

# Розвиток радіотехнічного забезпечення, АСУ та зв'язку Повітряних Сил

УДК 621.396

Ю.Г. Даник, П.В. Поздняков

Житомирський військовий інститут імені С.П. Королева НАУ, Житомир

## МНОГОКОМПОНЕНТНЫЕ ОРТОГОНАЛЬНЫЕ СИГНАЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ ДЛЯ ЗАЩИЩЕННОЙ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В РАДИОЛИНИЯХ СВЯЗИ

*Представлено математическое выражение многокомпонентного линейно-частотно-модулированного (ЛЧМ) сигнала. Предложен способ формирования многокомпонентных сигнальных конструкций с использованием метода ортогонализации Грамма – Шмидта. Даны оценки потенциальной помехоустойчивости и скрытности радиолиний.*

**Ключевые слова:** линейная частотная модуляция, многокомпонентный сигнал, ортогонализация Грамма – Шмидта, помехоустойчивость, скрытность.

### Введение

В защищенных системах связи широкое применение находят сигналы с расширенным спектром, полученные модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью или кодированием информации дискретными частотными сигналами с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты [1]. Однако использование традиционных методов расширения спектра сигналов не всегда обеспечивает требуемый уровень помехоустойчивости и скрытности радиолиний [2]. В частности, это объясняется тем, что передаваемый сигнал является циклостационарным (периодически стационарным в широком смысле) процессом. Использование спектрально-корреляционных обнаружителей позволяет вести быстрый параллельный поиск сигналов с циклостационарными несущими в большой полосе частот при очень низких отношениях мощности сигнала к мощности помех [3, 4].

Из анализа [5, 6] следует, что задачу повышения помехоустойчивости и скрытности радиолиний можно решить с использованием нерегулярных сигнальных конструкций, построенных на основе ЛЧМ сигналов. Известно несколько вариантов построения защищенных радиолиний связи [5 – 7] с использованием ЛЧМ сигналов. В [5] показано, что применение ансамблей ЛЧМ сигналов с внутримпульсной фазовой манипуляцией позволяет получить дополнительный выигрыш в помехоустойчивости передачи информации в радиоканалах с многолучевым распространением и замираниями. Однако эффективность такой системы, в значительной степени, определяется размерностью ансамбля ЛЧМ сигналов с требуемыми взаимокорреляционными свой-

ствами. Кроме этого, существующие методы частотно-временного анализа нестационарных много-частотных сигналов [3, 4] позволяют проводить обнаружение и классификацию ЛЧМ сигналов путем оценки их спектральных корреляционных функций.

В работе предлагается способ повышения скрытности радиолиний, основанный на использовании многокомпонентных ЛЧМ сигналов с управляемыми спектральными характеристиками. Обеспечение высокой скрытности радиолиний достигается путем кодирования набора информационных символов линейными комбинациями ортогональных нестационарных сигналов. Пропускная способность радиолиний определяется размерностью ансамбля многокомпонентных ортогональных сигнальных конструкций, который, как будет показано ниже, может быть сформирован путем разложения системы линейно независимых многокомпонентных ЛЧМ сигналов в ортонормированный базис с использованием метода ортогонализации Грамма – Шмидта. Таким образом, **целью работы** является построение нестационарных сигнальных конструкций для защищенной передачи информации в радиолиниях связи.

### Краткие сведения по нестационарным сигналам. Постановка задачи

Известно [4], что для оценки корреляционных свойств циклостационарного сигнала на различных парах частот может использоваться автокорреляционная функция

$$R_x(t, \tau) = \sum_{\alpha} R_x^{\alpha}(\tau) e^{j2\pi\alpha t}, \quad (1)$$

где  $R_x^{\alpha}(\tau)$  – циклическая автокорреляционная фун-

кция процесса  $x(t)$  с циклической частотой  $\alpha$ ;  $\tau$  – разность времени наблюдения.

Согласно теореме Винера-Хинчина выражение для спектральной корреляционной функции можно представить в таком виде

$$S_x^\alpha(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x^\alpha(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (2)$$

Этот интеграл существует, если функция  $R_x^\alpha(\tau)$  абсолютно интегрируема, что для циклоstationарного сигнала всегда выполняется. Для циклоstationарного сигнала справедливо следующее математическое представление [8]:

$$M\{x(t+T_0)\} = M\{x(t)\}, \quad (3)$$

$$R_x(t+T_0, \tau) = R_x(t, \tau), \quad (4)$$

где  $M\{x(t)\}$  – среднее процесса  $x(t)$  на интервале времени  $t$ ;  $R_x(t, \tau)$  – автокорреляционная функция. Значение автокорреляционной функции определяется как

$$R_x(t, \tau) \triangleq E\{x(t+\tau/2) \cdot x^*(t-\tau/2)\}, \quad (5)$$

где  $E\{\cdot\}$  – математическое ожидание.

Из представленных соотношений следует, что значение циклической автокорреляционной функции можно получить, вычисляя выражение:

$$R_x^\alpha(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t+\frac{\tau}{2}) x^*(t-\frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi\alpha t} dt. \quad (6)$$

Можно утверждать, что значение спектральной корреляционной функции неstationарного сигнала

$$S_x^\alpha(f) = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \frac{1}{T} \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} X_T(t, f + \frac{\alpha}{2}) X_T^*(t, f - \frac{\alpha}{2}) dt$$

равняется нулю, где  $X_T(t, f) = \int_{t-T/2}^{t+T/2} x(u) e^{-j2\pi fu} du$  –

спектральный компонент наблюдаемого процесса  $x(t)$  на частоте  $f$  с шириной полосы  $1/T$ .

