

УДК 621.391:510.53

Н.М. Никитин

*Центральный научно-исследовательский институт вооружения и военной техники Вооружённых Сил Украины, Киев***СРАВНЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК АЛГОРИТМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЛА ОДНОВРЕМЕННО ДЕЙСТВУЮЩИХ СИГНАЛОВ, ОТЛИЧАЮЩИХСЯ ТОЛЬКО НАПРАВЛЕНИЕМ ПРИХОДА***Рассматривается способ определения числа сигналов, разрешаемых только по угловой координате, и его качественные показатели в виде рабочих характеристик. Проводится сравнение полученных показателей с предельно достижимыми, основанными на использовании отношения модифицированных функций правдоподобия.**источник сигнала, рабочая характеристика, разрешающая способность, функция правдоподобия, вероятность правильного обнаружения*

Среди известных подходов к решению задачи определения числа одновременно действующих сигналов, которые отличаются только направлением на источники излучения, определённый интерес представляют алгоритмы, основанные на свойствах коэффициентов уравнений, решение которых приводит к оценкам угловых координат [1, 2]. Преимущество детерминистского подхода [2] проявляется в том, что для формирования коэффициентов уравнения привлекается один или несколько отсчётов мгновенных значений выходных откликов многоканальной системы, а для определения числа сигналов не требуется измерение координат источников. Важным свойством этих коэффициентов является высокая чувствительность к числу принимаемых сигналов, которая объясняется различиями амплитудно-фазового распределения поля в раскрыве антенны при изменении сигнальной ситуации.

Простейший вариант такого подхода реализуется с помощью двухканальной антенно-приёмной системы амплитудного типа, на выходах которой модель комплексных огибающих амплитуд может быть представлена так:

$$\dot{U}_k = U_k^c + jU_k^s, \quad k = 1, 2; \quad (1)$$

$$U_k^{c(s)} = a_1^{c(s)} f_k(\alpha_1) + a_2^{c(s)} f_k(\alpha_2) + n_1^{c(s)},$$

где  $a_m^{c(s)}$  – мгновенные значения квадратурных составляющих комплексных амплитуд сигналов ( $m = 1, 2$ );  $f_k(\alpha_m)$  – значения характеристики направленности (ХН)  $k$ -го канала в направлении  $\alpha_m$  на источник  $m$ -го сигнала (далее для упрощения записи  $f_{km} = f_k(\alpha_m)$ );  $n_k^{c(s)}$  – мгновенные значения квадратурных составляющих внутренних шумов в приёмных каналах, которые далее будем полагать гауссовыми с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_k^2 = \sigma^2$  ( $k = 1, 2$ ).

Варюхиным [2] было предложено для определения действия на такую двухканальную систему более одного сигнала оценивать значение показателя вида:

$$W = U_1^c U_2^s - U_2^c U_1^s, \quad (2)$$

который, с учётом (1), можно представить так:

$$W = \begin{vmatrix} a_1^c & a_1^s \\ a_2^c & a_2^s \end{vmatrix} \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1^c & f_{11} & f_{21} \\ n_1^s & n_2^s & \end{vmatrix} - a_1^s \begin{vmatrix} f_{11} & f_{21} \\ n_1^c & n_2^c \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2^c & f_{12} & f_{22} \\ n_1^s & n_2^s & \end{vmatrix} - a_2^s \begin{vmatrix} f_{12} & f_{22} \\ n_1^c & n_2^c \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} n_1^c & n_2^c \\ n_1^s & n_2^s \end{vmatrix}. \quad (3)$$

В этой сумме первая составляющая зависит от совместного воздействия двух сигналов и углового расстояния между источниками. Вторая и третья составляющие представляют мультипликативные смеси каждого из сигналов с внутренними шумами, а последняя составляющая определяется только шумами. Очевидно, что при воздействии только одного сигнала показатель  $W$  будет иметь две составляющие, а при появлении двух сигналов и достаточном отношении «сигнал-шум» будет возрастать в основном за счёт первой составляющей. Это и является основанием для выбора величины  $W$  в качестве показателя воздействия одного или двух (и более) сигналов. Недостаток рассматриваемого показателя состоит в его неработоспособности при разности начальных фаз сигналов кратной  $\pi$ . Поэтому далее целесообразно рассмотреть и оценить характеристики определения действия двух сигналов для случаев приёма стационарных сигналов с фиксированной разностью фаз, равной  $\pi/2$ , и приёма одного стационарного и второго флюктуирующего сигналов.

