УДК 517

А.И. Шипулин, А.В. Павлик, Н.А. Дидык

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ВЫБОРА СТРУКТУРЫ СИСТЕМ С ФУНКЦИОНАЛЬНЫМ РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ

Рассмотрена постановка задачи выбора состава систем с функциональным резервированием, рассмотрены приближенные методы ее решения, предложен алгоритм получения точного решения и программные средства для автоматизации процесса решения задачи. Для решения задачи разработан модифицированный жадный алгоритм, в основе которого лежит последовательный отбор доминирующих объектов (строк матрицы) и последующей коррекцией исходной матрицы и массива значений коэффициентов резервирования.

***Ключевые слова**: система с функциональным резервированием, структура, точное решение.*

Введение

Постановка проблемы. Функциональное резервирование является перспективным методом повышения эффективности технических и активных систем. В основе метода лежит использование многофункциональных элементов, способных выполнять дополнительные функции. Аналитические методы выбора оптимального состава систем с функциональным резервированием (СФР) отличаются высокой трудоемкостью и с ростом количества объектов и количества функций становятся малоэффективными [1, 2]. В связи с этим возникает необходимость в разработке эффективных приближенных методов решения задачи.

Анализ последних исследований и публикаций. Задача выбора оптимального состава СФР, которая относится к специфическим задачам покрытия, является NP – трудной, поэтому необходимо создавать эффективные приближенные алгоритмы, позволяющие получить решения со значениями целевой функции близкие к оптимальным. При этом полагают [3], что приближенный алгоритм для задачи минимизации имеет мультипликативную оценку точности δ, если для произвольной индивидуальной задачи получаемое им решение превышает оптимум не более, чем в δ раз.

Для поиска приближенных решений задачи о покрытиях большой размерности широкое распространение получили эвристические алгоритмы, в частности, методы лагранжевой релаксации [4], генетические алгоритмы [5], поиск с запретами [6], алгоритмы муравьиной колонии [7], нейронные сети [8] и другие. Эвристические методы основаны на частичном переборе покрытий с учетом накапливаемой при этом статистической информации.

Одним из наиболее исследованным приближенных алгоритмов для решения задачи покрытия является жадный алгоритм [3]. В этом алгоритме для невзвешенного случая на каждой итерации в качестве очередного элемента покрытия выбирается подмножество, покрывающее наибольшее число элементов, не покрытых на предыдущих итерациях.

В. Хватал [9] предложил модификацию жадного алгоритма для задачи с произвольными весами предложил, где на каждой итерации в покрытие включается подмножество с максимальным отношением числа покрываемых элементов, не покрытых на предыдущих итерациях, к весу.

Указанные методы не учитывают специфики задачи выбора состава системы с функциональным резервированием, поэтому их использование неэффективно.

Цель работы: исследование задачи выбора структуры СФР и приближенных методов ее решения.

Основная часть

Решение задачи. В общем случае задача формирования структуры СФР с невзвешенными объектами (имеющими одинаковую стоимость) формулируется следующим образом. ***Пусть*:** n – количество объектов; m – количество функций; $Q=\{q_1, \dots, q_n\}$ – множество объектов; $A=\{a_1, \dots, a_m\}$ – множество функций, реализуемых системой; $A_i=\{a_{i1}, \dots, a_{im}\}$ – множество функций, реализуемых i-м объектом; $a_{ij} \in \{0,1\}$, причем $a_{ij} = 1$, если i-й объект реализует j-ую функцию и $a_{ij} = 0$ в противном случае;

$$A_1 \vee A_2 \vee \dots A_n \in A;$$

K_j – требуемый коэффициент резервирования для j-й функции; $Y=\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ – состав СФР; если i-й объект входит в состав, то $Y_i = 1$, иначе $Y_i = 0$.

Для отображения множества функций, которые могут выполнять объекты, удобно использовать табличную форму. Табличная модель представляет собой прямоугольную таблицу, в которой строки соответствуют объектам, а столбцы – функциям (табл. 1). Если i-й объект выполняет j-ую функцию, то $R_{ij} = 1$, в противном случае $R_{ij} = 0$.

Таблица 1

Табличная модель множества функций

Q\A	a_1	a_2		a_m
q_1	R_{11}	R_{12}		R_{1m}
q_2	R_{21}	R_{22}		R_{2m}
…	…	…	…	…
q_n	R_{n1}	R_{n2}		R_{nm}

Требуется: определить вид множества $Y = \{Y_1, Y_2, \ . \ . \ . \ , Y_n\}$, при котором

$$\sum_{i=1}^{n} Yi \times Rij \geq Kj, \quad j = 1,...,m; \qquad \sum_{i=1}^{n} Yi \Rightarrow \min.$$

Рассмотренная задача относится к специфическим задачам о наименьшем покрытии множества. Для решения задач о покрытии общего вида предложено большое число точных алгоритмов, основанных на методах ветвей и границ [5], отсечения [6], перебора L-классов [7] и др. Однако применение известных методов, не учитывающих специфику рассматриваемой задачи, для решения поставленной задачи затруднительно.Для решения задачи разработан модифицированный жадный алгоритм, в основе которого лежит последовательный отбор доминирующих объектов (строк матрицы) и последующей коррекцией исходной матрицы и массива значений коэффициентов резервирования.

