

УДК 381.6

А.П. Волобуєв

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ПРОЦЕССА ЭКСПЛУАТАЦИИ СРЕДСТВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ АВИАЦИОННЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*В статье рассмотрена математическая модель установившегося процесса эксплуатации средств измерительной техники авиационных радиотехнических систем. Определены характеристики установившегося процесса эксплуатации средств измерительной техники авиационных радиотехнических систем и приведены доказательства достаточных условий его существования. Предложенная математическая модель позволяет получить аналитические выражения показателей метрологической надежности средств измерительной техники авиационных радиотехнических систем и может быть использована для оценки их метрологической надежности.*

**Ключевые слова:** математическая модель, установившийся процесс эксплуатации, метрологическая надежность, средства измерительной техники, авиационные радиотехнические системы, дрейф, метрологическая характеристика.

### Введение

**Постановка проблемы.** Среди наиболее важнейших характеристик средств измерительной техники (СИТ) авиационных радиотехнических систем (АРТС), особое место занимает метрологическая надёжность (МН). Вопросы, связанные с оценкой МН СИТ АРТС относятся к наиболее актуальным проблемам развития СИТ АРТС [1 – 2].

**Анализ литературы.** Вопросам оценивания МН СИТ посвящено ряд работ, предлагающих способы оценки МН как на этапе проектирования [3, 4], так и во время эксплуатации СИТ [5, 6]. Но в этих работах не учитываются особенности эксплуатации СИТ АРТС, в частности, отсутствуют закономерности описывающие связь показателей точности и МН СИТ АРТС с характеристиками процессов нарушения и восстановления их метрологической исправности.

**Цель статьи.** Разработать и обосновать математическую модель установившегося процесса эксплуатации СИТ АРТС, которая устанавливает связь показателей точности и МН СИТ АРТС с характеристиками процессов нарушения и восстановления их метрологической исправности.

### Изложение основного материала

Из классической теории надёжности известно, что в процессе эксплуатации на работоспособность восстанавливаемых изделий действуют два противоположно направленных фактора: отказы, нарушающие работоспособность, и ремонты, ее восстанавливающие. При длительной эксплуатации изделий, безотказность которых подчиняется экспоненциальному закону, с течением времени наступает стационарное состояние процесса эксплуатации, характеризующееся постоянством вероятностей нахождения изделий в работоспособном и неработоспособном состояниях. Рассмотрение стационарного состояния, существенно упрощая модели эксплуата-

ции, позволяет получить простые инженерные методы оценки надежности восстанавливаемых изделий с учетом характеристик технического обслуживания и специфики организации эксплуатации.

Процессы дрейфа метрологических характеристик (МХ) СИТ АРТС являются нестационарными [7]. Поэтому стационарное состояние процесса эксплуатации СИТ АРТС не может наступить ни при каких сколь угодно больших значениях времени эксплуатации СИТ АРТС  $T$ .

В метрологической практике обычно устанавливают единые межповерочные интервалы и другие параметры метрологического обслуживания для всех СИТ АРТС одного типа, находящихся в эксплуатации вне зависимости от их возраста, наработки, технического состояния, числа прошлых отказов и ремонтов [2]. При этом учитываются средние по совокупности характеристики точности СИТ АРТС, наблюдаемые при поверках. Стабильность межповерочных интервалов СИТ АРТС и параметров методики поверки (например, контрольного допуска, перечня контролируемых точек диапазона СИТ АРТС, числа независимых измерений в каждой контролируемой точке и др.) может быть оправдана только тем, что эти характеристики с течением времени меняются незначительно. И поверочная практика косвенно подтверждает эту гипотезу. Действительно, если бы она была неверна, негативные последствия унификации методик поверки неизбежно проявились бы. Например, были бы замечены резкое возрастание с течением времени числа СИТ АРТС, бракуемых при поверках, и связанный с этим прогрессирующий дефицит исправных СИТ АРТС или мощностей ремонтных предприятий. Исследование причин этих явлений неизбежно привело бы к необходимости разработки методик поверки, учитывающих возраст СИТ АРТС. Однако этот вопрос никогда не поднимался ни в метрологических документах, ни в литературе.