Оценки проводятся по критерию Неймана – Пирсона, поэтому для стабилизации уровня ложной тревоги используется модуль нормированного показателя:  $W_H = |W|/K_H$ , где нормирующий коэффициент:

$$K_H = \sqrt{|\dot{U}_1|^2 + |\dot{U}_2|^2}.$$

Установлено, что для случая двух стационарных сигналов при отношениях мощности сигналов к мощности собственных шумов приёмников  $q_m = a_m^2/\sigma^2$  более 20 дБ плотность распределения случайной величины  $W_H$  быстро приближается к нормальному закону с параметрами:

математическое ожидание

$$M W_H = \frac{|a_1 a_2 \sin \varphi_1 - \varphi_2 F|}{K_H};$$

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix}; \quad (4)$$

дисперсия  $D W_H = \sigma_k^2$ .

Для случая воздействия первого стационарного и второго флюктуирующего сигналов, квадратурные составляющие которого распределены по нормальному закону с нулевым средним и дисперсией  $(\sigma_2)^2$  и при  $q > 20$  дБ, плотность распределения стремится к одностороннему нормальному закону с параметрами: математическое ожидание  $M W_H = 0$  и дисперсия:

$$D W_H = \frac{1}{K_H} \left[ a_1^2 \sigma_2^2 F^2 + a_1^2 \sigma_k^2 (f_{11}^2 + f_{21}^2 + \sigma_2^2 \sigma_k^2 (f_{12}^2 + f_{22}^2)) \right]. \quad (5)$$

На рис. 1 в качестве примера приведены гистограммы плотности распределения величины  $W_H$  для двух указанных случаев и графики функций нормального распределения с указанными выше параметрами, которые показывают удовлетворительное совпадение уже при отношениях  $\alpha = 20$  дБ.

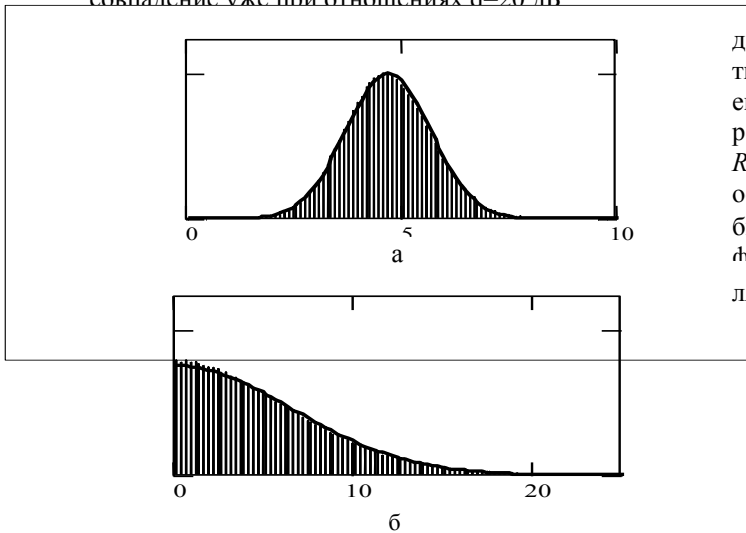


Рис. 1. Примеры гистограмм величины  $W$  и функций нормального распределения для двух стационарных сигналов (а) и одного из двух флюктуирующего сигнала

Установленные плотности распределения позволяют рассчитать рабочие характеристики предложенного алгоритма в виде зависимостей вероятности правильного определения числа сигналов  $P_{ПО}$  от отношения пиковой мощности сигналов к мощности шума при фиксированных значениях ложного определения числа (ложной тревоги  $F_{лг}$ ) и заданных угловых координатах источников сигналов. В качестве примера на рис. 2 приведены характеристики для двух вышерассмотренных случаев при  $F_{лг} = 10^{-6}$  и координатах источников  $\alpha_1 = 0$  (начало отсчета выбрано на пересечении ХН каналов, что характерно для моноимпульсного координатора) и  $\alpha_2 = 0,1; 0,2; 0,5$  долей ширины главного лепестка ХН.