При описании алгоритма использованы следующие обозначения: M – исходная матрица; n – количество строк матрицы; k – количество столбцов матрицы; I – текущий номер строки; J – текущий номер столбца; MR – массив с заданными коэффициентами резервирования; T – массив номеров строк, вошедших в решение; Ld – количество отобранных строк в массив T; Ldom – номер доминирующей строки на соответствующем шаге; S – значение характеристики рассматриваемой строки; Max – максимальное значение характеристик строк на соответствующем шаге.

Описание алгоритма

1. Ld = 0.
2. Max = 0.
3. I = 0.
4. I = I +1.
5. Определение характеристики i – ой строки Ci.
6. Если Max ≤ Ci переходим к п. 4.
7. Ldom = i.
8. Max = Ci.
9. Если I<n переходим к п. 4.
10. Ld = Ld+1.
11. Запись номера доминирующей строки: T[Ld] = Ldom.
12. J = 0.
13. J = J+1.
14. Если m[Ldom,j] = 0 переходим к п. 17.
15. Если MR[j] > 0, то MR[j] = MR[j]-1.
16. M[Ldom,j] = 0.
17. Если J < K, то переходим к п. 13.
18. Вычисляем сумму элементов матрицы

$$C = \sum_{j=1}^{k} MR[j].$$

19. Если C > 0, то переходим к п. 2.
20. Конец.

Были исследованы следующие варианты характеристик строк на основании которых определяется доминирующая строка.

1. Алгоритм G1. Выбирается строка с наибольшим числом единиц, т.е.

$$Si = \sum_{j=1}^{k} M[i, j].$$

Частным случаем этого алгоритма, при одинаковых коэффициентах резервирования, является “классический” жадный алгоритм.

2. Алгоритм G2. Выбирается строка с наибольшим числом единиц, однако M[i, j] участвует в суммировании, если MR[j]>0 (т.е. условие резервирования еще не выполнено). Характеристика строки в этом случае имеет вид:

$$Si = \sum_{j=1}^{k} M[i, j] * sgn(MR[j]),$$

где в общем случае функция sgn(X) определена следующим образом

$$sgn\{X\} = \begin{Bmatrix} 1, & \text{при } X > 0, \\ 0, & \text{при } X = 0, \\ -1, & \text{при } X < 0 \end{Bmatrix}.$$

Поскольку в рассматриваемых матрицах все элементы неотрицательные, то последний случай не рассматривается.

3. Алгоритм G3. Выбирается строка с наибольшим числом единиц, однако M[i, j] участвует в суммировании, если MR[j]>0. Характеристика строки в этом случае имеет вид:

$$Si = \sum_{j=1}^{k} M[i, j] \cdot MR[j],$$

т.е. при определении характеристики строки учитывается вес каждой единицы рассматриваемой строки, причем вес определяется значением уровня резервирования соответствующего столбца.

Рассмотрим примеры работы алгоритмов.

Исходная матрица приведена в табл. 2, массив коэффициентов резервирования имеет вид: MR = {3, 3, 2, 3, 4, 2, 4, 4, 2, 3, 3, 2}.

Таблица 2

Исходная матрица

Q\A	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
q_1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
q_2	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1
q_3	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
q_4	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1
q_5	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
q_6	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
q_7	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
q_8	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
q_9	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1

В табл. 3 приведены пошаговые значения Lдом и S дом для алгоритмов G1, G2, G3. В табл. 4 приведены пошаговые значения массива коэффициентов резервирования для алгоритмов G1, G2, G3.

Анализ рассмотренных алгоритмов показал, что алгоритм G1 целесообразно использовать при одинаковых коэффициентах резервирования, алгоритм G3 при решении тестовых задач в 65% случаев дал лучшие результаты, чем алгоритм G2. На основании третьего алгоритма разработано программное обеспечение [10].