Принимая во внимание выше рассмотренные положения, введем понятие "установившийся процесс эксплуатации совокупности СИТ АРТС" (по аналогии стационарного процесса эксплуатации в классической надежности). Под этим процессом будем понимать процесс эксплуатации совокупности СИТ АРТС одного типа, в котором с погрешностью, не превышающей заданную, остаются неизменными во времени распределения их показателей стабильности, надежности и наблюдаемой при проверке погрешности. На практике эти условия выполняются достаточно часто. Например, в [7] показано, что процесс эксплуатации совокупности СИТ установится к окончанию срока службы первой партии СИТ данного типа, если годовой объем их производства остается постоянным, либо изменяется по показательному закону.

Для объяснения этого эффекта рассмотрим характерную для СИТ АРТС ситуацию. Для обеспечения требуемого уровня готовности к применению АРТС необходимо эксплуатировать  $N$  СИТ одного типа. Обозначим через  $T_{сл}$  – назначенный срок службы в годах, по истечении которого СИТ АРТС изымается из эксплуатации, через  $P_{ну}$  – вероятность возникновения в течение года неустранимого отказа функционирования. Будем считать вероятность  $P_{ну}$  постоянной величиной, так как такие отказы, как правило, подчиняются экспоненциальному закону. Принимаем, что СИТ АРТС, отработавшие назначенный срок службы или получившие неустранимый отказ, заменяются новыми СИТ АРТС. Поэтому для поддержания АРТС к готовности к применению каждый год приобретает  $N_{нов}$  – новых СИТ АРТС этого типа. Поэтому через несколько лет после начала эксплуатации распределение числа СИТ АРТС по возрасту будет следующим:

$$n_0 = N_{нов}; \quad (1)$$

где  $n_0$  – число СИТ АРТС, на момент начала их эксплуатации;

$$n_1 = N_{нов} P_{ну}; \quad (2)$$

где  $n_1$  – число СИТ АРТС, имеющих возраст 1 год;

$$n_2 = N_{нов} P_{ну}^2; \quad (3)$$

где  $n_2$  – число СИТ АРТС, имеющих возраст 2 года;

$$n_{T_{сл}-1} = N_{нов} P_{ну}^{T_{сл}-1}; \quad (4)$$

где  $n_{T_{сл}-1}$  – число СИТ АРТС с возрастом  $T_{сл} - 1$  лет.

Так как общее число СИТ АРТС равно  $N$ , то справедливо записать

$$N_{нов} \sum_{i=1}^{T_{сл}-1} P_{ну}^i = N_{нов} \frac{1 - P_{ну}^{T_{сл}}}{1 - P_{ну}} = N. \quad (5)$$

Откуда следует, что число СИТ АРТС, эксплуатирующиеся  $i$  лет определяется выражением:

$$n_i = N \frac{1 - P_{ну}}{1 - P_{ну}^{T_{сл}}} P_{ну}^i; \quad i = 0, \dots, T_{сл} - 1. \quad (6)$$

Таким образом, распределение СИТ АРТС по возрасту в совокупности остается постоянным. Вслед-

ствие этого и средний возраст СИТ АРТС этой совокупности не зависит от времени их эксплуатации:

$$T_{ср} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{T_{сл}-1} i n_i = P_{ну} \left[ \frac{1}{1 - P_{ну}} - \frac{T_{сл} \cdot P_{ну}^{T_{сл}-1}}{1 - P_{ну}^{T_{сл}}} \right]. \quad (7)$$

Характеристики стабильности совокупности СИТ АРТС также остаются постоянными во времени. Если принять, что качество изготовления СИТ АРТС, а также интенсивность и условия их эксплуатации не меняются с течением времени, то очевидно, что интенсивность дрейфа МХ СИТ АРТС  $\mu_{t_0}(T_3, \xi)$  на момент начала их эксплуатации  $t_0$  зависит от длительности эксплуатации  $T_3$  и не зависит от  $t_0$ . Найдем интенсивность дрейфа МХ  $\mu_{ср}(t, \xi)$  среднюю по совокупности СИТ АРТС. Поскольку интенсивность дрейфа МХ СИТ АРТС по определению является математическим ожиданием, то имеем:

$$\mu_{ср}(t, \xi) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{T_{сл}-1} n_i \mu_{T_{нз}-iT_{кэ}}(iT_{кэ} + T_{нз}, \xi), \quad (8)$$

