

УДК 621.327:629.391

С.В. Дуденко<sup>1</sup>, М.М. Колмиков<sup>1</sup>, К.А. Вельчев<sup>2</sup><sup>1</sup>Харківський університет Воздушних Сил ім. І. Кожедуба, Харків<sup>2</sup>Командование Воздушних Сил Вооруженных Сил Украины, Вінниця**ДВУМЕРНОЕ СМЕЩЕННОЕ ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ХАРТЛИ**

Вводятся в рассмотрение и исследуются аналитические выражения двумерного смещенного дискретного преобразования Хартли. Использование двумерного смещенного ДПХ позволяет разрабатывать новые и совершенствовать существующие алгоритмы сжатия и восстановления изображений путем нахождения оптимального распределения коэффициентов ДПХ в трансформанте с целью достижения наилучшего результата по выбранному показателю эффективности в различных видах трансформационного сжатия изображений.

**Ключевые слова:** двумерное смещенное дискретное преобразование Хартли

**Введение**

**Постановка задачи.** При обработке графической информации, в частности в методах сжатия и восстановления изображений, широко применяются унитарные преобразования, такие как дискретно-косинусное преобразование, преобразование Уолша-Адамара, преобразование Хаара и др. [3]. Разнообразие математических свойств которых приводит к различиям в характеристиках разработанных на их основе методов. Узконаправленные методы сжатия способны осуществлять более эффективное сжатие и восстановление изображений по сравнению с принятыми стандартами в различных областях обработки графической информации. Нахождение и исследование неизвестных свойств существующих унитарных преобразований является актуальной задачей.

**Анализ литературы.** В работах [2, 4] было проведено исследование дискретного преобразования Хартли (ДПХ), разработаны алгоритмы и методы сжатия статических изображений на его основе, доказано их эффективность. В работах [5, 6] был проведен анализ способа смещения фаз и энергии сигнала для одномерного случая ДПХ, указаны области применения введенного одномерного смещенного ДПХ.

**Цель статьи.** Исследование двумерного смещенного дискретного преобразования Хартли с целью разработки новых подходов к цифровой обработке изображений.

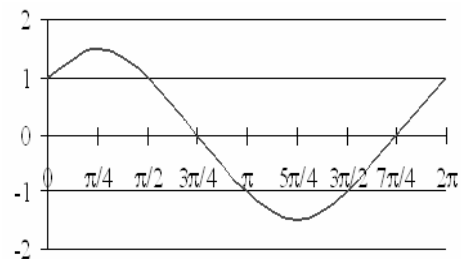
**Основная часть**

**Дискретное преобразование Хартли.** Преобразование Хартли обладает свойством симметричности прямого и обратного преобразований, что позволяет использовать его для разработки методов и алгоритмов обработки изображений [1].

Прямое и обратное одномерное ДПХ определяется соотношениями:

$$\begin{aligned} H(v) &= N^{-1} \sum_{\tau=0}^{N-1} f(\tau) \text{cas}(2\pi v\tau / N); \\ f(\tau) &= \sum_{v=0}^{N-1} H(v) \text{cas}(2\pi v\tau / N), \end{aligned} \quad (1)$$

Особенностью данного преобразования является функция  $\text{cas}(\Theta)$ , введенная Хартли в 1942 году (рис. 1):  $\text{cas}(\Theta) = \cos(\Theta) + \sin(\Theta)$ .

Рис. 1. График функции  $\text{cas}(\Theta)$ 

**Суть одномерного смещенного ДПХ.** Периодичность функции  $\text{cas}(\Theta)$  позволила получить аналитические выражения смещенного дискретного преобразования Хартли (СДПХ):

$$\begin{aligned} H(v) &= N^{-1} \sum_{\tau=d}^Z f(\tau) \text{cas}\left(\frac{2\pi(v+d)(\tau+d)}{N}\right); \\ f(\tau) &= \sum_{v=d}^Z H(v) \text{cas}\left(\frac{2\pi(v+d)(\tau+d)}{N}\right), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $d = \overline{0, N-1}$  – используемое смещение,  $Z = N-1+d$ .

Все возможные вариации матриц коэффициентов при обработке четырех-точечного вектора выражениями 1 и 2, а также достоверность выражений 2 приведены в [4, 5].