Таким образом, для повышения скрытности радиолиний необходимо разработать сигнальные конструкции с нулевой спектральной корреляционной функцией и переменными во времени статистическими характеристиками:

$$M\{x(t+T_0)\} \neq M\{x(t)\},$$

$$R_x(t+T_0, \tau) \neq R_x(t, \tau).$$

### Исходные предположения. Исследование многокомпонентного сигнала

В качестве исходного сигнала для формирования неstationарных многокомпонентных сигнальных конструкций используем классическое ЛЧМ колебание:

$$U_0(t) = U_0 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + 0,5 \cdot h \cdot t^2 + \phi_0), \quad (7)$$

где  $f_0 = 0,5 \cdot (f_1 + f_2)$  – средняя частота сигнала;  $t$  – текущее время;  $f_1, f_2$  – нижняя и верхняя частоты спектра;  $h = 2 \cdot \pi \cdot (f_2 - f_1) \cdot \tau_0^{-1}$  – скорость изменения частоты;  $U_0, \tau_0, \phi_0$  – амплитуда, длительность и начальная фаза сигнала соответственно.

Структура многокомпонентного ЛЧМ сигнала зависит от формы нулевого (опорного) колебания и от коэффициента масштабирования  $k$ , который является количественной мерой масштабной инвариантности пары параметров ЛЧМ колебаний, входящих в состав формируемого сигнала. Стоит отметить, что для многокомпонентного ЛЧМ сигнала присуща гиперболическая связь параметров, определяемая как комбинация растяжения отображаемых параметров в одном направлении (в рассматриваемом случае это скорость изменения частоты  $h \cdot k^n$ ) и сжатие в другом (уменьшение амплитуд составляющих многокомпонентного ЛЧМ сигнала  $U_0 \cdot k^{-n}$ ). Растяжение приводит к стохастизации, сжатие необходимо для того, чтобы траектории составляющих сигнала оставались в ограниченной области фазового пространства [9]. С учетом рассмотренных закономерностей и формулы (7) приведем математическое выражение многокомпонентного сигнала к такому виду:

$$U(t) = \sum_{n=0}^{N-1} U_0 \cdot k^{-n} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + 0,5 \cdot h \cdot k^n \cdot t^2 + \phi_0),$$

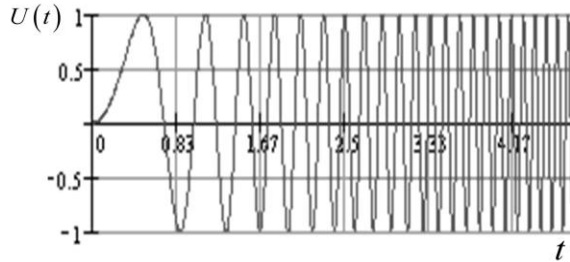
где  $U_0$  – амплитуда нулевого (опорного) ЛЧМ колебания;  $n, N$  – номер и количество ЛЧМ колебаний, используемых для формирования многокомпонентного сигнала.

На рис. 1 (а, в) во временной области представлены соответственно опорное ЛЧМ колебание и многокомпонентный сигнал, полученные при безразмерных амплитудах  $U_0 = 1$  и  $U = 1,75$ , девиации частоты  $\Delta f = f_2 - f_1 = 8$ , коэффициенте масштабирования  $k = 2$  и длительности сигнала  $\tau_0 = 2$ . Текущее время  $t$  выбрано в интервале  $[0, 2]$ .

Сигнал (рис. 1 (в)) представляет сумму опорного и двух гомеоморфных (подобных) ЛЧМ колебаний ( $n = 0, 1, 2$  – номера составляющих). Рис. 1 показывает существенное отличие многокомпонентного сигнала от опорного ЛЧМ колебания, вследствие проявления нерегулярности. Физически нерегулярность обусловлена взаимным влиянием (взаимодействием) друг на друга ЛЧМ колебаний, входящих в состав многокомпонентного сигнала. Степень нерегулярности многокомпонентного сигнала можно визуально проанализировать по фазовому портрету (рис. 1 (в, г)). Для сравнения на рис. 1 (в) изображен фазовый портрет классического ЛЧМ колебания с

амплитудой  $U_0 = 1$ . Разбег фазовых траекторий (рис. 1 (г)) и их обратное возвращение к аттрактору (притягиваемое множество) визуально характеризует влияние всех составляющих ЛЧМ колебаний друг на друга и, как следствие, степень нерегулярности многокомпонентного сигнала. Стоит отметить, что построение фазового портрета сигналов требует знания производной (дифференциала) функции  $U(t)$  [9].

