

УДК 535.231.6 : 621.362 : 536.2

О.Е. Марыкивский

Институт радиопрофики и электроники НАН Украины, Харьков

## РАСЧЕТ ЭКВИВАЛЕНТНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ КОНСТРУКТИВНОГО ЭЛЕМЕНТА МИКРОПРОВОЛОЧНОГО ПРИЕМНИКА ПРОХОДЯЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ – ДВУХСЛОЙНОГО ЦИЛИНДРА

*В статье рассмотрен расчет эквивалентного коэффициента теплопроводности двухслойного цилиндра, являющегося конструктивным элементом микропроволочного термоэлектрического приемника проходящего излучения. Приведены рассчитанные значения для ряда параметров двухслойных цилиндров. Полученные результаты будут полезны при расчете тепловых характеристик любых конструктивных элементов, имеющих двухслойную структуру.*

### двухслойный цилиндр, микропроволочный термоэлектрический приемник

Для приведенных в [1] экспериментальных зонных характеристик микропроволочных приемников проходящего излучения наблюдается различие в поведении зонной характеристики на участках только микропровода термодпары и микропровода с термоэлектрическим покрытием соответственно. Это объясняется различными коэффициентами теплопроводности этих ветвей микропроволочного преобразовательного элемента (ПЭ). Поэтому возникает необходимость вычисления эквивалентного коэффициента теплопроводности двухслойного цилиндра, которым представлена одна ветвь микропроволочного приемника излучения. Решение этой задачи имеет практическое значение для расчетов температурных режимов активных элементов жидкостных лазеров, элементов криогенной техники и т.п.

На рис. 1 изображен ПЭ в виде двухслойного цилиндра конечной длины  $l$  в системе цилиндрических координат  $r$  и  $z$ .

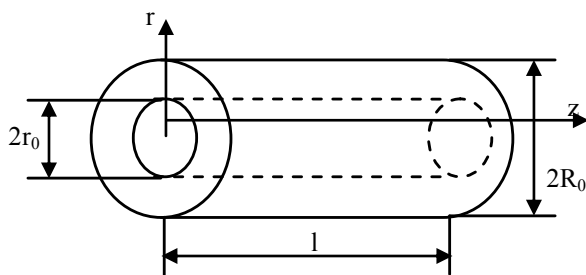


Рис. 1. Схематическое изображение двухслойной части ПЭ

Наружная оболочка цилиндра имеет коэффициент теплопроводности  $K_e$  и коэффициент теплообмена с окружающей средой  $h$ , а внутренний стержень характеризуется коэффициентом теплопроводности  $K_i$ . Через торцевую стенку двухслойного цилиндра с координатой  $z=0$  поступает тепловой поток  $Q$ . Другой конец цилиндра при  $z=l$  находится при температуре окружающей среды. Задача является двумерной, так как необходимо найти рас-

пределение температуры по координатам  $r$  и  $z$ . Кроме того, рассматривается установившийся режим, т.е. задача стационарная.

Уравнение теплопроводности в цилиндрической системе координат записывается в виде [2, 3]

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{1}{r} * \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} = 0, \quad (1)$$

где  $z \in [0, l]$ ,  $r \in [r_0, R_0]$ .

Граничные условия уравнения (1)

$$U|_{z=l, \forall r} = U_0; K_e \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right) |_{z=0, \forall r} = Q.$$

Введем безразмерные величины

$$\frac{r}{R_0} = x; \quad \frac{z}{l} = y; \quad \frac{U}{U_0} = v,$$

где  $x \in \left[ \frac{r_0}{R_0}, 1 \right]$ ;  $y \in [0, 1]$ .

В принятых обозначениях

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\partial U}{\partial y} * \frac{\partial y}{\partial z} = \frac{1}{l} * \frac{\partial U}{\partial y}; \quad \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} = \frac{1}{l^2} * \frac{\partial^2 U}{\partial y^2};$$

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x} * \frac{\partial x}{\partial r} = \frac{1}{R_0} * \frac{\partial U}{\partial x}; \quad \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} = \frac{1}{R_0^2} * \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}.$$

В безразмерных координатах, т.е. при новых переменных  $x$  и  $y$  уравнение (1) принимает вид

$$\frac{1}{l^2} * \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{1}{x * R_0^2} * \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{R_0^2} * \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0. \quad (2)$$