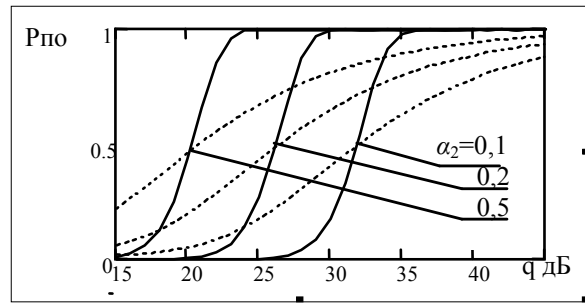


Рис. 2. Характеристики определения воздействия двух сигналов для двух случаев: стационарные сигналы (сплошные линии); стационарный и флюктуирующий сигналы (пунктирные линии)

Как и для известных характеристик обнаружения одиночного флюктуирующего сигнала [3, 4], полученные кривые определения числа для одного из двух флюктуирующего отличаются сдвигом вправо по сравнению с кривыми определения числа стационарных сигналов. Полученные характеристики предложенного алгоритма свидетельствуют о возможности определения действия двух сигналов, источники которых расположены на малых угловых расстояниях в пределах ширины главного лепестка ХН при отношениях «сигнал-шум» 25...35 дБ и более.

Представляет интерес сравнить эффективность данного эвристического алгоритма с предельно достижимыми характеристиками. Для этого воспользуемся результатами, полученными для алгоритма определения числа источников, синтезированного для  $R$ -элементной эквидистантной антенной решетки на основании модифицированной функции правдоподобия [5] (в том смысле, что в ней путём подстановки формальных оценок исключены неизвестные составляющие комплексных амплитуд сигналов  $a_m^c, a_m^s$ ):

$$w_M \dot{U}_r | H_M = 2\pi\sigma^2 \cdot \frac{R}{2} e^{\left[ -\frac{1}{2\sigma^2} \left( \sum_{r=1}^R U_r^2 - \frac{1}{D_M} \sum_{m=1}^M D_m \right) \right]} \quad (6)$$

Здесь определитель

$$D_M = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & \dots & f_{1M} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & \dots & f_{2M} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & \dots & f_{3M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{M1} & f_{M2} & f_{M3} & \dots & f_{MM} \end{vmatrix} \quad (7)$$

составлен из значений характеристик направленности каналов, образованных в результате фазированного суммирования напряжений на элементах решетки таким образом, чтобы максимумы этих характеристик направленности совпадали с известными направлениями на источники излучения:

$$f_{km} = \sum_{r=1}^R \left[ \cos \alpha_m - \alpha_k \left( r - \frac{R+1}{2} \right) \right] = \frac{\sin \left[ R/2 \alpha_m - \alpha_k \right]}{\sin \left[ 1/2 \alpha_m - \alpha_k \right]} \quad (8)$$

Определители  $D_m$  получаются из определителя  $D_M$  путём замены строки  $(f_{m1}, f_{m2}, \dots, f_{mM})$  строкой скалярных произведений напряжений  $\{ \dot{V}_m \cdot \dot{V}_1^*, \dot{V}_m \cdot \dot{V}_2^*, \dots, \dot{V}_m \cdot \dot{V}_M^* \}$ , вычисленных для заданных направлений на источники сигналов

$$\dot{V}_m = V_m^c + jV_m^s = \sum_{r=1}^R \dot{U}_r \exp -j\alpha_{mr} \quad (9)$$

При определении одновременного воздействия двух сигналов, отличающихся только направлениями прихода, сравнению с порогом подлежат величины:

а) при обнаружении первого сигнала

$$\lambda_1 = \left| \frac{f_{12}}{V_1^c} R \right|^2 + \left| \frac{f_{12}}{V_1^s} R \right|^2; \quad (10, а)$$

б) при обнаружении второго сигнала

$$\lambda_2 = \left| \frac{R f_{12}}{V_1^c} \right|^2 + \left| \frac{R f_{12}}{V_1^s} \right|^2. \quad (10, б)$$

Плотность распределения случайной величины, подлежащей сравнению с порогом, приближенно описывается выражением:

$$p(x) \approx \frac{1}{2\sigma \cdot \sqrt{2\pi \cdot \sqrt{A_m^2} \cdot x}} \exp \left( -\frac{\sqrt{x} - \sqrt{A_m^2}}{2 \cdot \sigma} \right)^2, \quad (11)$$

где  $A_m^2 = a_m^2 R - f_{12}^2 / R$ .

Это выражение позволяет рассчитать вероятность правильного обнаружения каждого из двух сигналов и, перемножая их (поскольку события независимы), получить вероятность определения одновременного воздействия двух сигналов. При расчётах будем полагать мощности сигналов одинаковыми.

