УДК 681.513

С.Г. Удовенко, Г. Дибе, В.И. Перепелица

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

МЕТОД НЕЧЕТКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ ЦИФРОВОГО УПРАВЛЕНИЯ

В настоящей статье на основе проведенного анализа современных исследований в области разработки нечетких систем был предложен и протестирован метод нечеткой идентификации нелинейных систем. Результаты моделирования свидетельствуют о возможности адекватного описания нечеткими моделями, полученными по этому методу, динамики нелинейных объектов. Показано, что эффективным является применение фильтров Калмана совместно с нечеткой кластеризацией для повышения качества идентификации. Предложенный гибридный метод, объединяющий нечеткую кластеризацию и фильтрацию Калмана, может быть легко реализован на универсальных микропроцессорных вычислителях.

Ключевые слова: *нечеткая идентификация, модель Такаги-Сугено, функция принадлежности, фильтрация Калмана.*

Введение

Нечеткая идентификация объектов цифрового управления по экспериментальным данным является эффективным способом аппроксимации нелинейных систем. К наиболее известным моделям такой идентификации следует отнести нечеткую модель Такаги-Сугено (ТС) [1]. Эта модель основана на идее линеаризации нечетких областей в пространстве состояний. В соответствии с этим подходом нелинейная система может быть декомпозирована с помощью мультимодельной структуры, состоящей из совокупности линейных моделей, которые не обязательно являются независимыми. В настоящей статье рассматривается комбинированный метод построения таких моделей с использованием правил ТС и фильтрации Калмана.

Постановка задачи

Определим возможные подходы к построению локальных линейных моделей, объединение которых позволит удовлетворительно аппроксимировать глобальную нелинейную модель. Каждая из локальных подмоделей должна быть представлена нечетким отношением и набором правил.

Рассмотрим возможность применения нечетких моделей Такаги-Сугено (ТС) для осуществления нечеткой идентификации [1]. Для этого каждый кластер, полученный в декартовом произведении, будем рассматривать как локальную линейную аппроксимацию регрессионной поверхности. Глобальная модель может быть удовлетворительно представлена аффинными правилами ТС:

$$R_i : \text{IF } x \text{ is } A_i \text{ THEN } y_i = a_i^T x + b_i, . \; i = 1, 2, ..., K. \tag{1}$$

Дефаззификация осуществляется с использованием следующей основной зависимости:

$$y = \sum_{i=1}^{K} \omega_i(x) y_i \Big/ \sum_{i=1}^{K} \omega_i(x), \tag{2}$$

где K – количество правил в наборе правил; $\omega_i(x)$ – степень активации i-го правила.

Генерирование функций принадлежности осуществляется путем проекции наборов нечетких данных (в дискретной форме) на матрицу разбиения по переменным предпочтения (переменным регрессии). Функции принадлежности, составляющие строки матрицы разбиения, являются многомерными.

В методе проекций матрица нечеткого разбиения проецируется на оси переменных предпочтения x_j, $1 \le j \le P$. Правила ТС при этом принимают следующий вид:

$$\begin{gathered} R_i : \text{IF} \quad x \quad \text{is} \quad A_{i1} \quad \text{and} ... x_p \text{is} A_{ip} \\ y_i = a_i^T x + b_i, \quad i = 1, 2, ..., K. \end{gathered} \tag{3}$$

Степень активации правила вычисляется как произведение отдельных функций принадлежности:

$$\omega_i(x) = \prod_{j=1}^{p} \mu_{A_{ij}}(x), \tag{4}$$

где $\mu_{A_{ij}}(x)$ – функция принадлежности нечеткого набора данных A_{ij}.

Чтобы получить функции предпочтения для A_{ij}, $1 \le j \le p$, многомерный нечеткий набор данных, непосредственно заданный в матрице разбиения, должен быть спроецирован на регрессор x_j:

$$\mu_{A_{ij}}\left(x_{jk}\right) = \text{proj}_j\left(\mu_{ik}\right). \tag{5}$$

Отметим, что функции принадлежности должны иметь дискретный характер и определяться лишь для данных идентификации. Ниже предлагается и исследуется алгоритм идентификации, удовлетворяющий приведенным условиям.

Решение задачи

Предлагаемый алгоритм содержит 3 основных этапа:

а) разбиение входных и выходных данных $\{(x_k, y_k), k = \overline{1, N}\}$ на локальные линейные модели по алгоритму Густавсона-Кесселя (ГК) в декартовом произведении X×Y;

б) получение функций принадлежности с использованием проекции кластеров и фильтра Калмана.

в) определение параметров последствий с использованием фильтра Калмана.