Граничные условия для уравнения (2) с учетом введенных безразмерных величин

$$V|_{y=1} = 1, K_e * \frac{U_0}{l} * \frac{\partial V}{\partial y} = Q \text{ или } \frac{\partial V}{\partial y} |_{y=0} = \frac{Q * l}{K_e * U_0}. \quad (3)$$

Уравнение (2) стационарное, справедливое для всей рассматриваемой области. Решаем уравнение (2) для внешнего цилиндра. Ищем решение уравнения в виде

$$V = 1 + \frac{Q * l}{K_e * U_0} * (y - 1) + Y(y) * X(x). \quad (4)$$

Подставляя (4) в (2), получаем

$$\frac{1}{l^2} * \frac{Y''(y)}{Y(y)} + \frac{1}{X(x) * R_0^2} * \frac{X'(x)}{X(x)} + \frac{1}{R_0^2} * \frac{X''(x)}{X(x)} = 0. \quad (5)$$

Это равенство выполняется в том случае, если

$$\frac{1}{l^2} * \frac{Y''(y)}{Y(y)} = \text{const};$$

$$\frac{1}{X(x) * R_0^2} * \frac{X'(x)}{X(x)} + \frac{1}{R_0^2} * \frac{X''(x)}{X(x)} = \text{const}.$$

Тогда можно записать

$$\frac{1}{l^2} * \frac{Y''(y)}{Y(y)} = -\mu^2 \text{ или } Y''(y) + \mu^2 * l^2 * Y(y) = 0. \quad (6)$$

Величина  $\mu$  не может принимать положительные значения, так как при этом решение уравнения (4) не удовлетворяет заданным граничным условиям.

Решение уравнения (6) имеет вид

$$Y(y) = A_1 * \cos(\mu * l * y) + B_1 * \sin(\mu * l * y). \quad (7)$$

Подставляя в (7) граничные условия (3), получаем систему уравнений:

$$A_1 * \cos(\mu * l) + B_1 * \sin(\mu * l) = 0 |_{y=1};$$

$$-A_1 * \mu * l * \sin(\mu * l * y) + B_1 * \mu * l * \cos(\mu * l * y) = 0 |_{y=0}.$$

Равенство нулю второго уравнения системы выполняется только когда  $B_1 = 0$ , так как  $\cos(\mu * l * y) \neq 0$  при  $y = 0$ .

Следовательно, уравнение (7) принимает вид

$$A_1 * \cos(\mu * l * y) = 0.$$

Решения этого уравнения:

$$\mu_k = \frac{2 * K + 1}{l} * \frac{\pi}{2}, \quad K = 0, 1, 2, \dots$$

Таким образом, уравнение (7) запишется в виде

$$Y(y) = A_1 * \cos(\mu_k * l * y).$$

Уравнение  $X(x)$  с учетом (5) и (6) выразится следующим образом:

$$\frac{1}{X(x) * R_0^2} * \frac{X'(x)}{X(x)} + \frac{1}{R_0^2} * \frac{X''(x)}{X(x)} = \mu_k^2$$

или

$$X''(x) * X^2(x) + X'(x) * X(x) - \mu_k^2 * X_k^2 * R_0^2 * X(x) = 0. \quad (8)$$

Решение уравнения (8) проведем так, как это сделано в [4].

Обозначим  $i * \mu * X(x) * R_0 = \xi$ , тогда

$$X'(x) = X'_\xi * \xi'_{x'} = i * \mu_k * R_0 * X'_\xi;$$

$$X''(x) = X''_{\xi\xi} * (i * \mu_k * R_0)^2 = -\mu_k^2 * R_0^2 * X''_{\xi\xi}.$$

Подставляя данные выражения в (8), получим

$$-\mu_k^2 * R_0^2 * X''_{\xi\xi} * \frac{\xi^2}{-\mu_k^2 * R_0^2} + \frac{\xi}{i * \mu_k * R_0} * i * \mu_k * R_0 * X'_\xi + \frac{\mu_k^2 * R_0^2 * \xi^2}{\mu_k^2 * R_0^2} * X = 0$$

$$\text{или } \xi^2 * X''_{\xi\xi} + \xi * X'_\xi + \xi^2 * X = 0.$$

Полученное выражение – уравнение Бесселя.

Его решение [5]

$X_k = C'_k * I_0(i * \mu_k * R_0 * x) + D'_k * N_0(i * \mu_k * R_0 * x)$ , где  $I_0$  и  $N_0$  – функции Бесселя и Неймана соответственно.

