

УДК 525.7

Ю.А. Олійник, В.А. Бородавка, Р.В. Бутівченко

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

ІМОВІРНІСНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАРАМЕТРІВ ПУЛЬСАЦІЙ ШВИДКОСТІ ВІТРУ ТА ПОРИВІВ ВІТРУ

Пропонується математична модель визначення імовірнісних характеристик параметрів пульсацій швидкості вітру та поривів вітру.

пульсацій швидкості вітру, порив вітру, ймовірність, тривалість пульсацій

Вступ

В статті [1] було показано, як знаходити середню швидкість вітру, горизонтальні пульсації швидкості вітру та амплітуду горизонтальних поривів вітру. В статті [2] для v_x - горизонтальної складової вектора швидкості вітру, розглядалася наступна формула:

$$v_x = V + v_{хпл} + v_{хпр},$$

де V – середня швидкість вітру, м/с; $v_{хпл}$ – горизонтальні пульсації швидкості вітру, м/с; $v_{хпр}$ – амплітуда горизонтальних поривів вітру, м/с.

Величина V завжди більше нуля, а величини $v_{пл}$ та $v_{пр}$ можуть бути більш чи менш нуля (рис. 1).

Далі у інженера виникає питання: які значення величин $v_{хпл}$ та $v_{хпр}$ можуть виникати і як ці значення залежать від часу спостереження за v_x та від часу існування $v_{хпл}$ та $v_{хпр}$? На ці питання можна відповісти за допомогою імовірнісних характеристик параметрів пульсацій та поривів горизонтальної складової швидкості вітру.

Постановка завдання. Для аналізу випадкових параметрів швидкості вітру, необхідно мати математичну модель визначення та аналізу імовірнісних характеристик пульсацій та поривів вітру. Математична модель буде розглянута взагалі та на випадку горизонтальної складової вектору швидкості вітру. Але отримані вирази можуть бути пристосовані для вертикальної та бокової складової вектору швидкості вітру.

Мета статті. Удосконалити та доповнити математичну модель визначення імовірнісних характеристик параметрів пульсацій швидкості вітру та поривів вітру.

Основна частина

Приймемо, що час спостереження τ_n за величиною v_x великий (рис. 1) і складає не менш трьох місяців (сезон). Тоді можемо прийняти припущення, що значення статистичних характеристик параметрів швидкості вітру прагнуть до імовірнісних характеристик параметрів швидкості вітру [3]. Тому в статті будемо розглядати ймовірнісні характеристики параметрів швидкості вітру, враховуючи великий час спостереження. Для часу τ_n , спостереження за швидкістю вітру, запишемо:

$$\tau_{пл} + \tau_{пр} = \tau_n, \quad (1)$$

де $\tau_{пл}$ – час спостереження за пульсаціями швидкості вітру якийсь складової, с; $\tau_{пр}$ – час спостереження за поривами вітру якийсь складової, с.

Правила визначення V і інтервалів $\tau_{пл}$ та $\tau_{пр}$ розглянути в статті [1]. Приклад розглядання v_x при визначенні V показано на рис. 1, де мається чотири інтервали горизонтальних пульсацій швидкості вітру та три інтервали горизонтальних поривів вітру.

Взагалі приймемо, що кількість інтервалів пульсацій дорівнюється m , а кількість інтервалів поривів вітру дорівнюється k . Тоді для $\tau_{пл}$ та для $\tau_{пр}$ запишемо вирази:

$$\tau_{пл} = \sum_{i=1}^m \tau_{пл i}; \quad \tau_{пр} = \sum_{j=1}^k \tau_{пр j}.$$

