

УДК 389.14 : 316.776

Л.М. Віткін¹, В.У. Ігнаткін²

¹Держспоживстандарт України, Київ

²Дніпродзержинський державний технічний університет, Дніпродзержинськ

ВИКОРИСТАННЯ ФУНКЦІЙ РОЗПОДІЛУ ЙМОВІРНОСТЕЙ ДЛЯ КОНТРОЛЮ СТАТИСТИЧНО КЕРОВАНИХ ПРОЦЕСІВ

Проаналізовано існуючі методи статистичного управління процесами. Запропоновано модель та методику контролю багатоопераційного, виробничого, статистично керованого процесу з низьким рівнем дефектності, який базується на вимірюванні функцій розподілу ймовірностей міжімпульсних інтервалів на виході детектора дефектів процесу. Наведено розрахунок необхідного часу для виявлення окремих дефектів нижче заданого рівня при заданій достовірності. Застосування методики визначення дефектів на фоні опорного процесу дозволяє зменшити час на аналіз та виявлення джерел системних дефектів, а також забезпечити високу достовірність вимірювань і стабільність результатів процесу у часі.

Ключові слова: розподіл ймовірностей, міжімпульсні інтервали, джерела системних дефектів.

1. Суть процесного підходу в теорії загального управління якістю (TQM)

Сучасна концепція TQM та міжнародних стандартів ISO серії 9000 базується на процесному підході. Тобто якісна продукція або послуга є результатом належного управління процесом або системних взаємопов'язаних та взаємодійних процесів. Таке управління процесом досягається через контроль та управління показниками, які характеризують процес.

Модель процесів системи управління якістю (СУЯ), наведена у стандарті [1], охоплює всі процеси СУЯ. Ця модель корисна для розуміння філософії, на якій базуються стандарти ДСТУ ISO серії 9000.

Стандарти ДСТУ ISO серії 9000 пропонують застосовувати процесний підхід з метою підвищення результативності та ефективності функціонування організації у досягненні встановлених цілей.

Вигоди від застосування процесного підходу:

- інтеграція процесів та узгодження зв'язків між ними, що уможливує досягнення запланованих результатів;
- спроможність зосереджувати зусилля на результативності процесів;
- забезпечення впевненості зацікавлених сторін стосовно узгодженості дій, результативності діяльності організації;
- прозорість видів діяльності та їх вигод у межах організації;
- зменшення витрат і скорочення часу виробничого циклу завдяки ефективному використанню ресурсів;
- поліпшенні, узгоджені і передбачувані результати;
- згруповані і розподілені за пріоритетами можливості поліпшення.

Процес розглядається як сукупність взаємопов'язаних та взаємодійних видів діяльності, яка перетворює входи на виходи. Як входом, так і виходом є матеріальні і/або інформаційні потоки. Крім

входу та виходу іншими елементами моделі процесу є управління та ресурси (рис. 1).



Рис. 1. Процес як сукупність взаємопов'язаних та взаємодійних видів діяльності

Управління процесом визначає умови, необхідні процесу, щоб створити передбачуваний вихід. Це може бути інформація керуючої дії – як, за яких умов, за якими правилами треба перетворювати входи на виходи, а також інформація обмежувального характеру, яка міститься в законодавчих актах, стандартах, технічних умовах, внутрішніх документах організації тощо. Ресурси (персонал, обладнання, фінанси тощо) підтримують функціонування процесу.

Процесний підхід усуває бар'єри між різними функціональними підрозділами і об'єднує їх зусилля на досягнення головних цілей організації. Основна увага управління зосереджується не на окремих функціях, які виконуються різними підрозділами, а на процесах, що охоплюють окремі функції і спрямовані на досягнення кінцевих цілей організації. Цей підхід також дає можливість належним чином управляти зв'язками процесів. Застосування разом з процесним підходом системного підходу спрямовує організацію на створення і розуміння мережі процесів і їх взаємозв'язків. Для взаємопов'язаних процесів виходи одного процесу можуть бути входами до інших процесів.

Процесний підхід вимагає, щоб організація управляла кожним процесом як унікальною одиницею, а також як складовою у межах мережі процесів.

Згідно з положенням п.4.1 стандарту [1] організація повинна встановити послідовність та взаємодії

процесів, визначити управлінські заходи щодо кожного процесу, забезпечити ресурсами для належного їхнього функціонування, здійснювати моніторинг і аналізування процесів, а також вживати заходи для постійного поліпшення процесів.

Впровадження процесного підходу передбачає здійснення низки кроків, пов'язаних з ідентифікацією процесів, їх плануванням, впровадженням, вимірюванням та аналізуванням.

Перелік процесів складають з урахуванням специфіки діяльності організації. Для підприємств, що виготовляють продукцію, процеси випуску охоплюють процеси визначення і аналізування вимог до продукції, розроблення нової продукції, підготовки виробництва, закупівлі, контролю вхідних компонентів, виробництва (у т.ч. наступного обслуговування, якщо необхідно).

Усі процеси, охоплені СУЯ, можна класифікувати за такими групами:

- процеси випуску продукції (надання послуги);
- процеси управління, до яких віднесені процеси формування політики ц цілей у сфері якості, аналізування з боку керівництва, зв'язки із замовниками, планування СУЯ, моніторинг та вимірювання, внутрішні аудити, коригувальні та запобіжні дії, оцінювання задоволеності замовників та ін.;
- процеси, необхідні для забезпечення належного функціонування процесів випуску продукції, управління та вимірювання. До цієї групи віднесені процеси, пов'язані з підготовкою персоналу, інфраструктурним та метрологічним забезпеченням, а також забезпеченням дотримання вимог охорони праці та належних умов виробничого середовища.