Итак, для внешнего цилиндра решение уравнения (2) имеет вид

$$V = 1 + \frac{Q * l}{K_e * U_0} * (y - 1) + \sum_{k=0}^{\infty} [C_k * I_0(i * \mu_k * R_0 * x) + D_k * N_0(i * \mu_k * R_0 * x)] * \cos(\mu_k * l * y), \quad (9)$$

где  $C_k = C'_k * A_1$ ;  $D_k = D'_k * A_1$ .

Следующим этапом является нахождение коэффициентов  $D_k$  и  $C_k$ .

Граничное условие (3) можно преобразовать к виду

$$K_e * \frac{\partial U}{\partial r} = h * (U - U_0) |_{r=R_0},$$

или

$$K_e * \frac{1}{R_0} * \frac{\partial U}{\partial x} = h * (U - U_0) |_{x=1};$$

$$K_e * \frac{U_0}{R_0} * \frac{\partial V}{\partial x} = h * (V * U_0 - U_0) |_{x=1},$$

или

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{h * R_0}{K_e} * (V - 1) |_{x=1}. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (9), получаем

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left[ C_k * \frac{dI_0(i * \mu_k * R_0 * x)}{dx} + D_k * \frac{dN_0(i * \mu_k * R_0 * x)}{dx} \right] \cos(\mu_k * l * y) = \frac{h * R_0 * l * Q}{U_0 * K_e^2} * \left\{ \frac{Q * l}{K_e^2 * U_0} * (y - 1) + \sum_{k=0}^{\infty} [C_k * I_0(i * \mu_k * R_0 * x) + D_k * N_0(i * \mu_k * R_0 * x)] \right\} * \cos(\mu_k * l * y). \quad (11)$$

Так как равенство (11) справедливо для всех  $y \in [0, 1]$  и функции  $\cos(\mu_k * l * y)$  ортогональны, то, домножая левую и правую части равенства (11) на  $\cos(\mu_k * l * y)$  и интегрируя в пределах изменения от 0 до 1, перепишем (11) в виде

$$\frac{1}{2} * \left[ C_k * \frac{dI_0(i * \mu_k * R_0 * x)}{dx} + D_k * \frac{dN_0(i * \mu_k * R_0 * x)}{dx} \right] = \frac{h * R_0 * l * Q}{U_0 * K_e^2} * \int_0^1 (y - 1) * \cos(\mu_k * l * y) dy + \frac{h * R_0}{2 * K_e} * [C_k * I_0(i * \mu_k * l * y) + D_k * N_0(i * \mu_k * l * y)].$$

При этом

$$\int_0^1 (y - 1) * \cos(\mu_k * l * y) dy = -\frac{1}{(\mu_k * l)^2}.$$

Связь между коэффициентами  $C_k$  и  $D_k$  определится уравнением

$$C_k * \frac{dI_0(i * \mu_k * R_0 * x)}{dx} + D_k * \frac{dN_0(i * \mu_k * R_0 * x)}{dx} \Big|_{x=1} = \frac{2}{(\mu_k * l)^2} * \frac{h * R_0}{K_e} * [C_k * I_0(i * \mu_k * R_0) + D_k * N_0(i * \mu_k * R_0)]. \quad (12)$$

С учетом, что для функций Бесселя и Неймана выполняются условия [6]

$$\frac{d}{dz}(Z^{-\gamma} * Y_\gamma(z)) = -Z^{-\gamma} * Y(\gamma + 1),$$

запишем (12) в виде

$$\begin{aligned} & -(i * \mu_k * R_0) * C_k * I_1(i * \mu_k * R_0) - \\ & -(i * \mu_k * R_0) * D_k * N_1(i * \mu_k * R_0) = \\ & - \frac{2}{(\mu_k * l)^2} * \frac{h * R_0 * l * Q}{U_0 * K_e} + \frac{h * R_0}{K_e} * \\ & * [C_k * I_0(i * \mu_k * R_0) + D_k * N_0(i * \mu_k * R_0)]. \end{aligned} \quad (13)$$

Выражение (13) является одним из уравнений, необходимых для нахождения коэффициентов  $C_k$  и  $D_k$ .

Для внутреннего цилиндра решение уравнения (2) имеет вид аналогичный (9), но без функций Неймана, так как значение функции стремится к бесконечности при бесконечно малом  $r$ .

