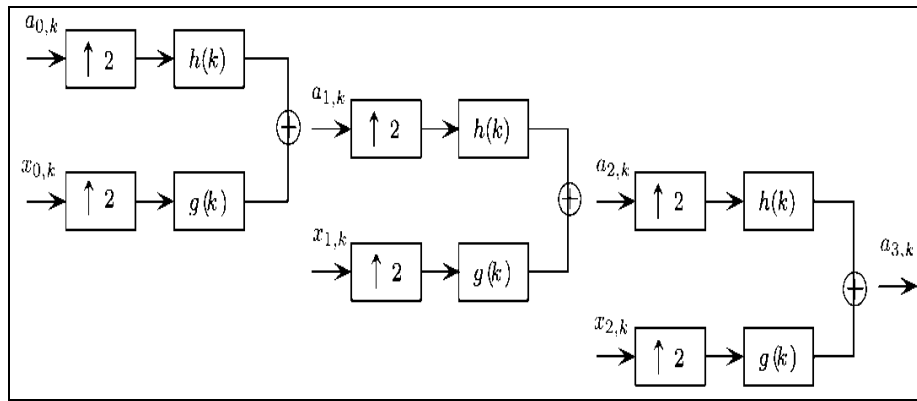


Рис. 2. Алгоритм вычисления инверсного дискретного вейвлет-преобразования

Понятие “фрактальная модуляция” основано на свойствах и характеристиках однородных (однородных) сигналов. Авторы *Wornell* и *Oppenheim* в работе [4] первыми отметили, что процессы с самоподобными свойствами наблюдаются в случайных физических явлениях, более того самоподобные процессы сохраняют свои характеристики, изменяясь во времени. Показано, что автокорреляционная функция таких процессов, обладает свойством масштабной инвариантности в пределах амплитудного множителя. Кроме того, в работе показано, что свойством самоподобия (масштабной инвариантности характеристик) обладают и детерминированные процессы, которые являются инвариантными в пределах амплитудного множителя при произвольном масштабировании во времени.

Таким образом, однородный, изменяющийся во времени сигнал  $x(t)$ , является самоподобным сигналом, соответствующим детерминированному свойству масштабной инвариантности:

$$x(t) = 2^{-nH} x(2^n t), \quad (6)$$

для любого целого  $n$ , коэффициент  $H$  – масштабирующий коэффициент самоподобия (показатель Херста). Этот класс сигналов целесообразно использовать для “фрактальной модуляции”. В [4] показано, что однородные сигналы могут быть применены для модуляции формы сигналов в каналах связи с неизвестной длительностью и пропускной способностью. Такие сигналы легко восстанавливаются на коротком интервале наблюдения при заданной пропускной способности системы передачи данных. Однородные сигналы могут быть легко получены через вейвлет-преобразование.

Ортогональное вейвлет-преобразование сигнала  $x(t)$  описывается с точки зрения уравнений синтеза [5] как (1), (2). Основные функции ортогонального вейвлет-преобразования связаны согласно:

$$\psi_{m,k}(t) = 2^{m/2} \psi(2^m t - k), \quad (7)$$

где  $\psi(t)$  представляет базовую вейвлет-функцию, а  $m, k$  – индексы расширения и преобразования со-

ответственно [5 – 9]. Когда  $x(t)$  – однородный сигнал, из выражения (1) следует, что вейвлет-коэффициенты принимают форму:

$$x_{m,k} = \beta^{-m/2} x_{0,k}, \quad (8)$$

где  $\beta = 2^{2H+1}$ . Принимая,  $q[k]$  за  $x_{0,k}$  (чтобы встроить информационную последовательность в сигнал), выражение (2) принимает вид:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \beta^{-m/2} q[k] \psi_{m,k}(t). \quad (9)$$

Из выражения (8) следует, что  $x(t)$  полностью определен с точки зрения  $q[k]$ , которая является генерированной последовательностью для однородного сигнала  $x(t)$ . Частотно-временной портрет однородного сигнала, показан на рис. 3. Синтез однородных сигналов выполняется путем репликации последовательности  $q[k]$  в представление каждого масштаба (7), с точки зрения ортогонального вейвлет-базиса [10, 11].

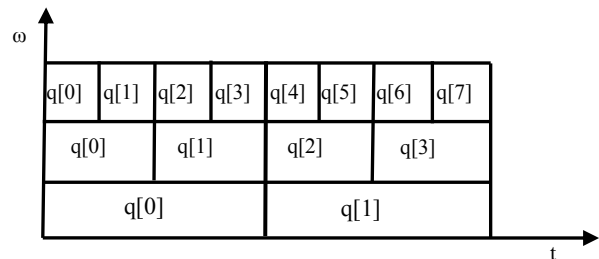


Рис. 3. Частотно-временной портрет однородного сигнала (при  $H=1/2$ )

Для реализации алгоритма внесения информационной последовательности  $q[k]$  в однородный сигнал  $x(t)$  достаточно использовать  $q[k]$  как коэффициент расширения в самоподобном ортонормированном вейвлет-преобразовании

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \beta^{-m/2} q[k] \psi_{m,k}(t). \quad (10)$$

Из уравнения (10) следует, что умножая данные  $q[k]$  на  $\beta^{-m/2}$ , а затем, модулируя их на группу

ортогональных базовых вейвлет-функций, можно создать детерминированный самоподобный сигнал  $x(t)$ , который является фрактальным. Такой вид преобразования фрактального сигнала называется “фрактальная модуляция”.