где  $T_{кэ}$  – наработка СИТ АРТС, соответствующая календарному году эксплуатации;  $T_{нз}$  – наработка СИТ АРТС с начала года;  $T_{нз}$  – наработка СИТ АРТС с начала эксплуатации;  $\xi$  – факторы, влияющие на МН СИТ АРТС. Так как интенсивность дрейфа МХ СИТ АРТС  $\mu_{t_0}(T_3, \xi)$  на момент начала их эксплуатации  $t_0$  равна интенсивности дрейфа МХ СИТ АРТС  $\mu(T_3, \xi)$  и не зависит от значения  $t_0$ , то можно записать следующее соотношение:

$$\mu_{ср}(t, \xi) = \frac{1 - P_{ну}}{1 - P_{ну}^{T_{сл}}} \sum_{i=0}^{T_{сл}-1} \mu(iT_{кэ} + T_{нз}, \xi) P_{ну}^i, \quad (9)$$

из формулы (9) видно, что средняя по совокупности СИТ АРТС интенсивность дрейфа их МХ  $\mu_{ср}(t, \xi)$

не зависит от  $T_3$ , что и требовалось доказать. Точно так же можно показать, что характеристики надежности совокупности СИТ АРТС по отказам функционирования тоже не зависят от календарного года, в который рассматривается их совокупность.

Покажем теперь, что средние по совокупности характеристики точности СИТ АРТС, поступающих на проверку, также не зависят от времени проведения проверки. В любой произвольно взятый момент времени на проверку будут поступать СИТ АРТС, распределение которых по возрасту определяется (6). Выделим из общего потока СИТ АРТС, поступающих на проверку, экземпляры, возраст которых составляет  $i$  лет. Нестабильность всех этих СИТ АРТС будет в этот момент характеризоваться одинаковой интенсивностью дрейфа  $\mu(iT_{кэ}, \xi)$ , но время, прошедшее после их последнего метрологического отказа и калибровки, у них будет разное. Обозначим через  $m_{ij}$  долю СИТ АРТС возраста  $i$  лет, у которых с момента последней калибровки прошло  $j$  лет. Тогда

$$\sum_{j=0}^i m_{ij} = 1. \quad (10)$$

Плотность распределения МХ СИТ АРТС из группы, доля которой равна  $m_{ij}$ , обозначим через  $F_{i\Gamma_{кэ},j\Gamma_{кэ}}(\xi)$ , тогда плотность распределения МХ СИТ возраста  $i$  лет равна

$$F_{i\Gamma_{кэ}}(\xi) = \sum_{j=1}^i m_{ij} F_{i\Gamma_{кэ},j\Gamma_{кэ}}(\xi). \quad (11)$$

Далее, плотность распределения МХ всех СИТ АРТС, поступивших на поверку, будет равна

$$F(\xi) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{\Gamma_{сл}} n_i F_{i\Gamma_{кэ}}(\xi) = \frac{1 - P_{ну}}{1 - P_{ну}^{\Gamma_{сл}}} \sum_{i=0}^{\Gamma_{сл}-1} F_{i\Gamma_{кэ}}(\xi) P_{ну}^i, \quad (12)$$

что и требовалось доказать.

Таким образом, доказано, что через несколько лет после начала эксплуатации СИТ АРТС нового типа процесс эксплуатации совокупности этих СИТ АРТС станет установившимся, если из года в год поддерживать неизменным объем этой совокупности. Следует отметить, что здесь рассмотрена только одна из множества возможных ситуаций, приводящих к установившемуся процессу эксплуатации, так как постоянство объема совокупности СИТ АРТС является условием достаточным, но не необходимым.

Следует также подчеркнуть, что установившийся процесс характерен для среднего этапа эксплуатации СИТ АРТС одного поколения. В первые годы после появления СИТ АРТС нового типа происходит интенсивное накопление этих СИТ АРТС в народном хозяйстве. При этом средний возраст СИТ АРТС существенно ниже определяемого по формуле (7), а показатели стабильности и точности СИТ АРТС – лучше показателей, соответствующих соотношениям (9) и (12). Поэтому применение гипотезы установившегося процесса для начального этапа эксплуатации СИТ АРТС одного поколения дает оценку МН снизу и, следовательно, является вполне приемлемым. На заключительном этапе эксплуатации СИТ АРТС данного типа, когда они уже сняты с производства и происходит старение всей совокупности по линейному закону, применение гипотезы установившегося процесса неправомерно, так как может дать расчетные оценки показателей точности и МН совокупности СИТ АРТС, существенно более высокие, чем их реальные значения.