Таким образом, решение уравнения (2) для внутреннего цилиндра имеет вид

$$\begin{aligned} V^v &= 1 + \frac{Q * l}{K_i * U_0} * (y - 1) - \\ & - \sum_{k=0}^{\infty} F_k * I_0(i * \mu_k * R_0 * x) * \cos(\mu_k * l * y). \end{aligned}$$

При  $x = r_0 / R_0$ , т.е. на границе внутреннего и внешнего цилиндров, температуры одинаковы и поэтому можно записать  $V = V^v$  или

$$\begin{aligned} \frac{Q * l}{K_i * U_0} * (y - 1) + \sum_{k=0}^{\infty} F_k * I_0(i * \mu_k * r_0) * \cos(\mu_k * l * y) = \\ = \frac{Q * l}{K_i * U_0} * (y - 1) + \sum_{k=0}^{\infty} [C_k * I_0(i * \mu_k * r_0) + \\ + D_k * N_0(i * \mu_k * r_0)] * \cos(\mu_k * l * y), \end{aligned}$$

где  $D_k = f(C_k)$  и определится из (13).

Используя ортогональность функций  $\cos(\mu_k * l * y)$  для  $y \in [0, 1]$  получаем

$$F_k * I_0(i * \mu_k * r_0) = - \frac{2 * Q * l}{U_0} * \left( \frac{1}{K_e} - \frac{1}{K_i} \right) * \quad (14)$$

$$(\mu_k * l)^{-2} + C_k * I_0(i * \mu_k * r_0) + D_k * N_0(i * \mu_k * r_0).$$

Учитывая равенство потоков тепла при  $r = r_0$

$$K_e * (\partial V / \partial x) = K_i * (\partial V^v / \partial x),$$

запишем для  $x = r_0 / R_0$

$$\sum_{k=0}^{\infty} (i * \mu_k * R_0) * I_1(i * \mu_k * r_0) * F_k * \cos(\mu_k * l * y) * K_i =$$

$$\begin{aligned} = K_e * \left[ \sum_{k=0}^{\infty} (-i * \mu_k * R_0) * C_k * I_1(i * \mu_k * r_0) + \right. \\ \left. + (-i * \mu_k * R_0) * D_k * N_1(i * \mu_k * r_0) \right] * \cos(\mu_k * l * y). \end{aligned} \quad (15)$$

Используя (14) и (15), получаем

$$F_k = \frac{K_e}{K_i} * \left[ C_k + \frac{N_1(i * \mu_k * r_0)}{I_1(i * \mu_k * r_0)} * D_k \right];$$

$$F_k = C_k + \frac{N_0(i * \mu_k * r_0)}{I_0(i * \mu_k * r_0)} * D_k -$$

$$- \frac{2}{(\mu_k * l)^2} * \frac{Q * l}{U_0} * \left( \frac{1}{K_e} - \frac{1}{K_i} \right) * \frac{1}{I_0(i * \mu_k * r_0)}.$$

Из (13), (14) и (15) получаем

$$\begin{aligned} & C_k * K_e / K_i - 1 + \\ & + D_k * \left[ \frac{K_e}{K_i} * \frac{N_1(i * \mu_k * r_0)}{I_1(i * \mu_k * r_0)} - \frac{N_0(i * \mu_k * r_0)}{I_0(i * \mu_k * r_0)} \right] = \\ & = \frac{2 * Q * l}{(\mu_k * l)^2 * I_0(i * \mu_k * r_0) * U_0} * \left( \frac{1}{K_e} - \frac{1}{K_i} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Обозначим в выражении (16)

$$\alpha_k = \frac{K_e}{K_i} * \frac{N_1(i * \mu_k * r_0)}{I_1(i * \mu_k * r_0)} - \frac{N_0(i * \mu_k * r_0)}{I_0(i * \mu_k * r_0)}. \quad (17)$$

Обозначим в выражении (13)

$$\begin{aligned} \gamma_k &= \frac{h * R_0}{K_e} * I_0(i * \mu_k * R_0) + \\ & + (i * \mu_k * R_0) * I_1(i * \mu_k * R_0); \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \beta_k &= \frac{h * R_0}{K_e} * N_0(i * \mu_k * R_0) + \\ & + (i * \mu_k * R_0) * N_1(i * \mu_k * R_0). \end{aligned} \quad (19)$$

С учетом введенных обозначений (17), (18) и (19) можно записать систему уравнений, составленную из (13) и (16)

$$C_k = K_e / K_i - 1 + D_k * \alpha_k =$$

$$= \frac{2 * Q * l}{(\mu_k * l)^2 * I_0(i * \mu_k * r_0) * U_0} * \left( \frac{1}{K_e} - \frac{1}{K_i} \right);$$

$$C_k * \gamma_k + C_k * \beta_k = \frac{2 * Q * h * R_0}{K_e * (\mu_k * l)^2}.$$