Для кожного процесу необхідно встановити:

- 1) входи процесу, які описують:
 - суміжні вхідні процеси;
 - що є входом (вхідні дані і/або продукція) для процесу, що описується;
 - хто відповідальний (із виконавців попереднього процесу) за належне передавання вхідних даних і/або продукції;
 - хто відповідальний (із виконавців процесу, що описується) за отримання вхідних даних і/або продукції;
 - періодичність отримання вхідних даних;
- 2) алгоритм перетворення входів у виходи;
- 3) виходи процесу, які описуються:
 - що є виходом (вихідні дані і/або продукція) для процесу, що описується;
 - хто відповідальний за формування вихідних даних;
 - періодичність формування вихідних даних процесу;
 - форми протоколів;
 - місце і термін зберігання протоколів;
 - хто користувач (із виконавців сумісного наступного процесу);
- 4) нормативні документи (стандарты, методики, інструкції), які регламентують виконання процесу, що описується;

5) показники, за якими оцінюється результативність процесу, і критерії результативності процесу.

Результативність окремого процесу можна визначити за одним або за кількома показниками. Показники, за якими оцінюють результативність процесу, мають бути визначені ще на етапі розроблення СУЯ.

Крім показників, за якими визначатимуть результативність процесу, необхідно також встановити критерій результативності процесу, тобто таке значення показника, яке є максимально (або мінімально) допустиме, щоб вважати, що процес функціонує результативно.

2. Статистичні методи управління процесом

У праці [2] наведено статистичні методики моніторингу та вимірювання процесів СУЯ. Для забезпечення спроможності процесів досягти запланованих результатів використовують такі методи, як:

- описова (наглядова) статистика, в тому числі графічні методи;
- розроблення експериментів;
- випробування гіпотези;
- аналіз вимірювання;
- аналіз здатності процесів;
- аналіз вибірки зразків;
- статистичні діаграми управління процесом (контрольні карти Шухарта (SPC));
- аналіз часового ряду.

Досить широкого застосування в автомобільній, електронній, оборонній, машинобудівній промисловості набули статистичні діаграми управління процесом, або, як їх називають, контрольні карти Шухарта. Крім них, є ще інші форми карт: чутливі до малих змін параметрів процесу, а також ті, що згладжують короткотермінові варіації та виявляють стійкі тенденції. Контрольні карти використовуються для контролю над варіаціями процесу та оцінки його стабільності. У найпростішому випадку, якщо вимірюване значення параметра процесу виходить за встановлені межі регулювання, то це є сигналом для пошуку причини виходу процесу за рамки управління та стабільності і вимагає певних регулюючих дій для входження параметра в установлений діапазон значень. Контрольні карти використовують також для зниження непотрібного втручання у процес шляхом розмежування варіації, властивої процесу, і варіації, якої потрібно позбутись. Детальніше цей метод описано у працях [3, 4].

Контрольні карти – інструмент, що дозволяє відстежувати хід процесу і впливати на нього за допомогою відповідного зворотного зв'язку для попередження його відхилення від вимог.

Типовий приклад контрольної карти наведено на рис. 2; вона представляє собою контрольну карту середніх арифметичних та розмахів ($\bar{x} - R$ - карта).

При побудові контрольних карт на осі ординат відкладається значення контрольованого параметра, а на осі абсцис – час t взяття вибірки (або її номер).

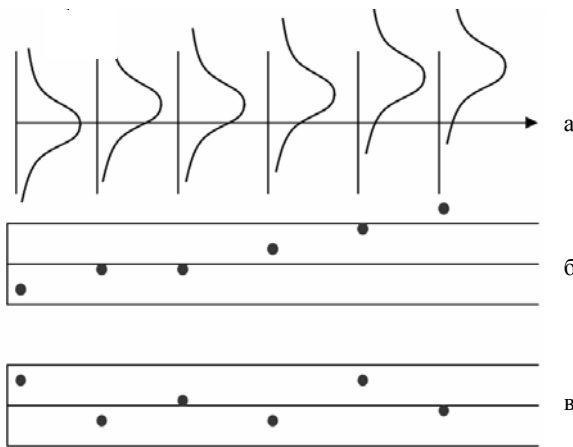


Рис. 2. Контрольні карти: а – розподіл вибірових даних у відповідності з гаусовським (нормальним) законом; б, в – абсолютні значення контрольованого параметра зростають (б – карта середніх арифметичних (\bar{x} – карта) вказує на зсув; в – карта розмахів (R-карта) не вказує на зсув)

Всі контрольні карти складаються з трьох ліній. Центральна лінія є необхідним середнім значенням характеристики контрольованого параметра якості. Так, у випадку ($\bar{x} - R$) – карти це будуть номінальні (задані) значення \bar{x} та R , нанесені на відповідні карти. Дві інші лінії, одна з яких знаходиться над центральною – верхня контрольна границя (K_V або UCL – Upper Control Level), а інша під нею – нижня контрольна границя (K_H або LCL – Lower Control Level), представляють собою максимально допустимі границі зміни значень контрольованої характеристики (показника якості), щоб вважати, що процес задовольняє пред'явлені йому вимоги. Якщо всі точки, які відповідають вибіровим середнім значенням контрольованого параметру та його мінливості, отримані в результаті обстеження вибірок, okazуються в середині контрольних границь, не проявляючи ніяких тенденцій, то процес розглядається як такий, що знаходиться в контрольованому стані. Якщо ж, навпроти, вони попадуть за контрольні границі або приймуть яку-небудь незвичайну форму розташування, то процес вважається таким, що вийшов з-під контролю.

Процес вважається контрольованим, якщо систематичні складові його похибки постійно виявляються та усуваються, а залишаються лише складові похибки, які, як правило, розподіляються у відповідності з нормальним (гаусовським) законом розподілу.

