

УДК 621.3

А.С. Луцаевский, Т.С. Чайникова

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

## ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПРАВИЛА ИНАГАКИ С ПОМОЩЬЮ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ

*Проведен краткий анализ существующих альтернатив классическому правилу объединения в теории Демпстера-Шафера. Предложен алгоритм параметрической идентификации правила Инагаки с помощью генетических алгоритмов.*

*принятие решения в условиях неопределенности, теория Демпстера-Шафера, универсальное правило Инагаки, кластеризация, генетические алгоритмы, оптимизация*

### Введение

**Постановка проблемы.** Существующие методы принятия решения в большинстве случаев обладают жесткими ограничениями, и могут работать только с количественными данными. Это сужает область применения таких методов, так как в реальной жизни лицо, принимающее решение, чаще располагает не точными значениями, а лингвистическими критериями или гипотезами.

В отличие от классического вероятностного подхода, теория Демпстера-Шафера, или математическая теория обоснования, позволяет получать результат, основываясь на априорных знаниях и использовать имеющиеся знания для ограничения вероятностей событий при отсутствии точных значений вероятностей. В конечном дискретном пространстве теория Демпстера-Шафера может быть интерпретирована как обобщение теории вероятности, где вероятности предписаны множествам как противоположные к взаимно исключающим одноэлементным множествам. Такой подход рассматривает множества предположений и ставит в соответствие каждому из них вероятностный интервал правдоподобия, которому должна принадлежать степень уверенности в каждом предположении.

Теория основывается на исследованиях Шафера [1], которые, по сути, дополняют работу Демпстера [2]. Несмотря на преимущества, классическое правило Демпстера для комбинации мер достоверности обладает большим недостатком, полностью игнорируя конфликтующие гипотезы [3, 4]. В связи с этим возникает необходимость идентификации альтернативного правила для объединения мер достоверности.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Правило Демпстера неоднократно подвергалось критике. Наиболее распространенными правилами объединения являются: метод компромиссной комбинации Шафера [1], модификация Ягера [3], универсальное правило Инагаки [5], правило центральной комбинации Жанга [6], правило взаимоисключающего согласия Дюбо и Праде [7], правило усреднения Ферсона и Крейнвича [8] и т.д.

Так как количество различных правил велико, большой интерес для исследования представляет собой разработка формальной процедуры выбора соответствующего правила, либо разработка структуры, которая могла бы быть адаптирована к специфической задаче. Правила можно разбить на три основные группы [7]:

– методы дизъюнктивной комбинации, основанные на объединении множеств (правило согласия Дюбо и Праде);

– методы конъюнктивной комбинации, основанные на пересечении множеств (правило Демпстера);

– компромиссные методы (правила Ягера, Жанга, Ферсона и Крейнвича, метод компромиссной комбинации Шафера).

Если среди источников информации нет конфликтов, целесообразно применять конъюнктивную комбинацию. При отсутствии согласованности источников информации, конъюнктивная комбинация приводит к классической ошибке, описанной в [4], в данном случае дизъюнктивные методы показывают лучшие результаты.

Чаще всего невозможно предсказать наличие конфликтов среди гипотез, и поэтому идентификация правила объединения мер достоверности затруднена. Кроме этого, различное соотношение конфликтующих и согласованных гипотез не дает основ для выбора правила определенного класса.

Инагаки решает проблему привязки к определенному классу правил, используя коэффициент нормализации в разработанном универсальном правиле [5], но сталкивается с проблемой идентификации данного коэффициента.

**Постановка задачи.** Целью данной работы является разработка метода параметрической оптимизации правила Инагаки с помощью генетических алгоритмов.