Операции, соответствующие этим трем этапам, повторяются до получения оптимального числа кластеров C. Для оценивания качества идентификации используем среднеквадратичную оценку MSE (mean squared error). Критерием останова алгоритма является снижение MSE до некоторой заданной величины ε.

Функции принадлежности могут быть получены по результатам кластеризации путем дальнейшего преобразования наборов дискретных значений матрицы разбиения в переменные предпочтения $x_j, j = \overline{1, n}$. Таким образом, формируются нечеткие наборы данных предпочтения $A_{ij} 1 \le i \le C, j = \overline{1, n}$ проекцией многомерного набора нечетких дискретных значений в регрессоры x_j. Следовательно, правила ТС могут быть представлены в виде (3).

С целью получения прогнозирующей модели, удобной для использования в системе цифрового нечеткого управления, функции принадлежности должны быть определены таким образом, чтобы была возможность вычисления любой степени принадлежности даже для данных, не содержащихся в исходном наборе. Для решения этой задачи используем фильтр Калмана, позволяющий аппроксимировать дискретные функции принадлежности линейными моделями и получить их в треугольном или трапециодальном виде.

Фильтрация Калмана является процедурой рекурсивного оценивания, минимизирующей некоторый квадратичный критерий [2]. Каждый шаг оценивания вектора параметров, соответствующего уравнению прямой, осуществляется с использованием оценки на предыдущем шаге и новых входных данных (в нашем случае входом являются дискретные значения функций принадлежности). Таким образом, мы будем использовать фильтр Калмана как механизм получения линейной регрессии. Рассмотрим подробнее соответствующую процедуру фильтрации.

Пусть имеется 2cn набора данных, каждый из которых представляет линейную часть некоторого нечеткого набора дискретных данных. Линейная часть выделяется путем α-среза рассматриваемого набора. В итоге формируются 2cn векторов параметров (для каждого набора). В каждом наборе получаем N_j дискретных значений, где j означает принадлежности к j-му набору.

Каждый набор может быть промоделирован следующим уравнением:

$$\begin{gathered} y_{k_j}^j = a^j x_{k_j} + b^j + v_{k_j} = \begin{bmatrix} x_{k_j} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^j \\ b^j \end{bmatrix} + v_{k_j} = \\ = C_{k_j}^j \theta_{k_j}^j + v_{k_j}, \quad j = 1, 2, ..., 2cn, \quad k_j = 1, 2, ..., N_j, \end{gathered} \tag{6}$$

где $C^j_{k_j}$ – вектор наблюдений в момент k_j; $\theta^j_{k_j} = \left[a^j b^j\right]^T$ – вектор параметров; v_{k_j} – шум измерений; N_j – количество данных в j-м наборе.

Для упрощения будем обозначать далее k_j как k. В уравнении (6) представим вектор $\theta^j_{k_j}$ как переменную состояний, что позволяет перейти к следующему уравнению состояний:

$$\theta^j_{k_j} = A^j\theta^j_{k-1} + w^j_{k-1}, \quad j = 1, 2, ..., 2cn, \tag{7}$$

где A^j – переходная матрица состояний размерности (2*2); w^j_{k-1} – шум состояний; $\theta^j_{k_j}$ – значение переменной состояния в момент k.

Шум состояний и шум измерений предполагаются статистически независимыми и могут быть рассмотрены как белый шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями вида:

$$E\left[w_i w_i^T\right] = \begin{cases} Q & i = j; \\ 0 & i \neq j; \end{cases}$$

$$E\left[v_i v_j\right] = \begin{cases} r & i = j; \\ 0 & i \neq j; \end{cases} \tag{8}$$

$$E\left[w_i v_j\right] = 0 \qquad \forall i, j.$$

Рекуррентные процедуры пересчета переменных состояния и прогноза выхода примут следующий вид:

$$\hat{\theta}^j_{k/k-1} = A\hat{\theta}^j_{k/k-1}; \ \hat{y}^j_k = C^j_k\hat{\theta}^j_{k/k-1}. \tag{9}$$

Для более точного представления вектора параметров используем процедуру обучения, основанную на технике калмановской фильтрации. Такое уточнение соответствует следующей рекурсии

$$\hat{\theta}^j_{k/k} = \hat{\theta}^j_{k/k-1} + K^j_k\left(y^j_k - C^j_k\hat{\theta}^j_{k/k-1}\right), \tag{10}$$