Типи контрольних карт (в Європі та Японії їх відносять до категорії карт Шухарта):

- ◆ середніх арифметичних і розмахів ($\bar{x} - R$);
- ◆ медіан і розмахів ($Me - R$);
- ◆ індивідуальних значень (x);
- ◆ частки дефектної продукції (p);
- ◆ числа дефектних одиниць продукції (pn);
- ◆ числа дефектів (c);
- ◆ числа дефектів на одиницю продукції (u).

Для вибору контрольної карти можна скористатися схемою, що наведена на рис. 3.



Рис. 3. Порядок вибору типу контрольної карти, n – об'єм вибірки

Існує два види контрольних карт:

- для контролю параметрів якості, що є безперервними випадковими величинами, значення яких є кількісними даними параметра якості;

- для контролю параметрів якості, що є дискретними випадковими величинами, які є якісними даними (годний – не годний, брак – не брак).

“Шість сигм” – це ще один підхід до вдосконалення бізнесу, який прагне знайти та виключити причини помилок або дефектів в бізнес-процесах шляхом зосередження на тих вихідних параметрах, які виявляються критично важливими параметрами, які виявляються критично важливими для споживача. “Шість сигм” – це стратегічний підхід, який працює для всіх процесів, продукції та галузей.

Вперше методологія “шість сигм” була впроваджена в компанії “Motorola” в 80-х роках минулого століття. Трохи пізніше цей підхід був використаний і в компанії General Electric.

Концепція полягає в зниженні варіабельності процесів та стабілізації характеристик продукції. Для відповідності ідеї “шість сигм” необхідно щоб показник допуску на деяку важливу характеристику продукції мав природний розкид в процесі виробництва продукції в таких стійких границях, щоб він укладався в злагожені границі допуску 12 раз, що якраз і складає ± 6 сигм.

З 1920 р. історично прийнятним вважався процес, який у статистично-регульованому стані мав розсіювання в межах $\pm 3\sigma$ і фіксоване середнє значення, тобто коли під кривою розподілу $\pm 3\sigma$ охоплюється 99,73 % всіх можливих характеристик.

Таким чином, спроможність процесу $\pm 3\sigma$ веде до випуску 0,27 % дефектів, або 2700 дефектів на мільйон можливостей (ДММ). Якщо припустити, що середнє значення може змінитися на $1,5\sigma$, то кількість ДММ збільшується до 66 810. Процеси, що відповідають “чотирьом сигмам”, які нині використовуються багатьма організаціями, забезпечують 6210 ДММ, тоді як процес, що відповідає $\pm 6\sigma$, - всього 3,4 ДММ. А це означає 99,99966 % випуску бездефектних виробів або реалізація будь-яких послуг чи дій.

Варто підкреслити, що в концепції “шість сигм” акцент робиться не стільки на кількість дефектів на мільйон можливостей, скільки на методологію систематичного зниження розсіювання процесів. Гостру потребу у відході від традиційного підходу, заснованого на концепції “трьох сигм”, легко помітити, якщо уявити собі вихід процесу, що складається, наприклад, з 20 послідовних операцій, на кожній з яких забезпечується заданий відсоток виходу. Якщо цей відсоток відповідає підходу на основі “трьох сигм”, то на виході маємо $(0,9973)^{20} = 0,947$, тобто близько 5 % браку, тоді як при підході “шість сигм” маємо $(0,9999966)^{20} = 0,99993$, тобто дорівнює всього лише 70 дефектам на мільйон.

У джерелі [5] Демінгом було зосереджено увагу на так званих статистично керованих або стабільних (контрольованих) процесах. Такі процеси є випадковими, але передбачуваними та відтворюваними. Запропоновано просту класифікацію причин варіабельності процесів. Це – особливі проблеми, пов’язані з помилками персоналу або дефектами обладнання, та проблеми системи, які відносяться до відповідальності менеджменту. Аналіз причин свідчить, що лише 6 % проблем є особливими, решта 94 % – це проблеми системного характеру.

У стані статистичної керованості процесу всі особливі причини вже усунуто. Варіабельність процесу, що залишилась, залежить від загальних системних причин, якщо тільки раптом не з’явиться нова особлива причина. Статистична керованість процесу передбачає, що не слід реагувати на кожну варіацію параметрів або показників процесу. Це може привести до виникнення додаткових варіацій і збільшення проблем. Зусилля мають бути спрямовані на поліпшення процесу (реінженіринг процесу), але це дасть ефект лише, якщо підтримується досягнутий стан його статистичної керованості.

3. Модель контролю процесу на основі визначення функції розподілу ймовірностей

Використовуючи термінологію Демінга будемо вважати досліджувальний процес випадковим статистично керованим (контрольованим). Припустимо, що на виході процесу є продукція, певний відсоток якої є дефектною. Причому різні причини, що викликали дефекти носять системний, а не особливий характер. Припустимо, як було описано вище, що це багатоопераційний процес з 20 послідовними діями до контролю за якими застосовуються концепції “трьох” або “шести сигм”, що відповідно дає на виході процесу, у першому випадку, близько 5 % браку від загальної кількості виробів та, у другому, лише 70 дефектів на мільйон можливостей. Назвемо цей процес опорним з наперед відомими ймовірносними властивостями, а рівень дефектності, який йому відповідає, є фоновим рівнем. Як зазначалось,

проблема полягає у зниженні рівня дефектності процесу, тобто фону дефектності. Зрозуміло, чим нижче фон, тим складніше знаходити і реагувати на системні проблеми процесу, які призводять до дефектів на його виході. Але слід розуміти, що загальний низький фон не забезпечує від того, що навіть один дефект системного характеру не призведе до ситуації, коли необхідно масово відкликати продукцію від споживача. Такі випадки є досить частими, наприклад, у автомобілебудівній галузі. Або інша ситуація, коли єдиний дефект може привести до катастрофи, що характерно для авіаційної та аерокосмічної галузей. Описані вище існуючі методи і концепції, зокрема “шість сигм”, карти Шухарта, повною мірою, не вирішують проблему.