### Теория обоснования Демпстера-Шафера

Теория Демпстера-Шафера основывается на нескольких понятиях [1]. Допустим, что для множества гипотез  $\Theta$ , существует некоторая функция  $m: P(A) \rightarrow [0,1]$  такая, что:

$$m(\emptyset) = 0; \tag{1}$$

$$\sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1. \tag{2}$$

Данная функция называется функцией базовой вероятности и обозначается  $\text{bra}$  или  $m$ . Основываясь на базовой вероятности, могут быть рассчитаны границы интервала, который в классическом смысле определяет вероятность некоторого подмножества гипотез (т.е. вероятность некоторого события). Нижней и верхней границами интервала являются так называемые функция достоверности и функция правдоподобности, соответственно [10].

Функция достоверности (обозначается  $\text{bel}$ ) представляет собой некоторую меру достоверности гипотезы  $A$ , и является суммой базовых вероятностей всех непустых подмножеств, принадлежащих множеству  $A$ :

$$\text{bel}(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B). \tag{3}$$

Функция правдоподобности (обозначается  $\text{pl}$ ) и является суммой всех непустых подмножеств, которые пересекают множество  $A$ :

$$\text{pl}(A) = \sum_{B \cap A = \emptyset} m(B) = 1 - \text{bel}(\bar{A}). \tag{4}$$

Отношения между значениями функции достоверности, функции правдоподобности и неопределенностью наглядно иллюстрированы в [11] (рис. 1)

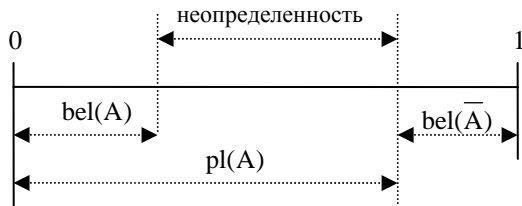


Рис. 1. Связь  $\text{bel}$ ,  $\text{pl}$  и неопределенности для гипотезы  $A$

Вероятность осуществление гипотезы  $A$  находится в интервале  $[\text{bel}(A); \text{pl}(A)]$ . Функция достоверности Демпстера-Шафера удовлетворяет аксиомам, которые слабее аксиом теории вероятности, и сводится к теории вероятности при  $\text{bel}(A) = \text{pl}(A)$ .

Так как гипотезы могут исходить из разных источников, для расчета общей базовой вероятности для каждой гипотезы используется правило объединения. Классическая теория Демпстера-Шафера использует правило Демпстера [2]. В этом случае комбинация двух функций достоверности рассчитывается по соответствующим базовым вероятностям  $m_1$  и  $m_2$  следующим образом:

$$m_{1,2}(A) = \frac{\sum_{B \cap C = A} m_1(B)m_2(C)}{1 - \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B)m_2(C)}. \tag{5}$$

Поведение правила Демпстера при конфликтующих гипотезах впервые описано Заде в [4], где он приводит пример конфликта функций достоверности. Предположим, пациент был обследован двумя специалистами, каждый из которых имеет свою

гипотезу о диагнозе больного. Первый врач утверждает, что причиной жалоб пациента скорее всего является болезнь  $A$  (с вероятностью 0,99) или болезнь  $B$  (с вероятностью 0,01). Второй диагностирует болезнь  $C$  (вероятность 0,99), но допускает, что у пациента вместо этого может быть болезнь  $B$  (вероятность 0,01).

Применяя правило Демпстера для объединения  $m(B)$ , получаем:

$$m_{1,2}(B) = \frac{0,01 \cdot 0,01}{1 - (0,99 \cdot 0,01 + 0,99 \cdot 0,01 + 0,99 \cdot 0,99)} = 1, \tag{6}$$

т.е. пациент определенно болен  $B$ , что противоречит показаниям врачей. Более подробно решение описывается в [4].