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СТАЛОГО ПРОЦЕСУ ЕКСПЛУАТАЦІЇ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ АВІАЦІЙНИХ РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

А.П. Волобуев

У статті розглянута математична модель сталого процесу експлуатації засобів вимірювальної техніки авіаційних радіотехнічних систем. Визначені характеристики сталого процесу експлуатації засобів вимірювальної техніки авіаційних радіотехнічних систем і наведені докази достатніх умов його існування. Запропонована математична модель дозволяє отримати аналітичні вирази показників метрологічної надійності засобів вимірювальної техніки авіаційних радіотехнічних систем і може бути використана для оцінки їх метрологічної надійності.

**Ключові слова:** математична модель, сталий процес експлуатації, метрологічна надійність, засоби вимірювальної техніки, авіаційні радіотехнічні системи, дрейф, метрологічна характеристика.

## MATHEMATICAL MODEL OF THE SET EXPLOITATION PROCESS FOR MEASURING FACILITIES OF THE AVIATION RADIOTECHNICAL SYSTEMS

A.P. Volobuev

The mathematical model of the set exploitation process for measuring facilities of the aviation radiotechnical systems is considered in the article. Descriptions of the set exploitation process for measuring facilities of the aviation radiotechnical systems and sufficient terms of his existence are certain. The offered mathematical model allows to get analytical expressions of metrological reliability indexes for measuring facilities of the aviation radiotechnical systems and can be used for estimation of their metrological reliability.

**Keywords:** mathematical model, set exploitation process, metrological reliability, facilities of measuring technique, aviation radiotechnical systems, drift, metrological description.

## Выводы

Таким образом, предложенная модель установившегося процесса эксплуатации СИТ АРТС является вероятностным описанием метрологической исправности как совокупности СИТ АРТС одного типа, так и любого экземпляра этой совокупности в течение его срока службы, с учетом характеристик дрейфа МХ, явных отказов, срока службы, длительности межповерочных интервалов, а также допусков и контрольных допусков на МХ СИТ АРТС. Предложенная модель позволяет получить аналитические выражения показателей метрологической надежности СИТ АРТС для последующей оценки метрологической надежности СИТ АРТС.

## Список литературы

1. Чинков В.Н., Мельниченко А.Е. Избыточная модель надежной эксплуатации средств измерительной техники // Укр. метролог. журнал. – 2004. – № 2. – С. 57-60.
2. Мищенко С.В., Цветков Э.И., Чернышова Т.И. Метрологическая надёжность измерительных средств. – М.: Машиностроение, 2001. – 96 с.
3. Фридман А.Э. Оценка метрологической надежности измерительных приборов и многозначных мер // Измерительная техника. – 1993. – № 5. – С. 7-10.
4. Чернышова Т.И. Оценка метрологической надёжности при проектировании средств неразрушающего контроля // Вестник Метрологической академии. – 2001. – № 7. – С. 54-65.
5. Шиндяпин Д.А. Оценка метрологического ресурса аналоговых блоков средств неразрушающего контроля с учетом влияния внешних дестабилизирующих факторов // Труды ГТТУ. – Вып. 9. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. тех. ун-та, 2001. – С. 134-138.
6. Батова Г.П., Звягинцев А.М. Статистический метод оценки стабильности аналоговых приборов контроля и регулирования по результатам экспериментальных исследований // Труды НИИТП. – 1974. – Вып. 81. – С. 12-20.
7. Фридман А.Э. Связь между показателями надёжности и точности совокупности средств измерений // Труды метрологических институтов СССР. – Л.: Энергия, 1977. – Вып. 200 (260). – С. 51-60

Поступила в редколлегию 10.07.2008

**Рецензент:** д-р техн. наук, ст. научн. сотр. Г.В. Худов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.