Воспользовавшись преобразованием Фурье,



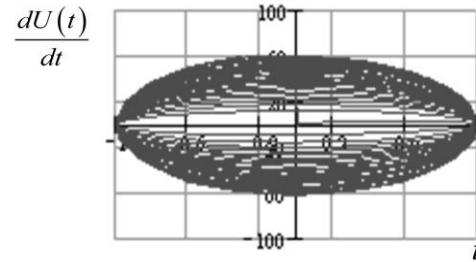
а

представим ЛЧМ колебание и многокомпонентный сигнал в спектральной форме:

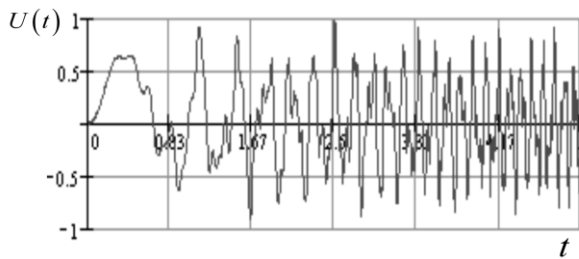
$$S(f) = U_1 \cdot \left| \int_{-0.5\tau}^{0.5\tau} e^{j(2\pi \cdot (f_0 - f) \cdot t + 0.5 \cdot h \cdot t^2)} dt \right|; \quad (8)$$

$$S_{\Sigma}(f) = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{U_0}{k^n} \cdot \left| \int_{-0.5\tau}^{0.5\tau} e^{j(2\pi \cdot (f_0 - f) \cdot t + 0.5 \cdot h \cdot t^2)} dt \right|. \quad (9)$$

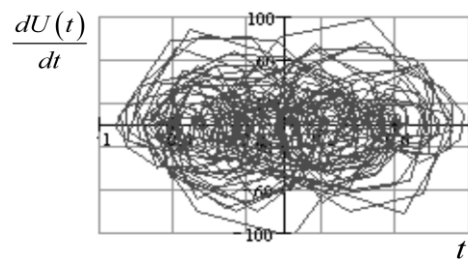
На рис. 2 (а, б) представлены спектры, полученные в соответствии с выражениями (8) и (9).



б

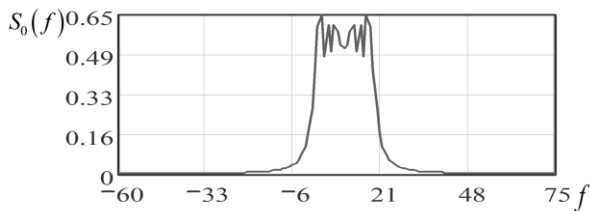


в

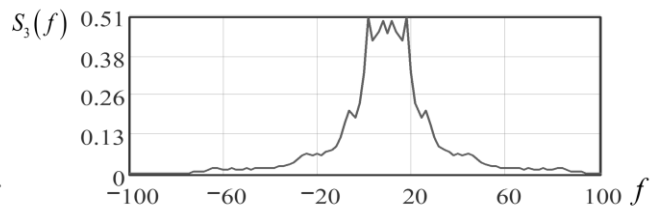


г

Рис. 1. Временная реализация и фазовый портрет опорного ЛЧМ (а, б) и многокомпонентного (в, г) сигналов



а



б

Рис. 2. Спектры опорного ЛЧМ (а) и многокомпонентного (б) сигналов

Из сравнительного анализа спектров следует, что многокомпонентный сигнал имеет непрерывный расширенный спектр (рис. 2 (б)), в отличие от спектра классического ЛЧМ колебания (рис. 2 (а)). Это расширение обусловлено влиянием гомеоморфных составляющих сигнала [9], имеющих более широкий спектр по сравнению с опорным колебанием. Спектр многокомпонентного сигнала представляет собой смещенные по частоте спектры ЛЧМ колебаний, суммирование которых определяется соотношениями, задаваемыми исходной моделью многокомпонентного сигнала. По мере увеличения числа компонентов амплитудный спектр все более деформируется, а полоса частот, занимаемая многокомпонентным сигналом, расширяется.

Таким образом, расширенный непрерывный спектр подтверждает квазислучайность многокомпонентных ЛЧМ сигналов. В тоже время детерминированный процесс формирования с использованием псевдослучайного набора линейно-независимых многокомпонентных сигналов позволяет получить множество сигналов с различной спектральной плотностью.

### Решение задачи

Поскольку формирование бесконечного ряда функции, принимаемой в качестве исходной модели многокомпонентного сигнала, на практике является неразрешимой задачей, сформируем многокомпонентные сигнальные конструкции на основе ограниченного количества компонентов исходной функ-

ции. Из анализа поведения многокомпонентных колебаний следует, что для формирования сигнальных конструкций с достаточной степенью нерегулярности наиболее целесообразно использовать аддитивное множество из четырех компонент. Размерность пространства многокомпонентных ЛЧМ соответствует числу коэффициентов масштабирования  $k_M$ .