### Правило Инагаки

Инагаки описывает в [5] следующее правило объединения:

$$m_{1,2}^U(A) = [1 + kq(\emptyset)] \sum_{B \cap C = A} m_1(B)m_2(C),$$

$$A \neq X, \emptyset, \quad 0 \leq k \leq \frac{1}{1 - q(\emptyset) - q(X)}, \tag{7}$$

$$q(\emptyset) = \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B)m_2(C).$$

Правило Инагаки по сути является дополнением к правилу Ягера [3]. Инагаки использует коэффициент нормализации, классические значения которого основываются на следующих параметрах:

- ненормализованной базовой вероятности пустого множества  $q(\emptyset)$ , равной коэффициенту конфликта Демпстера [4];

- ненормализованной базовой вероятности всего множества  $q(X)$ , описанной Ягером в [3];

В зависимости от коэффициента  $k$ , который используется для нормализации комбинации мер достоверности, могут учитываться или не учитываться конфликты на множестве гипотез, и меняться исходные меры достоверности. При  $k = 0$  результат будет совпадать с результатом правила Ягера, а при  $k = 1/(1 - q(\emptyset))$  мера достоверности аналогична результату при применении правила Демпстера. Параметр  $k$  дает возможность интерполировать или экстраполировать правило Демпстера, улучшая результат [9].

Основная проблема вышеописанного метода состоит в такой идентификации параметра  $k$ , которая бы привела к наилучшим результатам. Инагаки позиционирует данную проблему, как критическую [5]. В [10] также отмечается нехватка литературы по идентификации параметра нормализации правила Инагаки. Танака и Клир в [12] описывают выбор  $k$  путем опроса эксперта для определенной задачи, в которой компетентен эксперт, а также моделирование метода и подбор параметра на обучающей выборке. Участие эксперта не дает гарантий качественного результата и может быть применимо только к определенному типу задач, в которых обладает компетенцией эксперт.

Подбор параметра  $k$  в окрестностях значений  $1/(1-q(\emptyset))$  или  $1/(1-q(\emptyset)-q(X))$  на практике может показать худший результат, чем выбор не привязанного к классическим значениям коэффициента. Последовательный перебор коэффициента, в зависимости от выбора шага перебора, может привести к значительным вычислительным затратам, либо к малой точности.

### Параметрическая идентификация правила Инагаки с помощью генетических алгоритмов

Генетические алгоритмы представляют собой процедуру поиска, основанные на эволюционном принципе выживания наиболее приспособленных особей. Генетические алгоритмы обладают рядом свойств, которые делают их наиболее привлекательными для данной задачи оптимизации [13]:

- оптимизация совершается на популяциях, что позволяет искать решения не из единственной точки, а из некоторой популяции;
- генетические алгоритмы используют только целевую функцию, а не ее производные либо иную дополнительную информацию, что позволит оперировать минимумом информации о задаче;
- в оптимизации применяются вероятностные, а не детерминированные правила выбора, что сокращает время поиска оптимального значения.

Для простоты и точности вычисления целевой функции (функции соответствия), в данной работе будет рассматриваться пример оптимизации правила Инагаки при решении задач кластеризации. Метод принятия решения Демпстера-Шафера успешно применялся для кластеризации (с использованием правила Ягера) [14]. В данной задаче суть оптимизации будет сводиться к максимизации на обучающем множестве следующей целевой функции:

$$v = n_c / n, \quad (8)$$

где  $n_c$  – количество правильно классифицированных элементов;  $n$  – общее количество элементов в обучающем множестве.

Реализация генетического алгоритма для определения коэффициента нормализации происходит следующим образом:

1. Определяется величина популяции, точность нормализующего значения и оптимального решения.

Значение коэффициента нормализации Инагаки изменяется от нуля до  $1/(1-q(\emptyset)-q(X))$ , при этом невозможно установить точные границы интервала коэффициента, не зная значений  $q(\emptyset)$  и  $q(X)$ . Нормализующее выражение  $1+kq(\emptyset)$  может принимать значение от нуля до единицы, поэтому целесообразно оптимизировать не коэффициент нормализации, а значение нормализующего выражения правила Инагаки.

Число битов  $m$ , необходимых для кодирования переменной с интервалом изменения  $[0; 1]$ , с  $p$  знаками после запятой определяется следующим образом:

$$2^{m-1} < 10^p < 2^m - 1, \quad (9)$$

т.е. для  $p = 3$  (точность  $1/10^p$ ), количество битов  $m$  будет равно 10. Величина популяции выбирается произвольно. Оптимальным будем называть нормализующее значение, функция соответствия которого больше или равна 98%.