На рис. 4 в верхней части показана выборка белого шума, который демонстрирует статистическое самоподобие, а в нижней части – переданный детерминированный самоподобный сигнал  $x(t)$  с фрактальной модуляцией.

Результаты показывают эффективный способ встраивания потока символов  $q[k]$  в гомогенный сигнал  $x(t)$ . Такой подход – основа фрактальной модуляции [12].

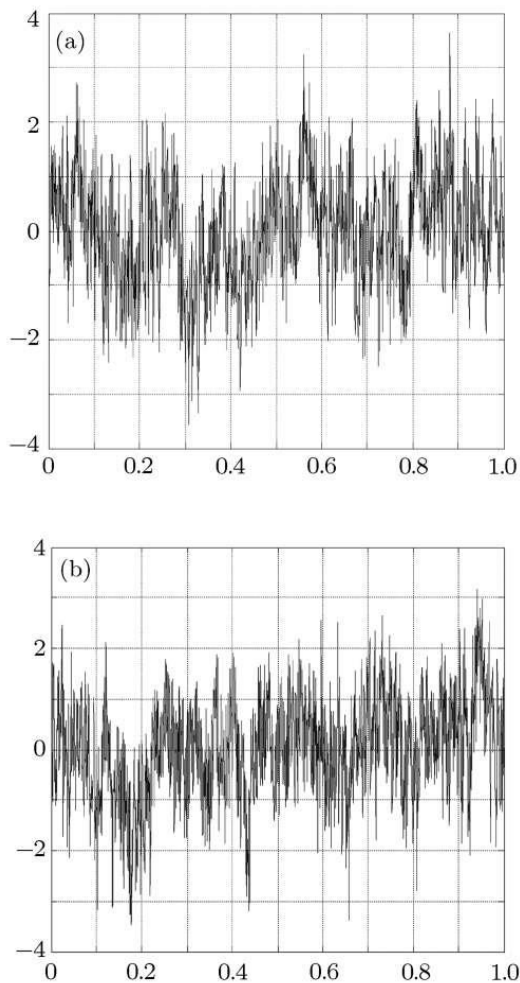


Рис. 4. Белый шум(а) и гомогенный сигнал с фрактальной модуляцией (b)

Рис. 5 иллюстрирует частотно-временной портрет фрактальной модуляции сигнала. Из анализа рисунка следует, что одно и то же сообщение передается в полосе частот на множестве потоков одновременно.

Такая характеристика получена из теории вейвлетов [3] и известна как многоскоростное разнообразие.

Многоскоростное разнообразие является важной характеристикой фрактальной модуляции, одно и то же сообщение передается в нескольких частотно-временных масштабах, в нескольких потоках одновременно, то есть многомасштабный синтез – принципиальное отличие метода “фрактальной модуляции” от других методов модуляции.

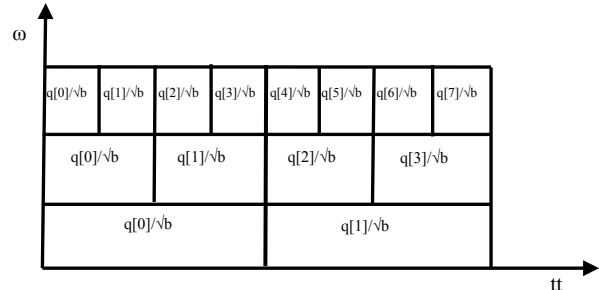


Рис. 5. Частотно-временной портрет переданного сигнала с фрактальной модуляцией (при  $H=1/2$ )

В выражении (10) значение индекса  $m$  – бесконечно, поэтому это не осуществимо на практике. Модуляция возможна в ограниченном диапазоне,  $\mu = [M_L, M_{L+1}, \dots, M_U]$  – диапазон  $m$ , который имеет конечное значение. Такой вид модуляции имеет два преимущества.

Во-первых, фрактальная модуляция делит спектр передачи на несколько полос, так что информация передается с разной скоростью в разных диапазонах частот.

Соответственно, при помощи “фрактальной модуляции”, возможно передавать и принимать сигналы с разной скоростью, при любой комбинации пропускной способности каналов передачи, чьи характеристики иногда не достаточно известны передающей стороне (например, замирание каналов, множественный доступ и т.п.). Во-вторых, путем выбора необходимых значений масштабного коэффициента, пропускная способность приводится к требованиям канала и системы связи, что делает систему связи более адаптивной к электромагнитной обстановке.