На рис. 3 приведены рабочие характеристики эвристического алгоритма, заключающегося в формировании величины WH, в сравнении с предельно достижимыми, полученными с помощью (11) для фиксированного порога, соответствующего вероятности ложного определения действия двух сигналов 10<sup>-6</sup>.

Характеристики показывают зависимость P<sub>по</sub> от углового расстояния между источниками сигналов  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$  для трёх фиксированных значений  $q_m$ . При расчетах для алгоритма (2) координаты источников задавались так:  $\alpha_1 = -0,5$  (совпадает с максимумом ХН одного канала) и  $\alpha_2 = \text{var}$ . Для алгоритма (10) максимумы ХН каналов совпадают с направлениями на источники излучения.

Сравнение показывает проигрыш эвристического алгоритма в разрешающей способности на 0,05...0,2 доли ширины главного лепестка ХН при изменении  $a_m$  от 40 до 20 дБ.

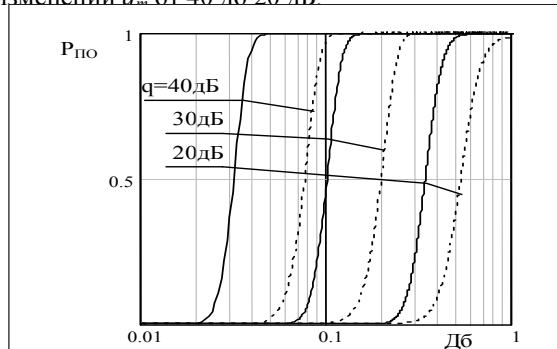


Рис. 3. Рабочие характеристики эвристического алгоритма (пунктир) и предельно достижимые характеристики (сплошная линия)

На рис. 4 сравниваются характеристики рассматриваемых алгоритмов в зависимости от интенсивности сигналов для трёх значений угловых расстояний между источниками при фиксированном пороге, соответствующем вероятности ложного определения действия двух сигналов 10<sup>-6</sup>. Полученные характеристики показывают, что величина проигрыша эвристического алгоритма сильно зависит от углового расстояния между источниками. Так, при  $\Delta\alpha = 0,5$  величина проигрыша составляет около 5 дБ, а при малых угловых расстояниях ( $\Delta\alpha = 0,2$ ) достигает 13 дБ.

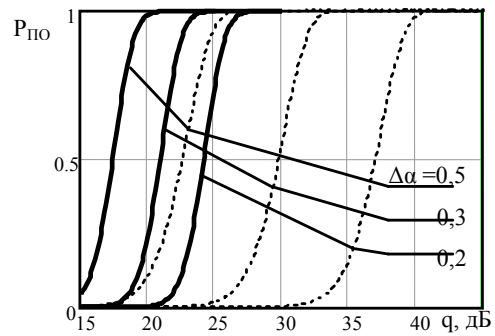


Рис. 4. Зависимость вероятности правильного определения числа действующих сигналов от их интенсивности для эвристического алгоритма (пунктир) и для предельно достижимой величины

Полученные характеристики эвристического алгоритма и результаты сравнения с предельно достижимыми значениями свидетельствуют о возможности эффективного применения простого алгоритма (2) в двухканальной системе для определения одновременного воздействия двух сигналов. Потери алгоритма в интенсивности сигнала 5...15 дБ являются платой за отсутствие информации о координатах источников сигналов. Тем не менее, простота алгоритма и отсутствие необходимости измерения угловых координат позволяют рассматривать его в качестве достаточно привлекательного инструмента решения задач первичной обработки сигналов.

### Список литературы

1. Царьков Н.М. Многоканальные радиолокационные измерители. – М.: Сов. Радио, 1980. – 192 с.
2. Варюхин В. А. Основы теории многоканального анализа. – К.: ВА ПВО СВ, 1993. – 171 с.
3. Ван-Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции в 3-х т.: Пер. с англ / Под ред. В.И. Тихонова. – М.: Сов. радио, 1972. – Т. 1.
4. Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов. М.: Сов. радио, 1974. – 544 с.
5. N.M. Nikitin, L.G. Shatsman Qualitative indices of the Method of Determining the Number of Simultaneously Acting Signal. IV<sup>th</sup> International Conference on Antenna Theory and Techniques 9-12 September 2003, Sevastopol, Ukraine.

Поступила в редколлегию 22.03.2007

Рецензент: д-р техн. наук проф. В.И. Слюсар, Центральный научно-исследовательский институт вооружения и военной техники Вооруженных Сил Украины, Киев.