С учётом изложенного выше можно сформировать  $M$ -ичный алфавит нестационарных сигналов:

$$\begin{cases} U_1(t) = \sum_{n=0}^4 U_0 \cdot k_1^{-n} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + 0,5 \cdot h \cdot k_1^n \cdot t^2 + \phi_0), \\ U_M(t) = \sum_{n=0}^4 U_0 \cdot k_M^{-n} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + 0,5 \cdot h \cdot k_M^n \cdot t^2 + \phi_0). \end{cases}$$

Дополнительное увеличение размерности сигнального пространства возможно за счет потери масштабной инвариантности последнего, в таком случае размерность множества сигнальных конструкций составляет  $(N-1)^{k_M}$ .

$$\begin{cases} U_1(t) = \sum_{n=0}^4 U_0 \cdot (k_1 \cdot \xi_j \bmod(k_M))^{-n} \cdot \cos(\Psi), \\ U_i(t) = \sum_{n=0}^4 U_0 \cdot (k_M \cdot \xi_j \bmod(k_M))^{-n} \cdot \cos(\Psi), \end{cases} \quad (11)$$

где  $\xi_j = |\xi_j - M|$ , если  $\xi_j > M$ ;  $\xi_j = \xi_j$ , при  $\xi_j \leq M$ ;

$$\Psi = 2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + 0,5 \cdot h \cdot (k_M \cdot \xi_j \bmod(k_M))^n \cdot t^2 + \phi_0.$$

В результате такого построения (11) расстановка частот ряда исходной функции отличается от геометрической прогрессии. Однако незначительное различие коэффициентов масштабирования допускает квазистационарность процесса на определенных интервалах времени наблюдения, что, в свою очередь, приводит к появлению фазовых связей между различными частотами формируемого сигнала и может использоваться для получения оценок спектральной корреляционной функции на соответствующих частотных координатах [4].

Для устранения этого недостатка предлагается использовать ансамбли взаимноортогональных многокомпонентных сигналов, полученные из  $m$ -размерного ортонормированного базиса. Кодирование набора информационных символов осуществляется при помощи линейных комбинаций ортогональных нестационарных сигналов. По определению [10], если случайный процесс  $x(t)$  с конечным математическим ожиданием  $M\{x(t)\}$  и непрерывной корреляционной функцией  $R_{xx}(t_1, t_2)$  задан на замкнутом интервале  $[a; b]$ , то существует такая полная ортонормированная система функций  $\{u_k(t)\}$ , что

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k u_k(t), \quad c_k = \int_a^b \overline{u_k(t)} x(t) dt, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (12)$$

где интегралы и ряд сходятся в среднем смысле.

Таким образом, случайный процесс на выходе передатчика радиолинии можно представить множеством случайных коэффициентов  $\{c_k\}$ . В частности, существует такая полная ортонормированная система  $u_k(t) \equiv \psi_k(t)$ , что все величины  $c_k$  будут некоррелированными стандартизированными случайными величинами.

Для получения набора, состоящего из  $m$  ортогональных сигналов, рассмотрим  $n$ -мерное пространство  $R^n$ . Любая точка  $p$  этого пространства может быть представлена  $n$ -мерным вектором, являющим собой линейную сумму набора ортогональных базисных векторов  $u_i$ , где  $u_i \in R^n$ ,  $i \in [1, m]$ .

Таким образом, можем записать

$$p = p_1 u_1 + p_2 u_2 + p_3 u_3 + \dots + p_n u_n, \quad (13)$$

где  $p_i \forall i \in [1, m]$  – действительные коэффициенты.

Рассмотрим подмножество, состоящее из  $m$  базисных векторов, которые описываются  $m$ -мерным подпространством в пределах  $n$ -мерного пространства  $R^n$ . Набор векторов, описывающий некоторое гиперпространство  $s$  в пределах  $m$ -мерного подпространства, представляется в виде выражения  $s = c_1 u_1 + c_2 u_2 + c_3 u_3 + \dots + c_m u_m$ ,  $s \in R^n$  при  $n \geq m$ .

Действительные вектора  $u_i$  могут быть получены с действительных функций  $U_i(t)$  следующим образом. Пусть имеется  $u_i = [u_{i1} \dots u_{in}]^T$  и  $U_{ji} = U_i((j-1)T + t_i)$ , где  $j \in [1, n]$ ,  $i \in [1, M]$ ,  $t_i$  – текущее время выборки в точке каждого вектора, а  $T$  – период дискретизации. Для удобства представления запишем в виде матрицы  $U = [u_1 \dots u_M]$ , где  $U \in R^{n \times M}$ . На практике сгенерировать вектор сигнала  $u_i$  можно путем дискретизации действительной функции  $U_i(t)$ . Таким образом, задача сводится к построению набора действительных значений ортогональных векторов  $u_i \in R^n$  и  $i \in [1, M]$ , способных сгенерировать набор ортогональных функций в реальном времени на интервале  $U_i(t) \forall i \in [1, M]$ ,  $t \in [0, nT]$ . Набор таких функций может быть получен с использованием процедуры ортонормализации Грамма – Шмидта применительно к системе, состоящей из  $M$  линейно независимых векторов. Стоит отметить, что обязательным условием для построения ортонормированной системы из  $M$  линейно независимых сигналов, взятой с ортогонального базиса функций  $U_i(t) \forall i \in [1, M]$ , является соответствие значения размерности  $n$  ограничению  $n \geq M$ .

