

УДК 621.391.26

В.И. Барышев

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

## СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ БЕСКОНТУРНОГО ФАЗОВОГО ЧАСТОТНОГО ДИСКРИМИНАТОРА

*Проведен статистический анализ работы фазового частотного дискриминатора, выполненного на электромагнитной линии задержки. Получены аналитические выражения и графические изображения для дискриминационной характеристики, а также поведение крутизны дискриминационной характеристики и коэффициента ухудшения качества этих характеристик по сравнению с оптимальным дискриминатором в зависимости от отношения сигнал/шум.*

**фазовый частотный дискриминатор, дискриминационная характеристика, оптимальный дискриминатор, отношение сигнал/шум**

### Введение

Частотный дискриминатор рассматривается как первичный преобразователь частота – напряжение. Преобразователи данного типа обладают рядом недостатков, основным из которых является неустойчивость параметров преобразования, которая обусловлена наличием резонансных контуров. В этом случае имеет место существенные температурные погрешности преобразования и снижение широкополосности.

В настоящее время имеются частотные дискриминаторы, построенные без использования резонансных контуров. Среди них следует отметить цифровые частотные дискриминаторы [1, 2], дискриминаторы, реализованные на основе схем фазовой автоподстройки частоты управляемого генератора [3]. Основной недостаток этих схем – сложность, а в схемах фазовой автоподстройки возможен срыв слежения управляемого генератора.

Помимо преобразовательных функций частотный дискриминатор находит широкое применение в бортовых доплеровских РЛС в качестве измерителя доплеровской частоты, что равнозначно измерению радиальной скорости движения цели. Одним из основных требований, предъявляемых к дискриминационным измерителям, является стабильность измерений доплеровской частоты при требуемой точности.

В настоящей статье исследуется фазовый частотный дискриминатор, реализованный на электромагнитной линии задержки. Стабильность измерения доплеровской частоты в данном случае зависит от температурной стабильности индуктивно-емкостных параметров линии задержки. При практической реализации электромагнитных линий задержки на  $L$ , в элементах может быть достигнута стабильность параметров линии, по крайней мере, на порядок выше, чем у резонансных контуров.

Цель выполненных в статье исследований состояла в статистическом анализе работы дискри-

натора, оценивая параметры  $S_{\text{ЭКВ}}$  – эквивалентная спектральная плотность, характеризующая флуктуационную составляющую выходного напряжения;  $K_d$  – крутизна дискриминационной характеристики;  $\chi$  – коэффициент ухудшения качества работы дискриминатора по сравнению с оптимальным.

### Изложение основного материала

Для исследования широкополосного фазового частотного дискриминатора при наличии флуктуационных помех рассмотрим его структурную схему, которая приведена на рис. 1.

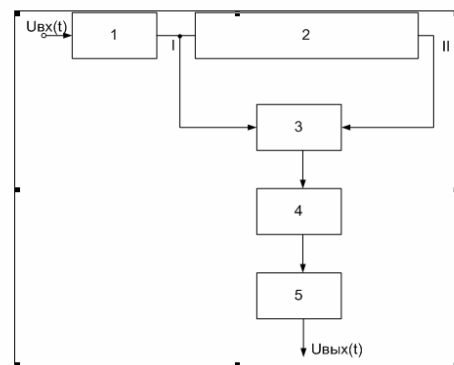


Рис. 1. Структурная схема фазового частотного дискриминатора

Здесь 1 – тракт преобразователя и УПЧ; 2 – электромагнитная линия задержки; 3 – умножитель; 4 – фильтр нижних частот; 5 – линейный усилитель.

Предполагается, что приходящий сигнал идеализируется в виде стационарного нормального случайного процесса с шириной спектра, значительно меньшей его средней частоты, и медленно изменяющейся средней частотой. Эта идеализация хорошо соответствует непрерывному радиолокационному сигналу при наличии доплеровского эффекта. Спектральная плотность сигнала аппроксимируется функцией

$$S_c = S_0 \exp \left\{ -\pi \left( \frac{f - f_c}{\Delta f_c} \right)^2 \right\}, \quad (1)$$

где  $\Delta f_c$  – эффективная ширина спектра сигнала и  $\Delta f_c \ll f_c$ . Помеха на входе предполагается “белой”, со спектральной плотностью  $G_0$ .