Таблица 3

Пошаговые значения Lдом и Sдом
для алгоритмов G1, G2, G3

Шаг	Алгоритм G1		Алгоритм G2		Алгоритм G3	
	Lдом.	S дом.	Lдом.	S дом.	Lдом.	S дом.
1	9	10	9	10	9	10
2	1	8	1	8	1	8
3	5	8	2	7	3	12
4	6	8	3	6	4	9
5	2	7	4	3	6	3
6	3	7	5	1		
7	4	7				

Таблица 4

Пошаговые значения массива коэффициентов
резервирования для алгоритмов G1, G2, G3

Шаг	Алгоритм G1	Алгоритм G2	Алгоритм G3
1	2 2 1 2 3 1 4 3 2 2 2 1	2 2 1 2 3 1 4 3 2 2 2 1	2 2 1 2 3 1 4 3 2 2 2 1
2	1 2 1 2 2 0 3 2 1 1 1 1	1 2 1 2 2 0 3 2 1 1 1 1	1 2 1 2 2 0 3 2 1 1 1 1
3	0 2 0 2 1 0 2 2 0 0 0 1	0 1 0 2 1 0 3 1 1 0 1 0	0 1 1 1 1 0 2 2 0 1 0 1
4	0 1 0 2 0 0 1 1 0 0 0 0	0 0 0 1 0 0 2 1 0 0 0 0	0 0 0 0 1 0 1 1 0 0 0 0
5	0 0 0 2 0 0 1 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
6	0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	
7	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		

Выводы и перспективы дальнейших исследований

Рассмотрена постановка задачи выбора состава систем с функциональным резервированием, предложен алгоритм получения точного решения и программные средства для автоматизации процесса решения задачи.

Перспективным направлением дальнейших исследований является разработка эффективных приближенных алгоритмов решения задач большой размерности и оценка их эффективности.

Список литературы

1. *Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. – М.: СИНТЕГ, 1999. – 128 с.*
2. *Чумаченко И.В., Доценко Н.В., Шипулин А.И. Функциональное резервирование при построении команды проекта // Тезисы докладов IV Межд. НПК «Современные информационные технологии в экономике и управлении предприятиями, программами и проектами». – Х.: Нац. аэрокосмич. ун-т «ХАИ». – 2006. – С. 167-168.*
3. *Еремеев А.В., Заозерская Л.А., Колоколов А.А. Задача о покрытии множества: сложность, алгоритмы, экспериментальные исследования // Материалы конференции "Дискретный анализ и исследование операций". – Новосибирск. – 2000. – С. 37-41.*
4. *Beasley J.E. A Lagrangean heuristic for set covering problems // Naval Research Logist. – 1990. – Vol. 37. – P. 151-164.*
5. *Beasley J.E., Chu P.C. A genetic algorithm for the set covering problem // European J. Oper. Res. 1996. – Vol. 94, N 2. – P. 394-404.*
6. *Ramalhinho H., Pinto R., Portugal R. Metaheuristics for the bus-driver scheduling problem / Univ. Pompeu Fabra. Economic Working Papers Series. 1998. Technical Report No. 304.*
7. *Alexandrov D., Kochetov Y. Behavior of the ant colony algorithm for the set covering problem // Proc. of Symp. on Oper. Res. (SOR'99). Springer Verlag, 2000. – P. 255-260.*
8. *Grossman T., Wool A. Computational experience with approximation algorithms for the set covering problem // European J. Oper. Res. 1997. – Vol. 101, N 1. – P. 81-92.*
9. *Chvatal V. A greedy heuristic for the set-covering problem // Mathematics of Oper. Res. 1979. – Vol. 4, N 3. – P. 233-235.*
10. *Комп'ютерна програма "Програма формування команди з функціональним резервуванням" / І.В. Чумаченко, Н.В. Доценко, О.І. Шипулін : Свід. Держ. реєстр. прав автора на твір № 18153. – Зареєстр. в Держ. департ. інтелектуальної власності Мін. освіти і науки України 03.10.2006 р.*

Поступила в редколлегию 25.02.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.В. Чумаченко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

НАБЛИЖЕНИЙ МЕТОД ВИБОРУ СТРУКТУРИ СИСТЕМ З ФУНКЦІОНАЛЬНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ

О.І. Шипулін, А.В. Павлик, Н.О. Дідик

Розглянута постановка завдання вибору складу систем з функціональним резервуванням, розглянуті наближені методи її рішення, запропонований алгоритм отримання точного рішення і програмні засоби для автоматизації процесу рішення задачі. Для вирішення завдання розроблений модифікований жадібний алгоритм, в основі якого лежить послідовний відбір домінуючих об'єктів (рядків матриці) і подальшою корекцією початкової матриці і масиву значень коефіцієнтів резервування.

Ключові слова: система з функціональним резервуванням, структура, точне рішення.

CLOSE METHOD OF CHOICE OF STRUCTURE OF SYSTEMS WITH FUNCTIONAL RESERVING

A.I. Shipulin, A.V. Pavlik, N.A. Didyk

Raising of task of choice of composition of the systems is considered with the functional reserving, the close methods of its decision are considered, the algorithm of receipt of exact decision and programmatic facilities is offered for automation of process of decision of task. For the decision of task the modified avid algorithm is developed, in basis of which the successive selection of dominant objects (lines of matrix) lies and by the subsequent correction of initial matrix and array of values of coefficients of reserving.

Keywords: system with the functional reserving, structure, exact decision.