Таким чином, задача контролю процесів з низьким рівнем дефектності і подальшого зниження фону дефектності, а також реагування на дефекти, рівень яких значно нижче фону та поодинокі дефекти через встановлення та усунення системних проблем досліджуваного процесу представляє собою, як науковий, так і практичний інтерес.

Для вирішення цієї проблеми авторами запропоновано застосовувати методи оцінювання одномірних та багатомірних функцій розподілу ймовірностей. Авторами запропоновано модель контролю статистично керованого процесу з використанням функцій розподілу ймовірностей (рис.4).

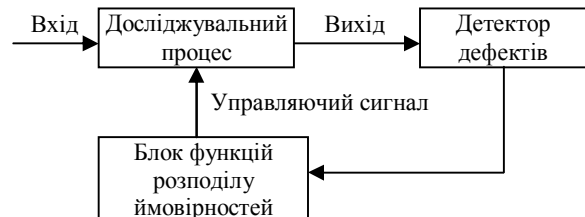


Рис. 4. Модель контролю процесу з використанням функцій розподілу ймовірностей

Продукція з виходу досліджуваного процесу потрапляє на детектор дефектів, який визначає дефекти і формує відповідний імпульсний сигнал. При цьому ширина імпульсів відповідає характеру дефекту, а міжімпульсний інтервал формується в залежності від фону дефектності та наявності додаткових дефектів. Цей сигнал потрапляє до блоку функцій розподілу ймовірностей, який формує функцію розподілу ймовірностей на основі вимірювання інтервалів між імпульсами. Сигнал з блоку функцій розподілу ймовірностей слугує основою для дій з виявлення системних проблем процесу, які викликають появу на його виході дефектної продукції, а в подальшому розробленні та реалізації коригувальних дій, спрямованих на усунення причини, що призвела до появи дефекту.

Розглянемо деякі теоретичні аспекти оцінювання зазначених функцій.

Одномірні функції розподілу ймовірностей. Одномірна функція розподілу ймовірностей визначається співвідношенням:

$$F(x, t) = P\{X(t) < x\}, \quad (1)$$

де $X(t)$ - випадкова величина, яка спостерігається.

В свою чергу оцінка функції розподілу ймовірностей визначається співвідношенням, відповідно:

$$F^*(x) = \frac{1}{T} \int_0^T Q(x, t) dt, \quad (2)$$

при усереднюванні за часом і

$$F^*(x, t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M Q_i(x, t) \quad (3)$$

при усереднюванні за ансамблем реалізацій.

В (2): T - постійна інтегрування, а

$$Q(x, t) = \begin{cases} 1 & \text{при } X(t) < x \\ 0 & \text{при } X(t) \leq x \end{cases}. \quad (4)$$

В (3): M - постійна накопичення (кількість реалізацій), а

$$Q_i(x, t) = \begin{cases} 1 & \text{при } X_i(t) < x \\ 0 & \text{при } X_i(t) \leq x \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (5)$$

Алгоритм (2) реалізується пристроєм, структура якого наведена на рис. 5, а структура пристрою, який реалізує алгоритм оцінювання (3) – на рис. 6.

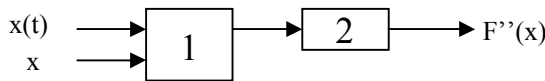


Рис. 5. Пристрій для формування одномірної функції розподілу ймовірностей з усереднюванням за часом

На рис. 5: 1 – пороговий пристрій; 2 – інтегратор; $x(t)$ - процес, для якого вимірюється функція розподілу ймовірностей; x - поріг (аргумент) функції розподілу; $F''(x)$ – оцінка функції розподілу ймовірностей.

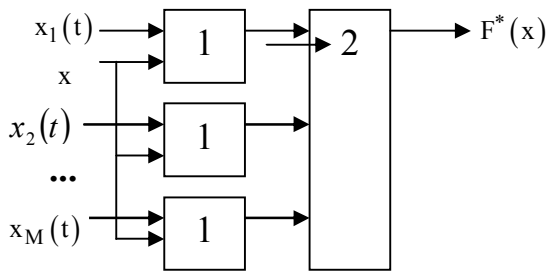


Рис. 6. Пристрій формування одномірної функції розподілу ймовірностей з усередненням за ансамблем реалізацій

На рис. 6: 1 – пристрій порогу; 2 - M – вхідний суматор: $x_i(t), i = 1, 2, \dots, M$ - реалізація випадкового процесу, для якого вимірюється функція розподілу ймовірностей; x - поріг (аргумент) функції розподілу; $F^*(x)$ - оцінка функції розподілу ймовірностей.

Багатомірні функції розподілу ймовірностей.

Розглянемо алгоритм формування оцінки N -вимірної функції розподілу ймовірностей. Проблема вимірювання багатомірних функцій розподілу ймовірностей вирішується за допомогою пристрою, структуру якого показано на рис. 7.

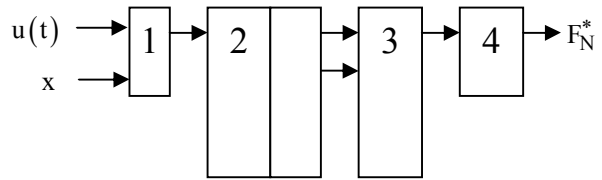


Рис. 7. Структура вимірювання N -вимірних функцій розподілу ймовірностей

На рис. 7: 1 – компаратор; 2 – оперативний пристрій пам'яті (ОПП) на N відліків (біт); 3 – N -вхідний логічний елемент “Т”; 4 – інтегратор; $u(t)$ – випадковий процес, що аналізується; F_N^* – оцінка N -вимірної функції розподілу ймовірностей.