Относительно параметров, входящих в схему элементов, делаются следующие допущения:

1) амплитудно-частотная характеристика тракта УПЧ имеет вид гауссовой кривой;

2) УПЧ охвачен высокоинерционной системой АРУ, которая приводит средний уровень выходного напряжения к постоянному уровню  $E$ .

Для нахождения среднего значения и спектральной плотности напряжения на выходе дискриминатора предварительно определим общее выражение для этого напряжения.

На выходе УПЧ согласно [4] можно записать значения плотности сигнала и помехи

$$S_{c, \text{np}} = C^2 S_0 \exp \left\{ -\pi \left[ \frac{y^2}{(1 + \mu^2) \Delta f_c^2} - \left( \frac{f - f_0 - ky}{\Delta f_{c1}} \right)^2 \right] \right\}; \quad (2)$$

$$G_n = C^2 G_0 \exp \left\{ -\pi \left( \frac{f - f_0}{\Delta f_{\text{эф}}} \right)^2 \right\}, \quad (3)$$

$$\text{где } k = \frac{\Delta f_{\text{эф}}^2}{\Delta f_{\text{эф}}^2 + \Delta f_c^2} = \frac{\mu^2}{1 + \mu^2}; \quad \Delta f_{c1}^2 = \frac{\mu^2}{1 + \mu^2} \Delta f_c^2;$$

$$\mu = \frac{\Delta f_{\text{эф}}}{\Delta f_c}; \quad (4)$$

$y$  – расстройка средних частот гетеродинированного сигнала и УПЧ;  $\Delta f_{\text{эф}}$  – эффективная полоса тракта УПЧ;

$$C = (3, 20), \quad (5)$$

$C$  – новый коэффициент пропорциональности, учитывающий нормирующие свойства АРУ.

Ввиду узкополосности процессов помехи  $n(t)$  и сигнала  $S(t)$  на выходе УПЧ, в соответствии с методом огибающей их можно представить в виде:

$$n(t) = U_n(t) \cos \omega_0 t + V_n(t) \sin \omega_0 t;$$

$$S(t) = U_c(t) \cos(\omega_0 + 2\pi ky)t + V_c(t) \sin(\omega_0 - 2\pi ky)t,$$

где  $U_c(t)$  и  $V_c(t)$  – медленные нормальные случайные процессы с одинаковыми функциями корреляции, которые согласно (2), равны

$$r(\tau) = C^2 S_0 \Delta f_{c1} \exp \left\{ -\pi \left[ \frac{y^2}{(1 + \mu^2) \Delta f_c^2} + (\Delta f_{c1} \tau)^2 \right] \right\}. \quad (6)$$

Ввиду симметрии спектра относительно частоты  $f_0 + ky$ ,  $U_c(t)$  и  $V_c(t)$  не коррелированы. По той же причине  $U_n(t)$  и  $V_n(t)$  – нормальные вза-

имно-некоррелированные случайные процессы с функциями корреляции

$$R(\tau) = C^2 G_0 \Delta f_{\text{эф}} \exp \left\{ -\pi (\Delta f_{\text{эф}} \tau)^2 \right\}. \quad (7)$$

Составляя выражения для  $S(t)$  относительно частоты  $f_0$  вместо  $f_0 + ky$  и складывая его с  $n(t)$  имеем:

$$S(t) + n(t) = A(t) \cos \omega_0 t + B(t) \sin \omega_0 t, \quad (8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A(t) &= U_n(t) + U_c(t) \cos 2\pi ky t + V_c(t) \sin 2\pi ky t \\ B(t) &= V_n(t) - U_c(t) \sin 2\pi ky t + V_c(t) \cos 2\pi ky t \end{aligned} \right\}; \quad (9)$$

$A(t)$  и  $B(t)$  – коррелированные нормальные процессы.