Решая эту систему уравнений, находим  $C_k$  и  $D_k$

$$C_k = \frac{2 * Q * l * \beta_k}{U_0 * (\mu_k * l)^2 * I_0(i * \mu_k * r_0) * \left( \frac{1}{K_e} - \frac{1}{K_i} \right) - K_e / K_i * \beta_k - \gamma_k * \alpha_k} \quad (20)$$

$$- \frac{2 * Q * h * R_0 * \alpha_k}{K_e * (\mu_k * l)^2} / \left( \frac{K_e}{K_i} * \beta_k - \gamma_k * \alpha_k \right);$$

$$D_k = \frac{\left( \frac{K_e}{K_i} - 1 \right) * \frac{2 * Q * h * R_0}{K_e * (\mu_k * l)^2}}{\left( \frac{K_e}{K_i} - 1 \right) * \beta_k - \gamma_k * \alpha_k} -$$

$$-\frac{2 * Q * l * \gamma_k}{U_0 * (\mu_k * l)^2 * I_0(i * \mu_k * r_0)} * \left( \frac{1}{K_e} - \frac{1}{K_i} \right) \cdot \quad (21)$$

Таким образом, распределение температуры на поверхности двухслойного цилиндра

$$V|_{r=R_0} = 1 + \frac{Q * l}{K_e * U_0} (y - 1) + \sum_{k=0}^{\infty} [C_k I_0(i * \mu_k * R_0) + D_k * N_0(i * \mu_k * R_0)] * \cos(\mu_k * l * y), \quad (22)$$

где  $C_k$  и  $D_k$  определяются из (20) и (21) соответственно, а  $\mu_k$  введено ранее для  $K = 0, 1, 2, \dots$

$$\mu_k = \frac{2 * K + 1}{2 * l} * \pi.$$

Рассмотрим задачу о нахождении распределения температуры на поверхности ПЭ в виде однородного цилиндра с диаметром и длиной, как у внутреннего цилиндра двухслойного ПЭ. Уравнение, описывающее распределение тепла в стержне, с учетом того, что отсутствует градиент тепла по радиусу для стационарного режима, имеет вид [3]

$$a^2 * \frac{d^2 U_0^1}{dx^2} - b^2 * U_0^1 = 0, \quad (23)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплопроводности;  $b$  – коэффициент, характеризующий теплообмен со средой.

Граничными условиями будут

$$K_3 * \frac{dU_0^1}{dz} |_{z=0} = Q, \quad (24)$$

где  $K_3$  – искомый эквивалентный коэффициент теплопроводности;

$$U_0^1 |_{z=l} + U_0. \quad (25)$$

Запишем (23) в ином виде

$$\frac{d^2 U_0^1}{dz} - \frac{b^2}{a^2} * U_0^1 = 0. \quad (26)$$

Решение уравнения (26) имеет вид

$$U_0^1 = A * \exp b/a * z + B * \exp - b/a * z. \quad (27)$$

Подставляя в это решение граничные условия (24) и (25), получаем систему уравнений

$$A * \exp b/a * l + B * \exp - b/a * l = 0;$$

$$A * b/a - B * b/a = - Q/K_3,$$

из которой определяются коэффициенты  $A$  и  $B$

$$A = \frac{1}{2 * b/a \operatorname{ch} b/a * l} * \left[ U_0 * \frac{b}{a} - \frac{Q}{K_3} * \exp \left( - \frac{b}{a} * l \right) \right];$$

$$B = \frac{1}{2 * b/a \operatorname{ch} b/a * l} * \left[ U_0 * \frac{b}{a} + \frac{Q}{K_3} * \exp \left( \frac{b}{a} * l \right) \right].$$

С учетом найденных коэффициентов  $A$  и  $B$  (27) запишется в виде

$$U_0^1 = \frac{1}{b/a * \operatorname{ch} b/a * l} *$$

$$* U_0 * b/a * \operatorname{ch} b/a * z + Q/K_3 * \operatorname{sh} \left[ b/a * (1 - z) \right].$$

Введем безразмерные координаты  $V_0 = U_0^1 / U_0$  и  $y = z/l$ , получим

$$V_0 = \frac{1}{\frac{b}{a} * \operatorname{ch} \left( \frac{b}{a} * l \right)} * \left\{ \frac{b}{a} * \operatorname{ch} \left( \frac{b}{a} * l * y \right) + \frac{Q}{K_3 * U_0} * \operatorname{sh} \left[ \frac{b}{a} * (1 - y) \right] \right\}. \quad (28)$$

Следует учесть, что коэффициент теплопроводности входит в коэффициент температуропроводности  $a$  [2]:

$$a = \sqrt{K_3 / (c * \rho)},$$

где  $c$ ,  $\rho$  – удельные теплоемкость и плотность.