**Суть двумерного смещенного ДПХ.** Двумерное ДПХ также обладает свойством унитарности преобразований. Прямое и обратное двумерное ДПХ определяется соотношениями (3). В двумерном случае переменная  $\tau_1$  изменяется в пределах от 0 до  $N_1 - 1$ , переменная  $\tau_2$  – в пределах от 0 до  $N_2 - 1$ , а область значений  $f(\tau_1, \tau_2)$  может быть изображена в виде прямолинейной решетки, состоящей из  $N_1 \times N_2$  равноотстоящих точек.

Чтобы представить пространство значений  $f(\tau_1, \tau_2)$  необходимо свернуть прямоугольную область в цилиндр так, чтобы, верхняя и нижняя стро-

ки совместились друг с другом, а затем согнуть цилиндр до получения тороидальной поверхности пу-

тем совмещения его левой и правой кольцеобразных кромок (рис. 2).

$$H(v_1, v_2) = \left( \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \right) \sum_{\tau_1=0}^{N_1-1} \sum_{\tau_2=0}^{N_2-1} f(\tau_1, \tau_2) \text{cas} \left[ \left( \frac{2\pi v_1 \tau_1}{N_1} \right) + \left( \frac{2\pi v_2 \tau_2}{N_2} \right) \right];$$

$$f(\tau_1, \tau_2) = \sum_{v_1=0}^{N_1-1} \sum_{v_2=0}^{N_2-1} H(v_1, v_2) \text{cas} \left[ \left( \frac{2\pi v_1 \tau_1}{N_1} \right) + \left( \frac{2\pi v_2 \tau_2}{N_2} \right) \right].$$
(3)

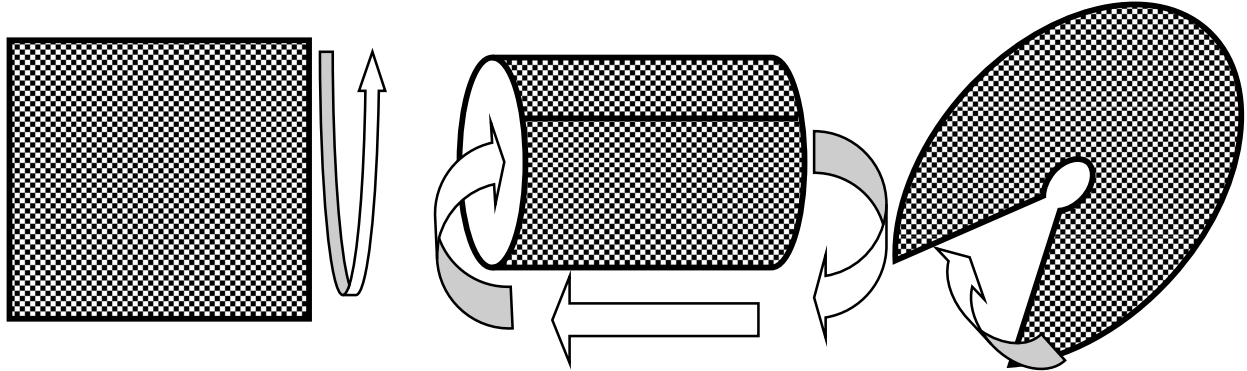


Рис. 2. Представление пространства значений  $f(\tau_1, \tau_2)$  двумерного дискретного преобразования Хартли

Преимуществом такого представления является то, что при этом приобретают смысл значения  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , меньшие нуля и большие  $N_1 - 1$  и  $N_2 - 1$  соответственно. Тогда значения, присваиваемые функции  $f$  каких-либо целочисленных аргументов  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , определяются следующим выражением [1]:

$$f(\tau_1, \tau_2) = f(\tau_1 \bmod N_1, \tau_2 \bmod N_2). \quad (4)$$

Исходя из свойства симметричности прямого и обратного преобразования Хартли, пространство представления значений  $H(v_1, v_2)$  для фиксированных значений  $f(\tau_1, \tau_2)$  будет иметь аналогичный вид тороидальной поверхности, следовательно, значения

$$H(v_1, v_2) = \left( \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \right) \sum_{\tau_1=0}^{N_1-1} \sum_{\tau_2=0}^{N_2-1} f(\tau_1, \tau_2) \text{cas} \left[ \left( \frac{2\pi(v_1 + d)(\tau_1 + d)}{N_1} \right) + \left( \frac{2\pi(v_2 + d)(\tau_2 + d)}{N_2} \right) \right]. \quad (6)$$

Рассмотрим изменения в базисах ДСДПХ на примере случая  $N_1 = N_2 = 3$ .