2. Формируем исходную популяцию хромосом, суммарная длина хромосомы составляет  $m$  бит. Популяция генерируется случайно.

3. Преобразование популяции хромосом в фенотип, т.е. преобразование двоичной строки в десятичное значение в интервале  $[0; 1]$ .

4. Решение задачи кластеризации на обучающем множестве с использованием каждого фенотипа с вычислением для него функции соответствия.

5. Отбор и получение новой популяции. Наибольшее распространение на практике получил подход, называемый колесо рулетки. Согласно этому подходу отбор осуществляется на основе некоторой функции распределения, которая строится пропорционально вычисленным функциям соответствия сгенерированных вариантов-хромосом [13].

6. Скрещивание и мутация хромосом [13].

7. Переход к шагу 3.

Процесс оптимизации завершается на 4 шаге при функции соответствия, равной 98% или более, или по истечению количества итераций.

Таким образом, представленный алгоритм позволяет получить значение нормализующего значения, которое может использоваться для решения задач кластеризации схожих реальных данных с заданной точностью.

### Выводы

Разработанная методика позволяет оптимизировать нормализующее значение правила Инагаки для теории Демпстера-Шафера. Алгоритм оперирует только тестовым подмножеством, что позволяет его применять без проведения дополнительного анализа данных множества, и без привлечения экспертов. Разработанный алгоритм целесообразно применять не только для задач кластеризации и классификации, но и в тех задачах принятия решения в условиях неопределенности, где возможно получить обучающее множество гипотез и результатов.

### Список литературы

1. Shafer G.A. *Mathematical Theory of Evidence*. – Princeton, NJ, Princeton University Press. – 1976. – P. 34-41.
2. Dempster A.P. *Upper and Lower Probabilities Induced by a Multivalued Mapping* // *The Annals of Statistics*. – 1967. – P. 342-349.
3. Yager R. *On the Dempster-Shafer Framework and New Combination Rules* // *Information Sciences*. – 1987. – P. 9-16.
4. Zadeh, L.A. *Review of Books: A Mathematical Theory of Evidence* // *The AI Magazine*. – 1984. – P. 111-118.
5. Inagaki, T. *Interdependence between Safety-Control Policy and Multiple-Sensor Schemes Via Dempster-Shafer Theory* // *IEEE Transactions on Reliability*. – 1991. – 40(2). – P. 182-188.
6. Zhang L. *Representation, independence, and combination of evidence in the Dempster-Shafer theory* // *Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence*. – 1994.

7. Dubois D., Prade H. *On the combination of evidence in various mathematical frameworks // Reliability Data Collection and Analysis. – Brussels, ECSC, EEC, EAFC. – 1992. – P. 213-241.*
8. Ferson S., Kreinovich V. *Representation, Propagation, and Aggregation of Uncertainty // SAND. – 2002. – P. 35-41.*
9. Kari S., Scott F. *Combination of Evidence in Dempster-Shafer Theory // SAND. – 2002. – P. 23-28.*
10. Lawrence K.A. *Sensor and Data Fusion: A Tool for Information Assessment and Decision Making // SPIE. – Washington. – 2004. – P. 78-83.*
11. Klir G.J., Wierman M.J. *Uncertainty-Based Information: Elements of Generalized Information Theory // Heidelberg, Physica-Verlag. – 1998. – P. 67-74.*
12. Tanaka K., Klir G.J. *A design condition for incorporating human judgement into monitoring systems // Reliability Engineering and System Safety. – 1999. – 65(3). – P. 251-258.*
13. Ивахненко А.Г., Зайченко Ю.П., Димитров В.Д. *Принятие решений на основе самоорганизации. – М.: Сов. радио, 1976. – 280 с.*
14. Chen Q, Aickelin U. *Anomaly Detection Using the Dempster-Shafer Method // International Journal of Applied Science and Engineering. – 2005. – P. 132-139.*