Для ансамбля сигналов  $\{U_i(t), i=1, 2, \dots, M\}$  длительностью  $\tau_c$  с энергией  $\{E_i, i=1, 2, \dots, M\}$  процедуру ортонормализации Грамма – Шмидта можно представить таким образом [11]:

$$y_1(nT) = U_1(nT); \quad u_1(nT) = \frac{y_1(nT)}{\sqrt{E_1}};$$

$$y_M(nT) = U_M(nT) - \sum_{i=1}^{M-1} \frac{\langle u_i(nT), U_M(nT) \rangle}{\langle u_i(nT), u_i(nT) \rangle} u_i(nT);$$

$$u_M(nT) = \frac{y_M(nT)}{\sqrt{E_M}}.$$

Для передачи в радиoliniях сообщение кодируется с использованием линейных комбинаций ортогональных функций. Представить это можно в такой записи:

$$s(t) = c_1 u_1(t) + c_2 u_2(t) + c_3 u_3(t) + \dots + c_M u_M(t),$$

или в более коротком векторном представлении:

$$s(t) = u^T(t) c, \quad (14)$$

где  $u^T(t) = [u_1(t), u_2(t), u_3(t), \dots, u_M(t)]$  – ортонормированная система векторов;  $c^T(t) = [c_1, c_2, c_3, \dots, c_M]$  – линейная комбинация символов сообщения.

В процессе приема информационных символов приемник радиoliniи определяет коэффициенты каждого ортогонального компонента, вычисляя  $M$  корреляционных интегралов:

$$c_i = \frac{1}{P_i T} \int_0^T s(t) u_i(t) dt \quad \forall i \in [1, M], \quad (15)$$

$$P_i = \frac{1}{T} \int_0^T u_i^2(t) dt, \quad (16)$$

что в эквивалентном векторном представлении с учетом (15) и (16) можно представить таким образом:

$$c = \frac{\int_0^T u(t) s(t) dt}{\int_0^T u(t) u^T(t) dt}. \quad (17)$$

Выражение (17) справедливо для любого ортогонального набора сигналов. Отличительной особенностью данной системы является то, что сигналы могут передаваться как последовательно по отдельному взятому каналу, так и одновременно по разным каналам. Пропускная способность системы будет определяться размерностью ансамбля ортогональных сигнальных конструкций.

**Оценка потенциальной помехоустойчивости и скрытности радиoliniй.** Рассчитаем вероятность того, что детектор системы осуществляет правильный приём. Для ортогональных сигналов равной энергии оптимальный детектор выберет тот,

который приводит к наибольшей корреляции между принимаемым вектором  $s$  и каждым из  $M$  возможных к передаче сигнальных векторов  $\{u_M\}$ , т.е.

$$C(s, u_m) = s \cdot u_m = \sum_{k=1}^M s_k \cdot u_{mk}, \quad m = 1, 2, \dots, M.$$

Так как функции плотности вероятности на выходе корреляторов  $\{r_m\}$  статистически независимы, то совместная плотность вероятности будет определяться произведением  $M-1$  собственных вероятностей вида

$$p(n_m < r_1 | r_1) = \int_{-\infty}^{r_1} p_{r_m}(x_m) dx_m = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{r_1 \sqrt{2/N_0}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Совместная вероятность (вероятность правильного приёма) определяется как

$$P_c = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{r_1 \sqrt{2/N_0}} e^{-\delta^2/2} dx \right)^{M-1} p(r_1) dr_1. \quad (18)$$

С учетом (18) вероятность символьной ошибки в радиоканале можно определить таким образом [12]:  $P_M = 1 - P_c$

$$P_M = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) \times \int_{-\infty}^{\infty} \left[ 1 - \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{x^2}{2}} dx \right)^{M-1} \right] e^{-\frac{1}{2} \left( y - \sqrt{\frac{2E_c}{N_0}} \right)^2} dy. \quad (19)$$

Выражение (19) позволяет оценить помехоустойчивость радиoliniи в идеализированных условиях, когда отношение сигнал–шум полностью определяется энергетическими показателями радиоканала  $\dot{A}_s$  и спектральной плотностью шумов естественного происхождения  $N_0$ . В большинстве практических применений целесообразно рассматривать помехоустойчивость радиoliniй в условиях постановки преднамеренных помех [14].

Рассмотрим сигнал постановщика помех. В общем случае, при отсутствии информации о структуре сигнала, в качестве помех могут быть использованы заградительные по частоте помехи с мощностью, значительно превышающей мощность полезного сигнала. Сигнал помехи  $J(t)$  можно рассматривать как стационарный (в широком смысле) гауссовский случайный процесс с нулевым средним в полосе  $\Delta f_j$  и спектральной плотностью мощности:

$$S_j(f) = \begin{cases} \frac{J}{2}, & |f - f_j| \leq \Delta f_j, \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases}$$

С учетом принятых допущений автокорреляционная функция процесса  $J(t)$  имеет такой вид:

$$R_j(\tau) = J_0 \frac{\sin(\pi\Delta f\tau)}{\pi\tau} \cos(2\pi f_j\tau). \quad (20)$$

Сигнал помехи на выходе одного из  $M$  корреляторов представляется как

$$J_{\text{ВЫХ}}(t) = \int_0^{T_f} J(t)p(t)dt. \quad (21)$$

Согласно теореме Винера–Хинчина спектральная плотность мощности помехи в додетекторной точке приемника радиолинии будет определяться выражением:

$$\begin{aligned} N_j &= E\{J_{\text{ВЫХ}}^2\} = \\ &= E\left\{\int_0^{T_f} \int_0^{T_f} J(t_1)J(t_2)p(t_1)p(t_2)dt_1dt_2\right\} = \\ &= \int_0^{T_f} \int_0^{T_f} R_J(t_1-t_2)p(t_1)p(t_2)dt_1dt_2 = \quad (22) \\ &= \int_0^{T_f} \int_0^{T_f} \int_{-\infty}^{\infty} S_J(f)dfp(t_1)e^{-j2\pi ft_1}p(t_2)e^{-j2\pi ft_2}dt_1dt_2 = \\ &= \frac{J_0}{2} \int_{f_j-\Delta f_j}^{f_j+\Delta f_j} |P(f)|^2 df \approx \frac{J_0\Delta f_j}{2\Delta f_s}. \end{aligned}$$