Как видно из данного примера, в результате смещения происходит перегруппировка элементов базиса вдоль главной диагонали, что приводит к перераспределению энергии исходной матрицы между коэффициентами ДПХ и смещению постоянной составляющей вдоль главной диагонали.

Исходя из этого, был проведен эксперимент по преобразованию исходных матриц различной размерности двумерным смещенным ДПХ. Суть эксперимента заключается в следующем:

на первом этапе генерировалась матрица исходных значений в диапазоне 0 – 255 (диапазон цветовой насыщенности статических изображений) размерности 3×3, 4×4, 5×5, 6×6, ... 16×16 элементов;

на втором этапе матрица подвергалась преобразованию ДСДПХ со сдвигом 0, 1, 2, ... N;

на третьем этапе полученные коэффициенты по аналогии с алгоритмами сжатия и восстановления

Н каких-либо аргументов  $v_1$  и  $v_2$ , определяются следующим выражением [1]:

$$H(v_1 \pm N, v_2 \pm N) = H(v_1, v_2). \quad (5)$$

Следовательно, при увеличении или уменьшении значений  $H(v_1, v_2)$  на одинаковую величину  $N$  исходные значения функции  $f(\tau_1, \tau_2)$  остаются неизменными.

Используя периодичность функции  $\text{cas}(\Theta)$  можем получить аналитические выражения двумерного смещенного дискретного преобразования Хартли (ДСДПХ) [6], где  $d = 0, N-1$  – используемое смещение,  $Z = N-1+d$ :

изображений на основе ДПХ [2] округлялись до ближайшего целого;

в дальнейшем полученные трансформанты подвергались обратному ДПХ, формировались исходные матрицы;

на последнем этапе происходил расчет среднеквадратической ошибки (СКО) полученных матриц.

Анализ результатов эксперимента позволил выявить следующие свойства двумерного смещенного ДПХ:

для матриц размерности 8×8 значение СКО постоянно для четных и нечетных величин смещения;

для матриц размерности 16×16 значение СКО постоянно для величин смещения кратных 4;

для матриц размерности 4×4 значение СКО одинаково для всех величин смещения;

для матриц остальных размерностей значение СКО варьируется от величины смещения;

наличие нулевых элементов в исходных матрицах на значение СКО не влияет;

		БАЗИС								
		0	1	2	3	4	5	6	7	8
ДДПХ	0	1	1	1	1	0,37	-1,37	1	-1,37	0,4
	1	1	1	1	1	0,37	-1,37	1	-1,37	0,4
	2	1	1	1	1	0,37	-1,37	1	-1,37	0,4
	3	1	1	1	1	0,37	-1,37	1	-1,37	0,4
	4	0,37	0,37	0,37	0,4	-1,37	1	0,37	1	-1,4
	5	-1,37	-1,37	-1,37	-1,4	1	0,37	-1,37	0,37	1
	6	1	1	1	1	0,37	-1,37	1	-1,37	0,4
	7	-1,37	-1,37	-1,37	-1,4	1	0,37	-1,37	0,37	1
	8	0,37	0,37	0,37	0,4	-1,37	1	0,37	1	-1,4
ДСДПХ (смещение на 1)	0	-1,37	1	0,37	1	-1,37	0,37	0,37	0,37	0,4
	1	1	0,37	-1,37	0,4	1	-1,37	-1,37	-1,37	-1,4
	2	0,37	-1,37	1	-1,4	0,37	1	1	1	1
	3	1	0,37	-1,37	0,4	1	-1,37	-1,37	-1,37	-1,4
	4	-1,37	1	0,37	1	-1,37	0,37	0,37	0,37	0,4
	5	0,37	-1,37	1	-1,4	0,37	1	1	1	1
	6	0,37	-1,37	1	-1,4	0,37	1	1	1	1
	7	0,37	-1,37	1	-1,4	0,37	1	1	1	1
	8	0,37	-1,37	1	-1,4	0,37	1	1	1	1
ДСДПХ (смещение на 2)	0	-1,37	0,37	1	0,4	0,37	0,37	1	0,37	-1,4
	1	0,37	1	-1,37	1	1	1	-1,37	1	0,4
	2	1	-1,37	0,37	-1,4	-1,37	-1,37	0,37	-1,37	1
	3	0,37	1	-1,37	1	1	1	-1,37	1	0,4
	4	0,37	1	-1,37	1	1	1	-1,37	1	0,4
	5	0,37	1	-1,37	1	1	1	-1,37	1	0,4
	6	1	-1,37	0,37	-1,4	-1,37	-1,37	0,37	-1,37	1
	7	0,37	1	-1,37	1	1	1	-1,37	1	0,4
	8	-1,37	0,37	1	0,4	0,37	0,37	1	0,37	-1,4