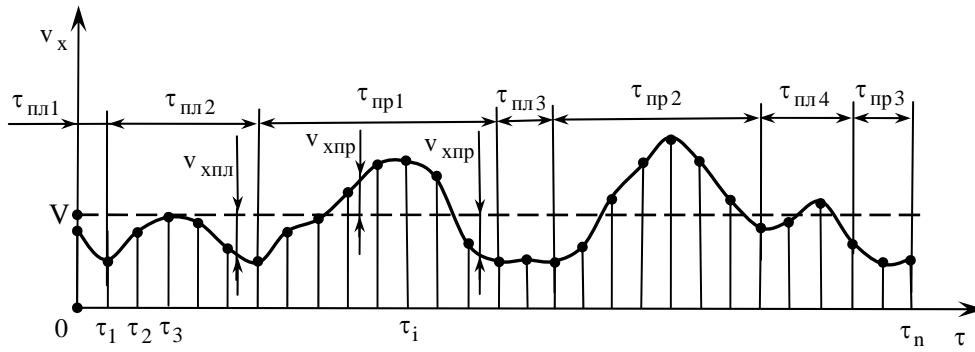


Рис. 1. Часові параметри пульсацій швидкості вітру та поривів вітру

На рис. 1 $m = 4$, $k = 3$. В реальних дослідженнях спостерігаються сотні та тисячі k , а кількість m дуже велика і її практичне знаходження і обробка – це окрема наукова задача, вирішення якої необхідно автоматизувати і при необхідності спрощувати.

Розділимо праву та ліву частину рівняння (1) на τ_n і отримаємо:

$$\frac{\tau_{пл}}{\tau_n} + \frac{\tau_{пр}}{\tau_n} = 1. \quad (2)$$

Перша величина у формулі (2) $p_{пл} = \tau_{пл} / \tau_n$ – це ймовірність дій пульсацій розглядаємої складової швидкості вітру. Друга величина у формулі (2) $p_{пр} = \tau_{пр} / \tau_n$ – це ймовірність дій поривів вітру розглядаємої складової швидкості вітру. З формули (2) отримаємо основну формулу імовірнісної характеристики складової швидкості вітру:

$$p_{пл} + p_{пр} = 1. \quad (3)$$

З формули (3) видно, що при розгляданні складової швидкості вітру можна сказати, що діють пульсації чи пориви вітру, а середня швидкість вітру є лише одною з числових характеристик швидкості вітру. Можливо, що є час τ_0 , коли складова швидкості вітру (наприклад v_x) рівна нулю. Тоді $p_0 = \tau_0 / \tau_n$ – це ймовірність відсутності дії розглядаємої складової швидкості вітру і формула (3) прийме вигляд:

$$p_{пл} + p_{пр} + p_0 = 1.$$

З даних, що маютьяся [4], можна затверджувати, що $p_{пл} > p_{пр}$ (формула (3)) при спостереженні за швидкістю вітру не менш, чим одну добу (тобто $\tau_n \geq 24$ год).

Для визначення ймовірності виникнення i -ої пульсації чи j -го пориву вітру запишемо вирази:

$$\frac{\tau_{плі}}{\tau_n} = \frac{\tau_{плі}}{\tau_{пл}} \frac{\tau_{пл}}{\tau_n} = \frac{\tau_{плі}}{\tau_{пл}} p_{пл}; \quad (4)$$

$$\frac{\tau_{прj}}{\tau_n} = \frac{\tau_{прj}}{\tau_{пр}} \frac{\tau_{пр}}{\tau_n} = \frac{\tau_{прj}}{\tau_{пр}} p_{пр}. \quad (5)$$

Для подальших розрахунків введемо наступні позначення: $p_{пл}(\tau_{плі}) = \tau_{плі} / \tau_n$ – ймовірність виникнення пульсації швидкості вітру, яка продовжується час $\tau_{плі}$; $p_{пл}^{\tau_{плі}} = \tau_{плі} / \tau_{пл}$ – ймовірність того, що тривалість пульсації швидкості вітру буде дорівнюватись $\tau_{плі}$ при умові, що пульсація вже виникла; $p_{пр}(\tau_{прj}) = \tau_{прj} / \tau_n$ – ймовірність виникнення пориву вітру, який продовжується час $\tau_{прj}$; $p_{пр}^{\tau_{прj}} = \tau_{прj} / \tau_{пр}$ – ймовірність того, що тривалість пориву вітру буде дорівнюватись $\tau_{прj}$ при умові, що порив вже виник.