Вимірювач працює наступним чином. Компаратор 1 реалізує виконання перетворення (4). ОПП 2, який працює за принципом “перший прийшов – перший пішов”, забезпечує необхідний тимчасовий зсув між проквантованими відліками випадкового процесу, що спостерігається.

N -вхідний логічний елемент “Т” 3 забезпечує поєднання подій у відповідності зі співвідношенням:

$$Y(x, t - \tau_1; x, t - \tau_2; \dots; x, t - \tau_N) = Q(x, t - \tau_1)Q(x, t - \tau_2) \dots Q(x, t - \tau_N), \quad (6)$$

де $Q(x, t - \tau_i), i = 1, 2, \dots, N$ формується у відповідності з алгоритмом (4). Отриманий в результаті поєднання процес подається на інтегратор 4, який забезпечує формування оцінки N -вимірної оцінки функції розподілу виду:

$$F_N^*(x, \tau_1; x, \tau_2, \dots; x, \tau_N) = \frac{1}{T} \int_0^T Y(x, t - \tau_1; x, t - \tau_2; \dots; x, t - \tau_N) dt. \quad (7)$$

Оцінка (7) є змістовною оцінкою багатомірної функції розподілу ймовірностей.

Нехай оцінка функції розподілу ймовірностей формується у відповідності з алгоритмом:

$$F^*(x, t_k) = \frac{1}{M} \sum_{i=k}^{k+M} Q(x, t_i), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (8)$$

де M – постійна накопичення $t_k, k = 1, 2, \dots$ – час приходу k -го імпульсу з детектору дефектів, $Q(x, t_i), i = k, k + 1, \dots, k + M$ формується у відповідності з алгоритмом (4).

По аналогії з (8) для оцінки багатомірної функції розподілу ймовірності маємо:

$$F_N^*(x, \tau_1; x, \tau_2; \dots; x, \tau_N) = \frac{1}{M} \sum_{i=k}^{k+V} Y(x, t_i), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (9)$$

де по аналогії з (6)

$$Y(x, t_i - \tau_1; x, t_i - \tau_2; \dots; x, t_i - \tau_N) = Q(x, t_i - \tau_1)Q(x, t_i - \tau_2) \dots Q(x, t_i - \tau_N), \quad i = 1, 2, \dots, \quad (10)$$

Достовірність результатів. Враховуючи, що в основу вимірювань, що далі будуть виконуватися, покладені оцінки функції розподілу ймовірностей виду (8), (9), розгляд достовірності результатів про-

ведемо саме для них. З розрахунку нерівності Чебишева для оцінки (8) отримуємо:

$$P\{|F^*(x,t) - F(x,t)| > \delta\} \leq \frac{D\{F^*(x,t)\}}{\delta^2}, \quad (11)$$

де $D\{F^*(x,t)\}$ - дисперсія оцінки функції розподілу, а для оцінки (9) –

$$P\{|F_N^*(x,t) - F(x,t)| > \delta\} \leq \frac{D\{F_N^*(x,t)\}}{\delta^2}. \quad (12)$$

Дисперсія оцінки функції розподілу ймовірностей відповідає нерівності:

$$D\{F^*(x,t)\} \leq \frac{0,25}{M}. \quad (13)$$

Включення (13) до (12) дає:

$$P_\delta = P\{|F^*(x,t) - F(x,t)| > \delta\} < \frac{0,25}{M\delta^2}. \quad (14)$$

Умова (14) цікава тим, що його перша частина не залежить від яких-небудь параметрів чи характеристик величини, що вимірюється, або випадкового процесу, що аналізується. Це дозволяє визначити постійну накопичення M , яка забезпечує при заданому дозволі δ необхідну довірчу ймовірність P_δ , чи навпаки. Відзначимо, що співвідношення (14) справедливе як у випадку вимірювання одномірних функцій розподілу ймовірностей, так і у випадку вимірювання багатомірних функцій розподілу ймовірностей.

Потрібно відзначити також, що при незалежності вхідних у (8) чи (9) складових дисперсія оцінки функції розподілу ймовірностей буде визначатися співвідношенням:

$$D\{F^*(x,t)\} = \frac{F(x,t) - F^2(x,t)}{M}, \quad (15)$$

що при тих же значеннях P_δ і M вказує, що метод, який розглядається, на практиці має більш високу дозвільну спроможність, ніж те, яке отримуємо з (14).

Розрахунок необхідного часу для аналізу при заданій достовірності. Розрахуємо у відповідності до формули (14) час аналізу, необхідний для виявлення приросту функції розподілу ймовірностей міжімпульсних інтервалів з довірчою ймовірністю 0,9.

При виконанні розрахунків рівень дефектності процесу (фону) дорівнює 100, 200, 500 імпульсів в секунду, що умовно має відповідати кількості дефектів, а кількість нових дефектів, які слід відрізнити від фону – 2, 5, 10 імпульсів в секунду. Для даного розрахунку (14) переходить в:

$$P_\delta = P\{|F^*(T) - F(T)| > \delta\} < \frac{0,25}{M\delta^2},$$

де T – порогове значення міжімпульсного інтервалу, яке для кожного рівня дефекту було обрано таким, що для всіх заданих рівнів дефекту було отримано $F(t) = 0,507647$.

Зауваження 1: для різних рівнів фону дефектності порогове значення T – різне.

Зауваження 2: при розрахунку було припущено, що функція розподілу міжімпульсних інтервалів має вигляд $F(t) = 1 - e^{-\alpha T}$, де α – рівень дефектності.

Результати розрахунку функції розподілу ймовірностей для суми “рівень + проба” наведені в табл. 1, 2.