Анализ проведем для схемы, изображенной на рис. 1, полагая, что ей предшествует тракт преобразователя и УПЧ с инерционной системой АРУ. Если принять, что с выхода УПЧ снимается сигнал, описываемый выражениями (8) и (9), то согласно структурной схеме рис. 1 и значения  $\tau_3 = 1/(4f_0)$ , задержанный сигнал записывается в виде:

$$U_{\text{II}}(t) = U_3(t) = A(t - \tau_3) \sin \omega_0 t - B(t - \tau_3) \cos \omega_0 t. \quad (10)$$

После перемножения задержанного (10) и незадержанного (8) сигналов и отфильтровывания высокочастотной составляющей, получим выходное напряжение дискриминатора:

$$U_{\text{вых}}(t, y) = \frac{1}{2} K_y [A(t - \tau_3) B(t) - A(t) B(t - \tau_3)], \quad (11)$$

где  $K_y$  – постоянный коэффициент, определяемый множителем, фильтром НЧ и выходным линейным усилителем.

Оценивая возможности рассматриваемого дискриминатора, по сравнению с оптимальным, определим эквивалентную спектральную плотность  $S_{\text{эКВ}}$  и коэффициент ухудшения качества дискриминатора по сравнению с оптимальным  $\chi$ .

$$\chi = S_{\text{эКВ}} / S_{\text{опт}}, \quad (12)$$

где эквивалентная спектральная плотность определяется равенством

$$S_{\text{эКВ}} = S_{\text{вых}} / K_d^2; \quad (13)$$

$S_{\text{вых}}$  – спектральная плотность, характеризующая флуктуационную составляющую выходного напряжения, которая не зависит от рассогласования  $y$ ;  $K_d$  – крутизна дискриминационной характеристики:

$$K_d = \frac{1}{2\pi} \left| \frac{\partial \overline{U_{\text{вых}}(t, y)}}{\partial y} \right|_{y=0}. \quad (14)$$

Для нахождения этих параметров прежде определим дискриминационную характеристику как зависимость усредненного значения выходного напряжения от рассогласования  $y$ .

Усредняя выходное напряжение (11) и принимая во внимание выражения (5), (6), получим

$$\overline{U_{\text{вых}}}(t, y) = \frac{2}{\pi} K_y E^2 \exp\left\{-\pi(\Delta f_{c1} \tau_3)^2\right\} \times \exp\left\{-\pi \frac{y^2}{\Delta f_c^2 (1+\mu^2)}\right\} \sin 2\pi k y \tau_3 \times \frac{1}{\exp\left\{-\pi \frac{y^2}{\Delta f_c^2 (1+\mu^2)}\right\} + \frac{1}{h} \sqrt{1+\mu^2}}, \quad (15)$$

где  $h = S_0/G_0$  – отношение сигнал/шум на входе приемного устройства.

Соотношение (15) представляет зависимость дискриминационной характеристики от характеристик сигнала и помехи  $\Delta f_c$ ,  $y$ ,  $h$  и параметров схемы  $K_y$ ,  $E$ ,  $\tau_3$ ,  $\mu$ .

Зависимость нормированного значения  $A(y)$  дискриминационной характеристики от относительной расстройки  $y/\Delta f$  приведена на рис. 2 для некоторых значений  $h$ .

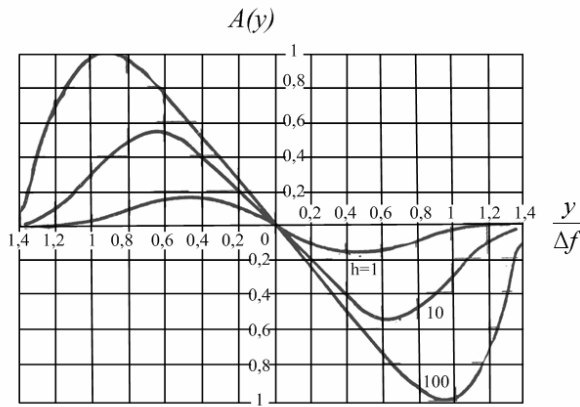


Рис. 2. Зависимость нормированного значения  $A(y)$  от  $y/\Delta f$

Из выражения (15) и рис. 2 следует, что  $A(y)$  является нечетной функцией расстройки  $y$ . Увеличение интенсивности шумов приводит к уменьшению масштаба дискриминационной характеристики по оси ординат и к усилению завалов, что объясняется подавлением сигнала при больших расстройках системой АРУ.