З урахуванням введених позначень, формули (4) та (5) приймуть вид:

$$p_{пл}(\tau_{плі}) = p_{пл}^{\tau_{плі}} p_{пл};$$

$$p_{пр}(\tau_{прj}) = p_{пр}^{\tau_{прj}} p_{пр}.$$

Випадкова функція швидкості вітру стаціонарна [4]. При аналізі випадкових параметрів швидкості вітру, можна сказати, що ймовірність появлення двох та більш однакових подій за елементарний час, не більш ніж 1 хвилина, набагато менша ймовірності появлення одної події на цьому ж інтервалі часу [4]. З цього можна зробити вивід, що зміна величини швидкості вітру – це ординарний потік подій для елементарного інтервалу часу не перевищуючого 1 хвилину [5] (для різної місцевості може бути різний елементарний інтервал часу). З приведених міркувань можна сказати, що ми можемо використовувати для параметрів швидкості вітру формули для ймовірності пуассонівського потоку подій, для чого необхідно знайти інтенсивність виникненні вивчаємих подій.

Приймемо, що ми повинні вивчити можливість появлення тривалості пульсацій, близьких до часу T . Заданим відрізок часу $\Delta\tau_{пл}$ і будемо вивчати всі пульсації, тривалість яких лежить на інтервалі від $T - \Delta\tau_{пл}$ до $T + \Delta\tau_{пл}$ (рис. 2). Для інтенсивності появлення пульсацій, час яких лежить в межах інтервалу $T \pm \Delta\tau_{пл}$, запишемо [3, 5]:

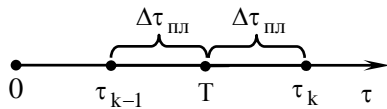


Рис. 2. Відрізок вивчення пульсацій

$$\lambda_{\text{пл}}(T \pm \Delta\tau_{\text{пл}}) = \frac{N(T \pm \Delta\tau_{\text{пл}})}{\tau_n}, \quad (6)$$

де $N(T \pm \Delta\tau_{\text{пл}})$ - кількість пульсацій швидкості вітру, тривалість яких належить інтервалу часу від $T - \Delta\tau_{\text{пл}}$ до $T + \Delta\tau_{\text{пл}}$.

Можливо, що при підрахунку N , також необхідно враховувати малотривалі послідовні пульсації, сума часу яких належить інтервалу $T \pm \Delta\tau_{\text{пл}}$.

Далі приймемо, що $\lambda_{\text{пл}}(T \pm \Delta\tau_{\text{пл}}) = \lambda_{\text{пл}}$ і запишемо ймовірність виникнення N пульсацій тривалістю $T \pm \Delta\tau_{\text{пл}}$ за час τ [5]:

$$p_{\text{пл}}(T \pm \Delta\tau_{\text{пл}})_N = 1 - \frac{(\lambda_{\text{пл}} \tau)^N}{N!} e^{-\lambda_{\text{пл}} \tau} \quad (7)$$

Ймовірність виникнення хоча б одної пульсації тривалістю $T \pm \Delta\tau_{\text{пл}}$ за час τ - це одиниця, мінус подія, коли $N = 0$ [5]:

$$p_{\text{пл}}(T \pm \Delta\tau_{\text{пл}}) = 1 - \frac{(\lambda_{\text{пл}} \tau)^0}{0!} e^{-\lambda_{\text{пл}} \tau};$$

$$p_{\text{пл}}(T \pm \Delta\tau_{\text{пл}}) = 1 - e^{-\lambda_{\text{пл}} \tau}. \quad (8)$$

Аналогічно формулам (6), (7) та (8), можна записати формули для ймовірностей виникнення поривів вітру, тривалість яких належить інтервалу часу від $T - \Delta\tau_{\text{пр}}$ до $T + \Delta\tau_{\text{пр}}$ (рис. 3).