С учетом выражения (22) вероятность ошибочного приема определяется как

$$P_M = \sum_{n=1}^{M-1} (-1)^{n+1} \binom{M-1}{n} \frac{1}{n+1} e^{-\frac{nkE_b}{(n+1)N_j}}. \quad (23)$$

На рис. 3 представлены результаты численного моделирования зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал–шум, полученные при значениях базы многокомпонентного сигнала  $\Delta f\tau_0 = 1500\dots 8000$ . Непрерывная кривая показывает нижний предел для вероятности символьной ошибки, когда используется две сигнальные конструкции. Штриховая линия (слева) демонстрирует максимально достижимый теоретический предел для энергетического соотношения  $(E_s/N_j)$ . Из анализа рис. 3 следует, что для снижения вероятности битовой ошибки, с учетом ограничений практической реализации наиболее предпочтительным будет выбор 1024 ортогональных сигнальных конструкций (штрихпунктирная линия).

**Скрытность радиолинии** количественно можно оценить вероятностью обнаружения сигнала. В общем случае, когда процесс является нестационарным, значения

$$M\{s(t_1)\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k(t_1)$$

$$R_{ss}(t_1, t_1 + \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k(t_1)s_k(t_1 + \tau)$$

не инвариантны относительно переноса момента  $t_1$  [8]. При любом  $t = t_1$  плотность вероятностей такого процесса  $p(s, t_1)$  описывается выражением

$$p(s, t_1) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{P[s < s(t_1) < s + \Delta s]}{\Delta s}. \quad (23)$$

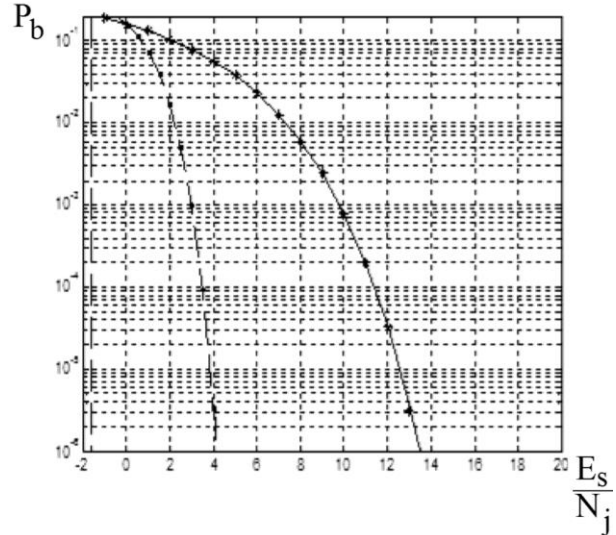


Рис. 3. Помехозащищенность радиолиний с использованием разработанных сигнальных конструкций

Определим сигнал на выходе передатчика радиолинии через гауссовский стационарный процесс  $n(t)$  с нулевым математическим ожиданием  $E\{n(t)\} = 0$  и дельтаобразной корреляционной функцией

$$R(t_2 - t_1) = \left(\frac{N}{2}\right)\delta(t_2 - t_1); \quad s(t) = \int_0^t n(\tau)d\tau. \quad (24)$$

Согласно [13], если выходной процесс можно выразить через гауссовский при помощи линейного преобразования, то он тоже является гауссовским. Согласно (24) математическое ожидание, дисперсия и корреляционная функция такого процесса описываются следующим образом:

$$E\{s(t)\} = 0, \quad (25)$$

$$D_s(t) = \int_0^t \int_0^t E\{n(\tau_1)n(\tau_2)\}d\tau_1d\tau_2 = \frac{N}{2}t, \quad (26)$$

$$R(t_1, t_2) = \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_2} E\{n(\tau_1)n(\tau_2)\}d\tau_1d\tau_2 = \frac{N}{2}(t_1, t_2) \quad (27)$$

Реализации процесса с ростом времени все более разбросаны и чрезвычайно невоспроизводимы. Это подтверждает допущение о том, что многоком-

понтентный ортонормированный сигнал (11) является гауссовским нестационарным процессом с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, пропорциональной времени.