Для более полной оценки поведения дискриминационной характеристики определим ее крутизну в нулевой точке, воспользовавшись соотношением (14). Тогда:

$$K_d = \frac{1}{2\pi} \left. \frac{\partial \overline{U_{\text{вых}}}(t, y)}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{2E^2 K_y \tau_3}{\pi \left(1 + \frac{1}{h} \sqrt{1+\mu^2}\right)} \exp\left\{-\pi(\Delta f_{c1} \tau_3)^2\right\}. \quad (16)$$

На рис. 3 представлена нормированная относительно  $E^2 K_y$  зависимость крутизны от значений  $h$  при некоторых величинах  $\mu$ .

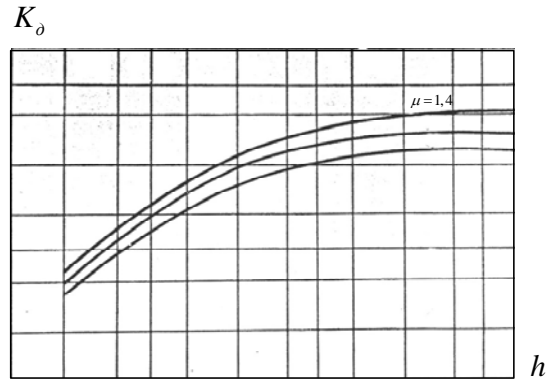


Рис. 3. Нормированная зависимость крутизны от значений  $h$

Кривые показывают, что крутизна увеличивается с уменьшением интенсивности шумов и с ростом параметра  $\mu$ . Естественно, на величину крутизны  $K_d$  оказывают влияние параметры  $E$  и  $K_y$ . Если же варьировать величиной  $\tau_3$ , то это приводит к изменению средней частоты настройки частного дискриминатора. Поэтому рассматривать величину  $\tau_3$  в качестве параметра, изменяющего крутизну дискриминатора, не желательно.

Эквивалентную спектральную плотность можно непосредственно определить из выражения

$$S_{\text{экв}} = \frac{1}{K_d^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \overline{U_{\text{вых}}}(t, 0) \overline{U_{\text{вых}}}(t + \tau, 0) - \overline{U_{\text{вых}}}(t, 0)} \overline{U_{\text{вых}}}(t + \tau, 0) \right] d\tau. \quad (17)$$

Используя формулы (2) – (5), (11), (16), после некоторых преобразований получим:

$$\frac{S_{\text{экв}}}{\Delta f_c} = 8Q^2 (1+\mu^2)^{2,5} \left/ \left( \mu^3 \exp\left\{-\frac{\pi}{16Q^2(1+\mu^2)}\right\} \right) \right. \times \left. \left\{ \sqrt{2} \left( 1 - \exp\left\{-\frac{\pi}{16Q^2(1+\mu^2)}\right\} \right) \right\} + \frac{4\sqrt{1+\mu^2}}{h\sqrt{2+\mu^2}} \left( 1 - \exp\left\{-\frac{\pi}{8Q^2(2+\mu^2)}\right\} \right) + \frac{\sqrt{2(1+\mu^2)}}{h^2} \left( 1 - \exp\left\{-\frac{\pi}{16Q^2}\right\} \right) \right\}, \quad (18)$$

где  $Q = f_0/\Delta f$  – добротность тракта УПЧ.

Величина  $S_{\text{экв}}$  имеет три члена, по-разному зависящих от  $h$ , обусловленных соответственно биениями составляющих сигнала (слагаемое, независящее от  $h$ ), биениями сигнала с шумом (слагаемое, содержащее  $\frac{1}{h}$ ) и биениями шума с шумом (слагаемое, содержащее  $\frac{1}{h^2}$ ). При малых интенсивностях шума преобладает первое слагаемое, при больших – третье. Наглядное представление зависимости  $S_{\text{экв}}$  от  $h$  и  $\mu$  дает графическое исследование. Параметр  $Q$  существенного влияния на величину  $S_{\text{экв}}$  не оказывает. Действительно, если разложить экспоненциальные функции, которые входят в большие фигурные скобки формулы (18), и ограничиться вторым членом ряда, то (18) можно записать в более упрощенном виде:

$$\frac{S_{\text{экв}}}{\Delta f_c} \approx \frac{\pi(1+\mu^2)^{2,5}}{\mu^3} \left[ \frac{\sqrt{2}}{2(1+\mu^2)} + \frac{4\sqrt{1+\mu^2}}{h(2+\mu^2)^{1,5}} + \frac{\sqrt{2(1+\mu^2)}}{2h^2} \right]. \quad (19)$$

На рис. 4 и 5 изображены соответственно зависимости  $\frac{S_{\text{экв}}}{\Delta f_c}$  и  $\chi$  от  $h$  для некоторых значений  $\mu$  по сравнению с оптимальным дискриминатором.