$$\lambda_{\text{пр}}(T \pm \Delta\tau_{\text{пр}}) = \frac{N(T \pm \Delta\tau_{\text{пр}})}{\tau_n};$$

$$p_{\text{пр}}(T \pm \Delta\tau_{\text{пр}})_N = 1 - \frac{(\lambda_{\text{пр}} \tau)^N}{N!} e^{-\lambda_{\text{пр}} \tau};$$

$$p_{\text{пр}}(T \pm \Delta\tau_{\text{пр}}) = 1 - e^{-\lambda_{\text{пр}} \tau}.$$

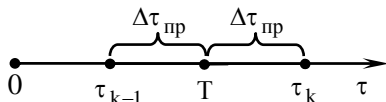


Рис. 3. Відрізок вивчення поривів вітру

Далі розглянемо оцінку величини амплітуди горизонтального пориву вітру $v_{\text{хпр}}$. Нехай горизонтальний порив вітру з максимальною амплітудою $v_{\text{хпрj}}^{\text{max}}$ появився K разів за час τ_n . Для інтенсивності появи пориву вітру з величиною $v_{\text{хпрj}}^{\text{max}}$ запишемо [5]:

$$\lambda_{v_{\text{хпрj}}^{\text{max}}} = \frac{K}{\tau_n}.$$

Для ймовірності виникнення N поривів вітру з максимальною амплітудою $v_{\text{хпрj}}^{\text{max}}$ за час τ , отримаємо [5]:

$$p_{\text{пр}}\left(v_{\text{хпрj}}^{\text{max}}\right)_N = \frac{\left(\lambda_{v_{\text{хпрj}}^{\text{max}}} \tau\right)^N}{N!} e^{-\lambda_{v_{\text{хпрj}}^{\text{max}}} \tau}.$$

Ймовірність того, що появиться хоча б один порив вітру з величиною $v_{\text{хпрj}}^{\text{max}}$ за час τ знаходиться за формулою [5]:

$$p_{\text{пр}}\left(v_{\text{хпрj}}\right) = 1 - e^{-\lambda_{v_{\text{хпрj}}^{\text{max}}} \tau}.$$

Формули для визначення ймовірності пориву вітру схожі з формулами для визначення ймовірності пульсацій вітру, так як в обох випадках розглядається пуассоновський потік подій.

Показана математична модель знаходження часових та імовірнісних значень параметрів швидкості вітру може застосовуватись для всіх складових випадкового вектору швидкості вітру.

Висновки

Удосконалена та отримала подальший розвиток математична модель визначення імовірнісних характеристик випадкових параметрів швидкості вітру. Формули для визначення часових та імовірнісних параметрів горизонтальної складової швидкості вітру можуть застосовуватися для вертикальної та бокової складових швидкості вітру.

Список літератури

1. Олійник Ю.А., Бородавка В.А., Слободянюк В.Ф. Визначення характеристик параметрів випадкової функції швидкості вітру. Збірник наукових праць // Системи обробки інформації. - Х.: ХУ ПС, 2007. - Вип. 5 (63). - С. 93-96.
2. Деменко М.П., Прокопов В.О., Олійник Ю.А. Визначення чисельного значення та ймовірності виникнення максимальних швидкостей вітру з урахуванням поривів вітру // Збірник наукових праць Об'єднаного науково-дослідного інституту Збройних Сил. - Х.: ОНДІ ЗС, 2006. - Вип. 2 (4). - С. 170-174.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. - М.: Высшая школа. - 2001. - 575 с.
4. Заварина М.В. Воздействие ветра на сооружения и их учет при проектировании. - Ленинград: Гидрометеоиздат, 1975. - 243 с.
5. Вентцель Е.С. Исследование операций. - М.: Сов. радио, 1972. - 551 с.

Надійшла до редколегії 9.10.2007

Рецензент: канд. техн. наук, проф. В.О. Прокопов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.