Введем обозначение

$$M = \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{P * h}{S * K_3}},$$

где  $P$  – периметр однородного стержня;  $h$  – коэффициент теплоотдачи;  $S$  – площадь поперечного сечения.

Учитывая, что  $P = 2 * \pi * r_0$ ,  $S = \pi * r_0^2$  и  $M = \sqrt{2 * h / (r_0 * K_3)}$  выражение (28) запишется

$$V_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{2 * h}{r_0 * K_3}} * \operatorname{ch} \left( \sqrt{\frac{2 * h}{r_0 * K_3}} * l \right)} * \left\{ \sqrt{\frac{2 * h}{r_0 * K_3}} * \operatorname{ch} \left( \sqrt{\frac{2 * h}{r_0 * K_3}} * l * y \right) + \frac{Q}{U_0 * K_3} * \operatorname{sh} \left[ \sqrt{\frac{2 * h}{r_0 * K_3}} * l * (1 - y) \right] \right\}. \quad (29)$$

Дальнейшее решение задачи о нахождении эквивалентного коэффициента теплопроводности  $K_3$  двухслойного ПЭ заключается в том, что необходимо выбрать такое  $K_3$ , при котором уравнение (29) максимально приближалось по значению к (22) при любом  $y \in [0, 1]$ .

Для решения этой задачи был разработан алгоритм и проведены расчеты на ЭВМ. В качестве примера на рис. 2 приведены результаты расчета эквивалентного коэффициента теплопроводности от толщины покрытия для коэффициента теплопроводности внутреннего стержня равного  $4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$  и различных коэффициентах теплопроводности покрытия в пределах от 6 до  $400 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ . Наружный диаметр двухслойного ПЭ принимался равным  $60 \text{ мкм}$ .

Как видно из приведенных зависимостей  $K_3$  нелинейно зависит от значения радиуса проволоки-основы при постоянном наружном диаметре ПЭ. Значение  $K_3$  тем ближе к  $K_i$ , чем меньше разность коэффициентов теплопроводности наружной и внутренней части двухслойного преобразовательного элемента.

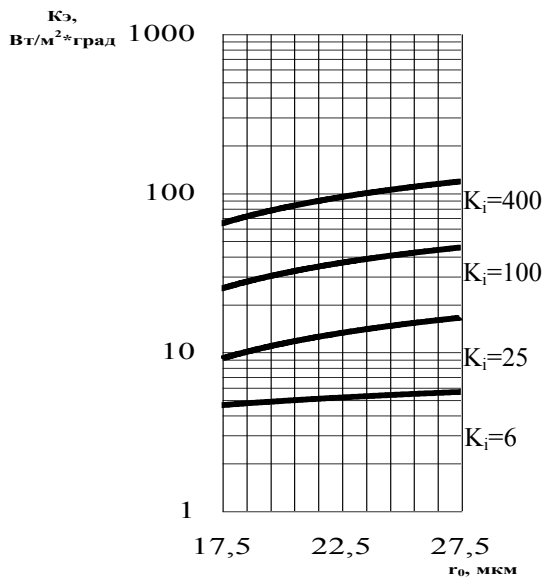


Рис. 2. Зависимости эквивалентного коэффициента теплопроводности двухслойного ПЭ от толщины термоэлектрического слоя при  $K_3 = 4$

## Список литературы

1. Марыкивский О.Е. Исследование микропроволочных первичных преобразователей проходящего излучения // Зб. наук. праць Харківського університету Повітряних Сил, 2006. – Вип. 3 (9). – С. 105-107.
2. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Гос. изд-во техн.-теорет. литературы, 1952. – 392 с.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнение математической физики. – М.: Наука, 1966. – 724 с.
4. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения: 2-е изд. – М.: Изд-во Физико-математической литературы, 1963. – 368 с.
5. Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. Специальные функции математической физики. – М.: Наука, 1978. – 320 с.
6. Кузнецов Д.С. Специальные функции. – М.: Высшая школа, 1965. – 423 с.

Поступила в редколлегию 15.12.2006

**Рецензент:** д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник В.К. Иванов, Институт радиофизики и электроники НАН Украины, Харьков.