Установим свойства приращений на непересекающихся интервалах времени ( $t_3 > t_2 > t_1$ ). Из оче-

видного равенства  $s(t_2) - s(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} n(\tau) d\tau$  следует,

что математическое ожидание приращений равно нулю, а дисперсия приращений пропорциональна разности рассматриваемых моментов времени:

$$M\{[s(t_2) - s(t_1)]^2\} = N/2(t_2 - t_1), \quad t_2 > t_1. \quad (28)$$

Взаимная корреляция функции приращений с использованием (27) определяется как

$$M\{[s(t_3) - s(t_2)][s(t_2) - s(t_1)]\} = R_s(t_3, t_2) - R_s(t_2, t_2) - R_s(t_3, t_1) + R_s(t_2, t_1) = 0.$$

Таким образом, приращения процесса  $s(t)$  на неперекрывающихся интервалах времени некоррелированы, а с учетом их нормального распределения, и независимы, что и следовало доказать. Кроме того, приращения процесса можно назвать стационарными, поскольку их математическое ожидание равно нулю, а дисперсия пропорциональна разности рассматриваемых моментов времени. Прямым следствием этих особенностей является формула

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} S_m = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \sum_{i=0}^{m-1} [s(t_2) - s(t_1)]^2 = \frac{N(t - t_0)}{2},$$

где  $t_0 < t_1 < \dots < t_m < t$ ,  $\Delta = \max_i(t_{i+1} - t_i)$ .

Сходимость последовательности случайных сумм слева к неслучайной величине справа интерпретируется как сходимость по вероятности.

Рассмотрим вероятность энергетического обнаружения радиопомех. Традиционно оптимальный обнаружитель является измерителем мощности процесса, позволяющим установить энергетические

$$\eta = \inf_{\alpha \in [0,1]} \lim_{N_s \rightarrow \infty} \inf_{N_s} \frac{1}{N_s} \ln \int f_{H_1}^{1-\alpha}(y_1, \dots, y_{N_s}) \cdot f_{H_0}^\alpha(y_1, \dots, y_{N_s}) dy_1, \dots, dy_{N_s} =$$

$$= \min_{\alpha \in [0,1]} \left\{ (1-\alpha) \ln \sigma_n + \alpha \ln \sigma_{sn} - \frac{1}{2} \ln \left[ (1-\alpha) \sigma_n^2 + \alpha \sigma_{sn}^2 \right] - \frac{(1-\alpha) \alpha (\mu_{sn} - \mu_n)^2}{2 \left[ (1-\alpha) \sigma_n^2 + \alpha \sigma_{sn}^2 \right]} \right\}. \quad (30)$$

Получить численное решение для выражения (30) сложно. В предположении, что  $\sigma_n^2 \approx \sigma_{sn}^2$  для  $\alpha = 1/2$  выражение (30) можно представить приближением:

$$\eta \approx -\frac{\gamma^2}{4\Delta f \tau_0}. \quad (31)$$

где  $\gamma = P_c/P_{\Pi}$ ,  $P_c, P_{\Pi}$  – мощности сигнала и помехи на входе приемника-обнаружителя.

увеличения над мощностью шума при наличии сигнала в анализируемом диапазоне частот. Если при  $t = t_1$  нестационарный случайный процесс гауссов, тогда функция плотности вероятностей определяется из выражения

$$p(s, t_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_s}} e^{-\frac{[x - \mu_s(t_1)]^2}{2\sigma_s^2(t_1)}}.$$

Скрытность системы определяется характеристиками приемника-обнаружителя (вероятностью ложной тревоги и пропуска сигнала). В общем случае для произвольно выбранного времени наблюдения плотность вероятности при наличии или отсутствии сигнала  $s(t)$  описывается выражениями:

$$f_{H_0}(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n}} e^{-\frac{(y - \mu_n)^2}{2\sigma_n^2}}, \quad f_{H_1}(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{sn}}} e^{-\frac{(y - \mu_{sn})^2}{2\sigma_{sn}^2}},$$

где  $\mu_n = 2\tau_0 \Delta f$ ,  $\sigma_n^2 = 4\tau_0 \Delta f$ ,  $\mu_{sn} = 2\tau_0 \Delta f + 2\gamma$ ,  $\sigma_{sn}^2 = 4\tau_0 \Delta f + 4\gamma$ .

На практике порог принятия решения устанавливается по дисперсии приемника, реализующего обнаружение Неймана – Пирсона. В данном случае порог составляет  $\sigma_n^2$ . Зафиксируем значение интервала наблюдения  $\tau_0$  и предположим, что число наблюдений стремится к бесконечности. Тогда вероятность ошибочного обнаружения  $P_{оо.і.а.}$  можно аппроксимировать пределом Чернова. Используя подход, предложенный в [14], получим:

$$\eta = \lim_{N_s \rightarrow \infty} \inf_{N_s} \frac{1}{N_s} \ln P_{оо.і.а.} \quad (29)$$

Поскольку величина  $\eta$  определена в области отрицательных значений, для достижения низкой вероятности обнаружения сигналов ее необходимо максимизировать. Значение скрытности для радиопомех можно представить таким выражением:

Из выражения (31) следует, что между энергетической скрытностью радиопомехи и ее помехоустойчивостью существует определенный компромисс, решение которого определяется конкретными требованиями к радиопомехам связи. На рис. 4 приведена зависимость вероятности ошибочного обнаружения радиопомех от вероятности символьной ошибки в радиоканале ( $M = 2$  – непрерывная кривая,  $M = 1024$  – штриховая линия). Из анализа рисунков 3,

4 следует, что как помехоустойчивость, так и скрытность радиолиний полностью определяются энергетическими соотношениями на входе приемника радиолинии и приемника-обнаружителя соответственно.