Пунктирной кривой на рис. 4 нанесено значение  $\frac{S_{\text{опт}}}{\Delta f_c}$  для оптимального дискриминатора.

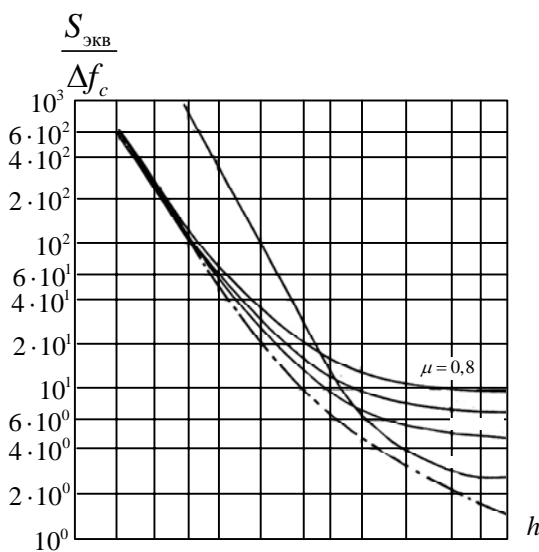


Рис. 4. Зависимости  $\frac{S_{\text{экв}}}{\Delta f_c}$  от  $h$

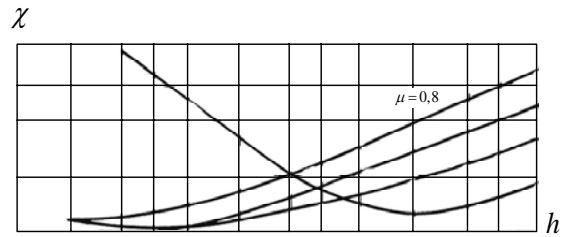


Рис. 5. Зависимости  $\chi$  от  $h$

### Выводы

Из рассмотрения рис. 4 и 5 можно заключить:

1. Величина эквивалентной спектральной плотности или дисперсия ошибки единичного измерения уменьшается при всех значениях  $\mu$  с уменьшением интенсивности шумов;

2. Наилучшее согласование рассматриваемого частотного дискриминатора с оптимальным при  $h \ll 1$  получается при  $\mu = 1$ , когда ширина спектра сигнала согласована с полосой пропускания тракта УПЧ;

3. При  $\mu < 1$  результаты ухудшаются по сравнению со случаем  $\mu = 1$  для всех значений  $h$ ;

4. При  $\mu > 1$  результаты также ухудшаются по сравнению со случаем  $\mu = 1$  для значений  $h \ll 1$ , но в области  $h \gg 1$  наблюдается улучшение согласования с оптимальным при возрастании  $\mu$ .

Как видно из приведенного анализа, рассмотренный частотный дискриминатор на электромагнитной линии задержки может обеспечить точность измерения частоты, близкую к точности оптимального измерителя при соотношениях сигнал шум  $h \leq 10$ . При этом реализуемая точность измерения получается лучше, чем у известных частотных дискриминаторах на расстроенных контурах.

### Список литературы

1. Цифровые радионавигационные устройства / В.В. Барашенков, А.Е. Лутченко, Е.М. Скороходов и др.; Под ред. В.Б. Смолова. – М.: Сов. радио, 1980. – 288 с.
2. Максимов М.В., Меркулов В.И. Радиоэлектронные следящие системы (синтез методами теории оптимального управления). – М.: Радио и связь, 1990. – 256 с.
3. Кар. Джон. Проектирование и изготовление электронной аппаратуры: Перев. с англ. – 2-е изд. – М.: Мир, 1986. – 387 с.
4. Большаков И.А. Воздействие сигнала и флюктуационной помехи на частотный дискриминатор // Электросвязь. – М.: Связь. – 1960. – № 10. – С. 23-26.

Поступила в редколлегию 2.10.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.К. Волосюк, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.