для матриц, элементы которых отличаются друг от друга на малую величину, значение СКО постоянно в независимости от величины смещения.

### Выводы

Использование двумерного смещенного ДПХ позволяет разрабатывать новые и совершенствовать

существующие алгоритмы сжатия и восстановления изображений путем нахождения оптимального распределения коэффициентов ДПХ в трансформанте с целью достижения наилучшего результата по выбранному показателю эффективности в различных видах трансформационного сжатия изображений.

### Список литературы

1. Брейсуэлл Р. Преобразование Хартли. – М.: Мир, 1990. – 273 с.
2. Колмыков М.Н. Формат данных представления статических изображений на основе дискретного преобразования Хартли // Системы обработки информации. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вып. 5 (54). – С. 63-66.
3. Прэнтт У. Цифровая обработка изображений. – М.: Мир, 1982. – 480 с.
4. Рубан И.В., Колмыков М.Н., Дуденко С.В. Быстрый алгоритм формирования трансформанты дискретного преобразования Хартли // Системы озброєння і військова техніка. – Х.: ХУ ПС, 2005. – Вып. 3 (4). – С. 96-98.
5. Рубан И.В., Дуденко С.В., Колмыков М.Н. Одномірне зміщене дискретне перетворення Хартлі // Системи обробки озброєння і військова техніка. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вып. 4 (8). – С. 103-105.
6. Рубан И.В., Дуденко С.В., Колмыков М.Н. Исследование смещенного одномерного дискретного преобразования Хартли // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ, 2004. – Вып. 11 (39). – С. 158-162.

Поступила в редколлегию 9.01.2008

**Рецензент:** канд. техн. наук, доцент И.В. Рубан, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

### ДВОВИМІРНЕ ЗМІЩЕНЕ ДИСКРЕТНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ХАРТЛІ

С.В. Дуденко, М.М. Колмыков, К.А. Вельчев

У статті вводяться в розгляд і досліджуються аналітичні вирази двовимірного зміщеного дискретного перетворення Хартлі. Використання двовимірного зміщеного ДПХ дозволяє розробляти нові і удосконалювати існуючі алгоритми стиснення і відновлення зображень шляхом знаходження оптимального розподілу коефіцієнтів ДПХ в трансформанте з метою досягнення якнайкращого результату по вибраному показнику ефективності в різних видах трансформційного стиснення зображень.

**Ключові слова:** двовимірне зміщене дискретне перетворення Хартлі

### THE TWO-DIMENSIONAL DISPLACED DISCRETE TRANSFORMATION KHARTLI

S.V. Dudenko, M.M. Kolmikov, K.A. Vel'chev

In the article entered in consideration and analytical expressions of the two-dimensional displaced discrete transformation are probed Kharthli. Use two-dimensional displaced DPKH allows to develop new and to perfect the existent algorithms of compression and regeneration of images by finding of the optimum distributing of coefficients of DPKH in transformants with the purpose of achievement of the best result on the chosen index of efficiency in the different types of transformation compression of images.

**Keywords:** the two-dimensional displaced discrete transformation Kharthli