Таблиця 1
Рівень проби 2 (імп/с)

Рівень фону дефектності (імп/с)	100	200	500
Функція розподілу для суми “рівень+проба”	0,514644	0,511158	0,509154

Таблиця 2
Рівень проби 5 (імп/с)

Рівень фону дефектності (імп/с)	100	200	500
Функція розподілу для суми “рівень+проба”	0,524954	0,516131	0,511158

Враховуючи те, що при розрахунках для функції розподілу ймовірностей рівень фону дефектів було прийнято $F(t) = 0,507647$ для приросту функції розподілу ймовірностей, викликаних внесенням проб при різних рівнях фону дефектності були отримані значення, наведені в табл. 3 – 5.

Таблиця 3
Приріст функції розподілу ймовірностей при рівні фону дефектності 100 (імп/с)

Приріст інтенсивності (імп/с)	2	5	10
Приріст функції розподілу	0,006997	0,017280	0,064511

Таблиця 4
Приріст функції розподілу ймовірностей при рівні фону дефектності 200 (імп/с)

Приріст інтенсивності (імп/с)	2	5	10
Приріст функції розподілу	0,003511	0,008484	0,017307

Таблиця 5
Приріст функції розподілу ймовірностей при рівні фону дефектності 500 (імп/с)

Приріст інтенсивності (імп/с)	2	5	10
Приріст функції розподілу	0,001507	0,003511	0,006997

З отриманих величин приросту виходить, що для забезпечення виявлення приросту величиною 2 імп/с на фоні дефектності з рівнем 100 імп/с з ймовірністю 0,9 постійна накопичення повинна забезпечувати виконання умови:

$$P_\delta = P\{|F^*(T) - F(T)| > 0,006\} < \frac{0,25}{0,000036M} = 0,9$$

звідси знаходимо $M = 771$, що для повного часу виявлення дефекту дає $T_{2,100} = \frac{2 \times 771}{100} = 154$ секунди.

Для забезпечення виявлення приросту величиною 2 імпл/с на фоні дефектності з рівнем 200 імпл/с з ймовірністю 0,9 постійна накопичення повинна забезпечувати виконання умови:

$$P_{\delta} = P\left\{\left|F^*(T) - F(T)\right| > 0,003\right\} < \frac{0,25}{0,000009M} = 0,9,$$

звідси знаходимо $M = 30865$, що для повного часу виявлення дефекту дає $T_{2,200} = \frac{2 \times 30865}{200} = 309$ с.

Для забезпечення виявлення приросту величиною 2 імпл/с на фоні дефектності з рівнем 500 імпл/с з ймовірністю 0,9 постійна накопичення повинна забезпечувати виконання умови:

$$P_{\delta} = P\left\{\left|F^*(T) - F(T)\right| > 0,001\right\} < \frac{0,25}{0,000001M} = 0,9,$$

звідси знаходимо $M = 277778$, що для повного часу виявлення дефекту дає $T_{2,500} = \frac{2 \times 277778}{500} = 1112$ с.

В результаті виконання аналогічних розрахунків для інших комбінацій рівнів фону дефектності та проби для необхідного часу виявлення наявності проби при різних значеннях рівнів фону дефектності з використанням функцій розподілу ймовірностей міжімпульсних інтервалів були отримані результати, які зведені в табл. 6.

Таблиця 7

Час аналізу, необхідний для виявлення проби з довірчою ймовірністю 0,9

Рівень проби (імпл/с)	Рівень фону дефекту (імпл/с)		
	100	200	500
2	152 с	309 с	1112 с
5	54 с	128 с	278 с
10	15 с	63 с	159 с

Порівняння приведених результатів по достовірності результатів вимірювань функцій розподілу ймовірностей інтервалів між імпульсами, які надходять з виходу детектора дефектів та розрахунків витрат часу, який необхідний для отримання цих результатів показує, що методика, заснована на вимірюванні функцій розподілу ймовірностей міжімпульсних інтервалів при тій же достовірності, що і класичні методи аналізу, забезпечує більш швидке отримання результатів.

Виявлення на фоні опорного процесу. Отримані вище результати щодо виявлення дефектів з малими, по відношенню до порогових, рівнів дефектності, дозволяють поставити питання про зменшення часу аналізу шляхом введення додаткового (опорного) процесу з раніше відомими ймовірнісними характеристиками. Розглянемо роботу пристрою, структура якого наведена на рис. 8.

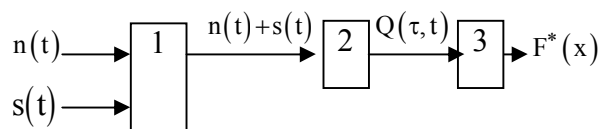


Рис. 8. Структура пристрою виявлення дефекту на фоні опорного процесу

На рис. 8: 1 – суматор; 2 – перетворювач інтервал/код (лічильник імпульсів); 3 – вимірювач функції розподілу ймовірностей; $n(t)$ – опорний процес; $s(t)$ – відгук детектора дефектів; $Q(\tau, t)$ – відгук перетворювача інтервал/код; $F^*(\tau, t)$ – оцінка функції розподілу ймовірностей міжімпульсного інтервалу.

Суматор 1 забезпечує формування адитивної суміші так, як це показано на рис. 9 (в якості опорного процесу використано випадковий процес).