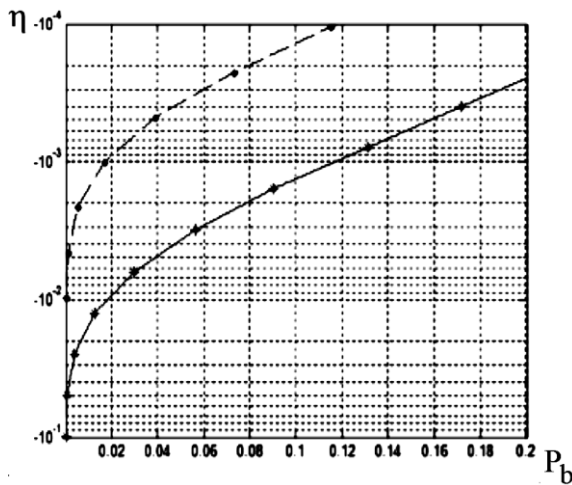


Рис. 4. Скрытность радиолиний с использованием разработанных сигнальных конструкций

Таким образом, можно сделать вывод, что в зависимости от текущей помеховой обстановки наиболее целесообразным представляется адаптивный выбор значения базы  $\Delta f \tau_0$  канальных сигналов для получения требуемого соотношения сигнал-помеха в додетекторной точке приема.

## Выводы

Таким образом, в работе предложен способ повышения скрытности радиолиний, основанный на использовании многокомпонентных ортогональных сигнальных конструкций с управляемыми спектральными характеристиками. Показано, что с использованием разработанных ортогональных многокомпонентных сигналов существенно повышается сложность идентификации и предсказания параметров несущего колебания. Получены оценки потенциальной помехоустойчивости и скрытности радиолиний.

## БАГАТОКОМПОНЕНТНІ ОРТОГОНАЛЬНІ СИГНАЛЬНІ КОНСТРУКЦІЇ ДЛЯ ЗАХИЩЕНОГО ПЕРЕДАВАННЯ ІНФОРМАЦІЇ В РАДІОЛІНІЯХ ЗВ'ЯЗКУ

Ю.Г. Даник, П.В. Поздняков

Наведено математичний вираз багатокомпонентного лінійно-частотно-модульованого сигналу. Розроблено спосіб формування багатокомпонентних ортогональних сигнальних конструкцій з використанням методу ортогоналізації Грама – Шмідта. Проведено оцінювання потенційної завадостійкості та скритності радіоліній.

**Ключові слова:** лінійна частотна модуляція, багатокомпонентний сигнал, ортогоналізація Грама – Шмідта, завадостійкість, скритність.

## MULTICOMPONENT ORTHOGONAL WAVEFORM DESIGNS FOR THE SECURE COMMUNICATION IN WIRELESS CHANNELS

Y.G. Danyk, P.V. Pozdnyakov

Thus mathematical expression of multicomponent chirp waveform is suggested in the article. The multicomponent waveform design is developed with using the Gram – Schmidt orthonormalization procedure. Low probability of detection and noise-immunity estimates of the wireless channel are given.

**Keywords:** linear frequency modulation, multicomponent waveform design, Gram – Schmidt orthogonalization, low probability of detection, noise-immunity.

## Список литературы

1. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Л.Е. Варакин. – М.: Радио и связь, 1985.
2. Poisel R. Modern Communications Jamming Principles and Techniques / R. Poisel. – Sec. Ed. Artech House, 2011.
3. Gardner W.A. Signal interception: a unifying theoretical framework for feature detection / W.A. Gardner // Communications, IEEE Transactions. – 1988. – Vol. 36. No. 8. – P. 897-906.
4. Tkachenko A. Cyclostationary Feature Detector Experiments Using Reconfigurable BEE2 / A. Tkachenko, A.D. Cabric, R.W. Brodersen // New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks 2007. 2nd IEEE International Symposium DySPAN 2007. – P. 216 – 219.
5. Кочемасов В.Н. ЛЧМ сигналы с внутримпульсной фазовой манипуляцией / В.Н. Кочемасов, В.П. Кряжев, В.С. Оконешников // Радиотехника. – 1980. – Т. 35, № 2. – С. 57 – 60.
6. El-Khamy S.B. Frequency hopped multi-user chirp modulation (FH/MCM) for multipath fading channels / S.B. El-Khamy, S.E. Shahban, E.A. Thabet // IEEE Symposium Antennas and Propagation. – 1999. – Vol. 1. – P. 996 – 999.
7. Chirp communications system : pat. США № 4037159; заявл. 1.11.74; опубл. 19.07.77. – 7 с.
8. Бендат Д. Прикладной анализ случайных данных: пер. с англ. / Д. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
9. Неймарк Ю.И. Стохастические и хаотические колебания / Ю.И. Неймарк, П.С. Ланда. – М.: Наука, 1987.
10. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1984. – 832 с.
11. Хорн Р. Матричный анализ: пер с англ. / Р. Хорн, Ч. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 655 с.
12. Прокис Д. Цифровая связь: пер. с англ. / Д. Прокис; под ред. Д. Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000.
13. Тихонов В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / В.И. Тихонов, В.Н. Харисов. – М.: Радио и связь, 1991.
14. Hero A.O. Secure space-time communication / A.O. Hero // IEEE Transactions on Information Theory. – 2003. – Vol. 49, No. 12. – P. 32.35 – 32.49.

Поступила в редколлегию 24.01.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук ст. научн. сотр. А.А. Писарчук, Житомирский военный институт имени С. П. Королева Национального авиационного университета, Житомир.