где K^j_k – коэффициент Калмана, определяемый по уравнениям вида:

$$K^j_k = P^j_{k/k-1}C^{jT}_k\left(C^j_kP^j_{k/k-1}C^{jT}_k + r\right)^{-1}; \tag{11}$$

$$P^j_{k/k-1} = A^jP^j_{k-1/k-1}A^{jT} + Q; \tag{12}$$

$$P^j_{k/k} = P^j_{k/k-1}K^j_kC^j_kP^j_{k/k-1}; \tag{13}$$

$$P^j_{k/k-1} = E\left[\left(\theta^j_k - \hat{\theta}^j_{k/k-1}\right)\left(\theta^j_k - \hat{\theta}^j_{k/k-1}\right)^T\right]; \tag{14}$$

$$P^j_{k/k} = E\left[\left(\theta^j_k - \hat{\theta}^j_{k/k}\right)\left(\theta^j_k - \hat{\theta}^j_{k/k}\right)^T\right], \tag{15}$$

где $P^j_{k/k-1}$ и $P^j_{k/k}$ – ковариационные матрицы ошибок прогнозирования и фильтрации соответственно.

Начальные значения параметров можно выбирать случайным образом, учитывая робастность и быструю сходимость используемого фильтра.

Общая последовательность формирования функций принадлежности (ФП) по предложенному алгоритму для регрессоров $x_j, j = \overline{1,n}$ может быть представлена следующим образом:

а) дискретное формирование ФП для регрессора x_j;

б) разбиение каждой ФП на 2 набора;

в) аппроксимация каждого набора прямой линией с использованием фильтра Калмана.

Предлагаемый алгоритм основан на исследовании фильтра Калмана, позволяющего непосредственно оценивать параметры Такаги-Сугено (ТС) по набору входных данных и заданной функции принадлежности.

Из уравнения (6) имеем:

$$y = \sum_{i=1}^{0}\varphi_i(x)(a_i^T x + b_i), \tag{16}$$

где

$$\varphi_i(x) = \omega_i(x) / \sum_{i=1}^{0}\omega_i(x). \tag{17}$$

С учетом структуры сомножителей уравнение (17) можно представить в виде:

$$y = \left[\varphi_1(x)\left[x1\right] \quad \varphi_2(x)\left[x1\right] \quad \varphi_c(x)\left[x1\right]\right]\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ ... \\ a_c \\ b_c \end{bmatrix}. \tag{18}$$

Пусть $\Theta = \left[a_1 \ \ b_1 \ \ldots \ a_c \ \ b_c\right]^T$ – вектор параметров ТС размерности $c(n+1)*1$ и $x_e = \left[x1\right]$ – расширенный вектор размерности $1*(n+1)$. Введем обозначение:

$$C = \left[\varphi_1 x_e \quad \varphi_2 x_e \quad \varphi_c x_e\right].$$

Тогда уравнение (18) примет вид:

$$y = C\Theta, \tag{19}$$

где C – вектор размерности 1*(n + 1)c.

С учетом шума измерений V_k уравнение (19) для k-го момента времени преобразуется следующим образом:

$$y_k = C_k\Theta_k + v_k. \tag{20}$$

Если рассматривать Θ_k как переменную состояния, то уравнение состояний примет вид:

$$\Theta_k = A\Theta_{k-1} + \omega_{k-1}, \tag{21}$$

где A – переходная матрица размерности c(n + 1)*c(n + 1); ω_k – шум состояния.

Отметим, что шумы v_k и ω_k должны отвечать определенным ранее условиям.

Тогда для оценивания вектора параметров ТС Θ_k можно использовать фильтрацию Калмана вида:

$$\hat{\Theta}_{k/k-1} = A\hat{\Theta}_{k-1/k-1}; \tag{22}$$

$$P_{k/k-1} = AP_{k-1/k-1}A^T + Q; \tag{23}$$

$$K_k = P_{k/k-1}C_k^T(C_kP_{k/k-1}C_k^T + r)^{-1}; \tag{24}$$

$$\hat{\Theta}_{k/k} = \hat{\Theta}_{k/k-1} + K_k (y - C_k \hat{\Theta}_{k/k-1}); \qquad (25)$$

$$P_{k/k} = P_{k/k-1} - K_k C_k P_{k/k-1}, \qquad (26)$$

где $\hat{\Theta}_k$ – оценка вектора Θ_k; K_k – коэффициент Калмана; $P_{k/k-1}$ и $P_{k/k}$ – ковариационные матрицы ошибок прогнозирования и фильтрации соответственно. Для упрощения вычислительной процедуры можно принять: A = I.

Для оценки эффективности предложенного подхода рассмотрим пример нечеткой идентификации нелинейной динамической системы.

Так как в рассмотренной алгоритмической процедуре нечеткой идентификации используются два фильтра Калмана, то примем дополнительные обозначения: KF1 – фильтр, используемый для функций предпочтения; KF2 – фильтр, используемый для параметров ТС.