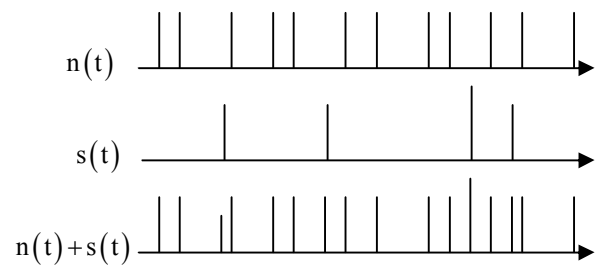


Рис. 9. Формування адитивної суміші опорного процесу і відгуку детектору дефектів

Перетворювач 2 інтервал/код забезпечує формування числових значень міжімпульсних інтервалів з заданим дозволом у часі, а вимірювач функції розподілу 3 формує її оцінку у відповідності до алгоритму (3) чи (5). Відзначимо одну особливість запропонованого методу виявлення джерел дефектів, пов'язану з формальним визначенням функції розподілу ймовірностей. У відповідності з визначенням для функції розподілу ймовірностей опорного процесу маємо

$$F(\tau, t_k) = P\{t_k - t_{k-1} < \tau\}, k = 1, 2, \dots,$$

де $t_k, k = 1, 2, \dots$ – момент приходу k -го імпульсу з виходу детектору дефектів. В свою чергу, з наведених на рис. 9 побудов виходить, що адитивне додавання досліджуваного процесу, що аналізується, до опорного процесу призводить до того, що міжімпульсні інтервали суміші, в середньому, будуть менші, ніж міжімпульсні інтервали у опорного процесу. Це призводить до того, що умова у перетворенні (5) для суміші процесу, який аналізується, та опорного процесу буде виконуватися частіше, і, відповідно, теж значення функції розподілу ймовірностей для суміші буде отримане швидше, ніж для випадку лише опорного процесу або тільки процесу, що аналізується. Це, очевидно, дозволяє дещо зменшити час аналізу, при цьому зберігаючи достовірність його результатів. Враховуючи, що опорний процес може бути як детермінованим, так і випадковим розглянемо характер поведінки адитивної суміші опорного процесу та процесу, який аналізується для кожного випадку окремо.

Детермінований опорний процес. Нехай в якості опорного процесу використовується імпульсний процес з періодом повторення імпульсів T_0 , причому T_0 вибирається з умови $\alpha T_0 \ll 1$. З розрахунку (4) проквантуємо міжімпульсні інтервали

опорного процесу у відповідності з алгоритмом:

$$Q_0(t_k) = \begin{cases} 1 & \text{при } t_{0,k} - t_{0,k-1} < T_0 \\ 0 & \text{при } t_{0,k} - t_{0,k-1} \geq T_0 \end{cases}, k = 1, 2, \dots, \quad (16)$$

де $t_{0,k}, k = 1, 2, \dots$ – момент приходу k -го імпульсу опорного процесу. З (16) слідує, що для детермінованого опорного процесу $Q_0(t_k) = 0 \forall k$, відповідно, з розрахунку (2) чи (3), для детермінованого опорного процесу – $F_0^*(\alpha T, t_k) = 0$. У випадку, коли на вхід пристрою діє сума опорного процесу i , наприклад, фону, аналогічно з (16) отримаємо ($k = 1, 2, \dots$):

$$Q_{0+\phi}(t_k) = \begin{cases} 1 & \text{при } t_{0+\phi,k} - t_{0+\phi,k-1} < T_0 \\ 0 & \text{при } t_{0+\phi,k} - t_{0+\phi,k-1} \geq T_0 \end{cases}, \quad (17)$$

де $t_{0+\phi,k}, k = 1, 2, \dots$ – момент приходу k -го імпульсу суміші опорного процесу і фону.

Враховуючи, що $t_{0+\phi,k} - t_{0+\phi,k-1} \leq t_{0,k} - t_{0,k-1}$, то починаючи з деякого моменту часу:

$$t_{i,M} \geq \sum_{k=1}^M (t_{i,k} - t_{i,k-1}), i = M, M+1, M+2, \dots, \quad (18)$$

де M – постійна накопичення, відгук пристрою виявлення дефектів на фоні опорного процесу буде відрізнятися від нуля, а саме, розпочне виконувати нерівність $F_0^*(\alpha T, t_k) > 0$. Розглянемо можливість додати цей ефект до задачі виявлення джерела дефекту, наприклад, порогового. Будемо вважати, що щільність ймовірності міжімпульсних інтервалів має вигляд:

$$W_\phi(T) = \alpha e^{-\alpha T}, \quad (19)$$

де α – функція, яка описує пуассонівський процес. З розрахунку (19) для щільності ймовірностей адитивної суміші детермінованого імпульсного опорного процесу і порогового рівня дефекту отримуємо:

$$W_{0+\phi}(T) = \alpha e^{-\alpha(T-T_0)}. \quad (20)$$

З (20) для функції розподілу ймовірностей міжімпульсних інтервалів адитивної суміші опорного імпульсного процесу порого маємо:

$$F_{0+\phi}(T_0) = \exp\{\alpha T_0\} - 1. \quad (21)$$

Як було зазначено вище, період повтору імпульсів опорного процесу T_0 вибирається виходячи з умови $\alpha T_0 \ll 1$. Це дозволяє від (30) перейти до:

$$F_{0+\phi}(T_0) \cong \alpha T_0. \quad (22)$$

Співвідношення (22) дозволяє визначити

$$\alpha^* = F_{0+\phi}^*(T_0)/T_0, \quad (23)$$

де $F_{0+\phi}^*(T_0)$ – оцінка функції розподілу адитивної суміші опорного і порогового процесів.

Оцінимо достовірність оцінки (23). У відповідності з нерівністю Чебишева:

$$P\left\{|\alpha - \alpha^*| > \delta\right\} \leq \frac{D\{\alpha^*\}}{\delta^2}, \quad (24)$$

де α – справжнє значення рівня дефекту; $D\{\alpha^*\}$ –

дисперсія оцінки рівня дефекту.