В выражении (10) информационная последовательность имеет бесконечную длину. Это не достижимо на практике, так как длина сообщения ограничена фактической модуляцией. В таком случае длина  $q[k]=L$ , то есть  $q[k]=0, k>0, k>L-1$ . В то же время для того, чтобы эффективно использовать частотный диапазон последовательность  $q[k]$  будет периодически встраиваться:

$$x(t) = \sum_{m \in \mu} \sum_k \beta^{-2} q[k \bmod L] \psi_{m,k}(t), \quad (11)$$

если считать  $q = \{q[0]q[1]...q[L-1]\}$ .

Использование этого свойства фрактальной модуляции позволяет не только принимать сигнал на различных скоростях, но и дает возможность в выборе времени начала приема. Приемник может динамически выбирать соответствующую скорость и пропускную способность исходя из электромагнитной обстановки. Этот метод передачи сигнала (периодической передачи) использует все преимущества частотно-временной локализации вейвлета. Таким образом, можно использовать приемники с различными частотными диапазонами, чтобы получить информацию в различные периоды времени. Для низкочастотных приемников требуется узкая полоса пропускания, но и более длительное время приема. Для высокочастотного приемника необходима широкая полоса частот, но и время приема может быть сокращено. Кроме того, такой способ передачи сигнала дает возможность проектировать и применять приемные устройства с временным и частотным разделением каналов.

### Выводы

Таким образом, в работе показаны особенности фрактальной модуляции и возможность применения преобразованного гомогенного сигнала для передачи информационных сообщений в несколько потоков в разных частотно-временных масштабах. Это, в свою очередь, дает возможность принимать информационное сообщение на различных скоростях и в определенное время приема. Кроме того, применение “фрактальной модуляции” существенно искажает информационное сообщение, которое трудно обнаружить при несанкционированном доступе. Это свойство повышает помехозащищенность (скрытность) системы связи и развивает стеганографические методы передачи и хранения информации.

### ФРАКТАЛЬНА МОДУЛЯЦІЯ В РАДІОЗВ'ЯЗКУ

К.С. Васюта, А.Н. Барсуков, С.В. Озеров, Ф.Ф. Зоц

*В статті проаналізовані властивості "фрактальної модуляції" показана можливість її застосування для передачі інформаційних повідомлень в декілька потоків в різних частотно-тимчасових масштабах. Показано, що застосування "фрактальної модуляції" істотно спотворює інформаційне повідомлення, яке важко виявляється при несанкціонованому доступі.*

**Ключові слова:** дискретне вейвлет – перетворення, фрактальна модуляція, гомогенний сигнал.

### FRactal Modulation in the Radio Communication

K.S. Vasuta, A.N. Barsukov, S.V. Ozerov, F.F. Zots

*The properties of "fractal modulation" are analysed in article, and possibility of its application for transfer of information reports to some streams to the different frequency- time scales is shown. It is shown that application of "fractal modulation" essentially distorts the report of information which is difficultly found out at unapproved access.*

**Keywords:** discrete wavelet transforms, a homogeneous signal, fractal modulation.

### Список литературы

1. Mallet S G *Trans. Pattern Anal. Machine Intell / Mallet S G // 1989 - IEEE PAMI-11 674.*
2. Daubechies I *Commun. Pure Appl. Math / Daubechies I // 1988 – 41 909.*
3. Daubechies I *Ten Lectures on Wavelets / Daubechies I // Philadelphia: SIAM Pub, 1992. – P. 53.*
4. Wornell G.W. and Oppenheim *Trans. on Information Theory / Wornell G W and Oppenheim // A V- 1992 – IEEE 38785.*
5. Grossman A. and Morlet *Mathemat. Analysis/ Grossman A and Morlet // J 1984 - SIAM J. 15 723.*
6. Haar A. *Math. Ann. / Haar A. // 1990-69 331.*
7. Strang G. / *G Strang // 1994 – American Scientist – 82250.*
8. Strang G. *SIAM / Strang G // 1989 – American Scientist SIAM Rev. – 31 614.*
9. Strang G. *Wavelets and Filter Banks / G. Strang and T.Q. Nguyen. – 1996-Wellesley, MA: Wellesley-Cambridge. – 235 p.*
10. Mallet S.G. *Trans. Pattern Anal. Machine Intell / S.G. Mallet // 1989 – IEEE PAMI-11674.*
11. Mallet S.G. *Trans. Am. Math. Soc / S.G. Mallet // 1989 – 315 69.*
12. Yuan Yong, Shi Si-hong *Multirate diversity strategy of fractal modulation / Yuan Yong, Shi Si-hong // Chin. Phys. – 2011. – Vol. 20. – No 4. – 040509.*

Поступила в редколлегию 20.07.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук проф. П.Ю. Костенко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.