Рассмотрим нелинейную динамическую систему, описываемую дискретным уравнением вида:

$$y(k+1) = y(k) \Big/ \left(1 + y^2(k)\right) + u(k), \qquad (27)$$

где $u(k)$ и $y(k)$ – вход и выход соответственно.

Сигнал возбуждения, используемый для идентификации, выберем в виде белого шума, равномерно распределенного в интервале [-3, 3]. Общее количество дискретных значений этого сигнала примем равным 201, а нелинейную составляющую функции (20) считаем неизвестной и подлежащей идентификации с помощью предложенного нечеткого метода. При этом формируем совокупность пар данных $\left\{\left(y_k \quad y_{k+1}\right)\right\}_{k=0}^{200}$. Результаты кластеризации этой совокупности были получены по алгоритму ГКСА в декартовом произведении $y_k \times y_{k+1}$.

Были выделены 3 кластера, после чего проекцией матрицы нечеткого разбиения U на регрессор y_k получены 3 дисперсных функции принадлежности. Эти функции аппроксимированы с помощью фильтра Калмана KF1 прямыми линиями, образующими треугольники. Затем был использован фильтр Калмана KF2 для определения параметров ТС. Полученная нечеткая модель ТС имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} &R_1: \text{IF} \quad y(k) \text{ is } A_1, \text{THEN } y(k+1) = 1.14 y(k) - 0.15 \\ &R_2: \text{IF} \quad y(k) \text{ is } A_2, \text{THEN } y(k+1) = 1.24 y(k) + 0.15 \\ &R_3: \text{IF} \quad y(k) \text{ is } A_2, \text{THEN } y(k+1) = 1.17 a_i y(k) - 0.47. \end{aligned} \qquad (28)$$

Результаты моделирования динамической системы и нечеткой модели, полученной с помощью фильтрации Калмана, показывают, что сформированная с использованием предложенного подхода ТС-модель хорошо аппроксимирует свойства нелинейной динамической системы.

Выводы

В настоящей статье на основе проведенного анализа современных исследований в области разработки нечетких систем был предложен и протестирован метод нечеткой идентификации нелинейных систем. Результаты моделирования свидетельствуют о возможности адекватного описания нечеткими моделями, полученными по этому методу, динамики нелинейных объектов.

Показано, что эффективным является применение фильтров Калмана совместно с нечеткой кластеризации для повышения качества идентификации. Отметим, что предложенный гибридный метод, объединяющий нечеткую кластеризацию и фильтрацию Калмана, может быть в большинстве случаев эффективно реализован на универсальных и специализированных микропроцессорных вычислителях. Это позволяет сделать вывод о возможности его применения в компьютерных системах управления нелинейными объектами.

Список литературы

1. *Круглов В.В., Дли М.И. Интеллектуальные информационные системы: компьютерная поддержка систем нечеткой логики и нечеткого вывода / В.В. Круглов, М.И. Дли. – М.: Физматлит, 2002 – 315 с.*

2. *Kosko B. Fuzzy systems as universal approximators / B. Kosko // IEEE Transactions on Computers. – November 1994. – Vol. 43, No. 11. – P. 1329-1333.*

Поступила в редколлегию 27.10.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Е.И. Кучеренко, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

МЕТОД НЕЧІТКОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ НЕЛІНІЙНИХ ОБ'ЄКТІВ ЦИФРОВОГО КЕРУВАННЯ

С.Г. Удовенко, Г. Дібе, В.І. Перепелиця

Розглядається метод нечіткої ідентифікації нелінійних систем, що базується на використанні фільтрів Калмана спільно з нечіткою кластерізацією. Показано можливість адекватного опису динаміки нелінійних об'єктів за допомогою цього методу. Наведено результати моделювання, що дозволяють зробити висновок щодо ефективності застосування запропонованого підходу у цифрових системах керування нелінійними об'єктами.

Ключові слова: *нечітка ідентифікація, модель Такаги-сугено, функція приналежності, фільтрація Калмана.*

METHOD OF FUZZY IDENTIFICATION OF NONLINEAR OBJECTS OF DIGITAL CONTROL

S.G. Udovenko, G. Dibe, V.I. Perepelitsa

The method of fuzzy identification of the nonlinear systems, based on application of Kalman filters and fuzzy clusterisation, is examined. Possibility of adequate description of of nonlinear objects by the fuzzy models got on this method is shown. Results of modeling loud allowing to draw conclusion about efficiency of application of offered approach in the digital control systems by nonlinear objects.

Keywords: *unclear authentication, model of Takagi-sugeno, function of belonging, filtration of Kalman.*