З розрахунку (24) для дисперсії оцінки рівня дефекту маємо:

$$D\{\alpha^*\} = D\{F_{0+\phi}^*(T_0)\}/T_0^2, \quad (25)$$

де $D\{F_{0+\phi}^*(T_0)\}$ – дисперсія оцінки функції розподілу ймовірностей.

Враховуючи (23) і те, що $\alpha T_0 \ll 1$, маємо $F_{0+\phi}(T_0) \ll 1$. Скориставшись (14) у відповідності до (25) отримаємо:

$$D\{\alpha^*\} \leq F_{0+\phi}(T_0)/(MT_0^2), \quad (26)$$

де M – остійна накопичення.

Підставляючи (26) в (24) остаточно знаходимо:

$$P\left\{|\alpha - \alpha^*| > \delta\right\} < F_{0+\phi}(T_0)/(MT_0^2\delta^2). \quad (27)$$

Випадковий опорний процес. Нехай опорний процес має на деякому інтервалі $(0, T_0)$ лінійну функцію розподілу ймовірностей міжімпульсних інтервалів:

$$F_0(\tau) = \tau/T_0. \quad (28)$$

З розрахунку того, що функція розподілу ймовірностей фону має вигляд $F_\phi(\tau) = 1 - \exp\{-\alpha T\}$, де α – функція порогового рівня для функції розподілу адитивної суміші порого та опорного процесу отримаємо:

$$F_{0+\phi}(T_0) = 1 - \exp\{-\alpha T_0\}. \quad (29)$$

У випадку виконання умови $\alpha T_0 \ll 1$ з (38) отримуємо:

$$F_{0+\phi}(T_0) \cong \alpha T_0, \quad (30)$$

що співпадає з результатом, отриманим для випадку детермінованого опорного процесу. Очевидно, що для випадкового опорного процесу точність вимірювання рівня дефектності буде визначатися тими ж співвідношеннями, що і для детермінованого опорного процесу.

З результатів, отриманих вище, слідує:

– введення як детермінованого, так і випадкового опорного процесу дозволяє в 10-20 раз зменшити час аналізу на виявлення нових дефектів порівняно з фоновим рівнем;

– при виборі параметру T_0 опорного процесу з умови $\alpha T_0 \ll 1$ рівень дефектності процесу α , за яким ведеться спостереження, та функція розподілу ймовірностей інтервалів між імпульсами, що надходять з виходу детектора дефектів пов'язані лінійно.

Висновки

1. Результати дослідження, які приведені вище, показують, що засновані на вимірюваннях функцій розподілу ймовірностей, методи аналізу та виявлення дефекту:

– дозволяють виявляти дефекти з малим (в десятки разів менше порогового) рівнем дефектності;

– забезпечують високу достовірність результатів вимірювань;

– дозволяють істотно (в десятки раз) зменшити час спостереження і виявлення дефекту, а також встановлення причини, яка викликала системний

дефект процесу;

– забезпечують статистичну керованість досліджувального процесу в часі;

2. Вважається доцільним провести практичну апробацію запропонованої методики при управлінні складними багатоопераційними виробничими та технологічними процесами при випуску крупносерійної продукції, зокрема, у автомобілебудівній, авіаційній, аерокосмічній, медичній галузях, а також використати методику для процесів, пов'язаних з високоточними вимірюваннями малих значень різних фізичних величин.

Список літератури

1. ДСТУ ISO 9001-2001 Системи управління якістю. Вимоги.

2. ДСТУ ISO/TR 10017:2005. Настанови щодо застосування статистичних методів згідно з ISO 9001:2000.

3. Глудкин О.П., Горбунов Н.М., Гуров А.И., Зорин Ю.В. Всеобщее управление качеством. Total Quality Management (TQM). – М.: Горячая линия, Телеком, 2001. – 599 с.

4. Вардеман С.Б., Джоунт Дж.М. Статистичні методи забезпечення якості. – К.: Видав. центр Київського нац. торговельно-економічного ун-ту, 2003. – 254 с.

5. Деминг Э. Выход из кризиса: Новая парадигма управления людьми, системами и процессами / Пер. с англ. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2007. – 370 с.

Надійшла до редколегії 23.05.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.П. Захаров, Харківський національний університет внутрішніх справ, Харків.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЛЯ КОНТРОЛЯ СТАТИСТИЧЕСКИ УПРАВЛЯЕМЫХ ПРОЦЕССОВ

Л.М. Виткин, В.У. Игнаткин

Проанализированы существующие методы статистического управления процессами. Предложена модель и методика контроля многооперационного, производственного, статистически управляемого процесса с низким уровнем дефектности, который базируется на измерении функций деления вероятностей межимпульсных интервалов на выходе детектора дефектов процесса. Приведен расчет необходимого времени для выявления отдельных дефектов ниже заданного уровня при заданной достоверности. Применение методики определения дефектов на фоне опорного процесса позволяет уменьшить время на анализ и выявление источников системных дефектов, а также обеспечить высокую достоверность измерений и стабильность результатов процесса во времени.

Ключевые слова: деление вероятностей, межимпульсные интервалы, источники системных дефектов.

USE FUNCTIONS OF PROBABILITY DISTRIBUTION FOR CONTROL OF THE STATISTICALLY GUIDED PROCESSES

L.M. Vitkin, V.U. Ignatkin

The existent methods of statistical control of processes are analysed. A model and method of control of multiprocess, production, statistically guided process is offered with the low level of imperfectness, which is based on measuring of functions of division of probabilities of interimpulsive intervals on the output of detector of defects of process. The calculation of necessary time is resulted for the exposure of separate defects of the below set level at the set authenticity. Application of method of determination of defects on a background a supporting process allows to decrease time on an analysis and exposure of sources of defects of the systems, and also to provide high authenticity of measurings and stability of results of process in time.

Keywords: division of probabilities, interimpulsive intervals, sources of defects of the systems.