Поступила в редколлегию 5.10.2007

**Рецензент:** канд. техн. наук, доц. С.И. Чайников, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

УДК 621.327:629.391

И.В. Рубан, М.Н. Колмыков, С.В. Дуденко

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

## СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СЖАТИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ СТАТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ХАРТЛИ

*Приведены результаты экспериментов по оценке эффективности сжатия и восстановления статических изображений на основе дискретного преобразования Хартли и алгоритмов сжатия изображений с потерями, реализованными в сертифицированных стандартах сжатия.*

*эффективность сжатия и восстановления статических изображений, дискретное преобразование Хартли, алгоритмы сжатия изображений с потерями*

### Введение

**Постановка задачи.** В настоящее время наиболее перспективным подходом к обработке изображений является использование новых в данной сфере математических преобразований, обладающих высокими компрессионными свойствами [1, 4, 5]. Одним из таких ортогональных преобразований является дискретное преобразование Хартли (ДПХ), на его основе предложены перспективные алгоритмы сжатия и восстановления изображений [2, 6, 9, 11]. Однако, исходя из того, что статические изображения классифицируются по классам относительно цветовой насыщенности [4, 5, 10], существует необходимость в сравнительной оценке эффективности данных алгоритмов относительно классов статических изображений.

**Анализ литературы.** Исходя из анализа литературы [1, 4] сравнительная оценка эффективности сжатия и восстановления изображений проводится по следующим частным показателям:  $K_{сж}$  – коэффициент сжатия изображения;  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение (СКО) восстановленного изображения;  $t_{пр}, t_{пр}^{(-1)}$  – время выполнения прямого и обратного преобразования соответственно.

При этом сравнение параметров рассматриваемого алгоритма сжатия и восстановления изображений с известными методами производится по каждому показателю при фиксированных остальных [4].

**Цель статьи.** Оценить эффективность сжатия и восстановления статических изображений на основе дискретного преобразования Хартли относительно классов статических изображений.

### Основная часть

*Сравнительная оценка степени сжатия изображений.* Важнейшей характеристикой алгоритмов сжатия и восстановления изображений является степень сжатия изображения [1, 4]. Именно уменьшение объема данных определяет функциональную пригодность разработанного алгоритма. Коэффици-

ент сжатия изображения определяется следующим выражением:

$$K_{сж} = V_{исх} / V_{сж}, \quad (1)$$

где  $V_{исх}$  – объем исходного изображения;  $V_{сж}$  – объем изображения в сжатом виде.

Объем сжатых изображений определялся по размеру файлов, хранящих сжатое изображение.

Для экспериментальной оценки коэффициента сжатия обеспечиваемого алгоритмами на основе ДПХ [3, 6, 9] использовались изображения разной степени насыщенности. Эксперимент по определению среднего значения коэффициента сжатия выполнялся для алгоритмов сжатия и восстановления изображений на основе ДПХ и алгоритмов сжатия с потерями, реализованными в сертифицированных стандартах сжатия с фиксированным значением СКО.

Международным консультативным комитетом по телефонии и телеграфии (МККТТ) и Международной организацией по стандартизации (ISO – International Standardization Organization) разработано несколько стандартов сжатия полутонных (многоградационных) изображений.

Итоговыми стандартами, отражающими современное положение технологии сжатия изображений, явились следующие: первоначальный стандарт JPEG, основанный на ДКП; стандарт JPEG 2000, основанный на вейвлет-преобразовании с основой ПХ; а также стандарт JPEG-LS, сочетающий схему безошибочного адаптивного предсказания с механизмом обнаружения плоских областей и кодированием длин серий [1, 4].

Зависимости среднего значения коэффициента сжатия, обеспечиваемого алгоритмами на основе ДПХ, и стандартов сжатия от класса изображения приведены на рис. 1.