УДК 681.324

Г.А. Кучук[1], А.А. Можаев[2], А.А. Коваленко[3]

[1]*Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков*
[2]*Национальный технический университет «ХПИ», Харьков*
[3]*Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков*

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ВРЕМЕННЫХ ШКАЛ ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ ЗНАЧЕНИЯ МАКСИМАЛЬНОГО РАЗМЕРА ОЧЕРЕДИ

Представлены результаты, относящиеся к выбору оптимальной временной шкалы при аппроксимации максимального размера очереди для фрактального броуновского движения (ФБД). Использование статистических характеристик трафика на небольших временных отрезках позволило представить практические рекомендации для расчета вероятности появления хвоста очереди. Данный подход рассмотрен для трафика с долговременной зависимостью (ДВЗ). Для ФБД-трафика с ДВЗ показано, что предложенное экспоненциальное разбиение временных шкал приводит к оптимальной производительности рассматриваемого участка сети.

Ключевые слова: *ФБД-трафик, долговременная зависимость, сетевые протоколы, модель, очередь.*

Введение

Постановка задачи и анализ литературы. Большинство аппроксимаций для расчета вероятности появления хвоста очереди трафиковых процессов с долговременной зависимостью (ДВЗ) основаны на понятии критической временной шкалы [1 – 9].

При заданном пороговом значении длины очереди b в качестве критической временной шкалы рассматривается промежуток времени, необходимый для заполнения очереди до значения, большего чем b. Расчет критической временной шкалы непосредственно по эмпирическим результатам является практически неосуществимым, так как необходимо наличие актуальной статистики трафика во всех рассматриваемых временных шкалах.

При использовании статистических характеристик трафика на конечном наборе временных масштабов θ предложенный авторами в [1] подход позволяет получить три аппроксимации для случая $P(Q > b)$:

– аппроксимацию максимума;
– аппроксимацию произведения;
– аппроксимацию суммы,

которые обладают следующими свойствами:

– *применимость к любому конечному порогу очереди* b, то есть, неасимптотичность;

– *применимость к любой модели трафика*, включая нестационарные;

– *простота реализации*, которая обусловлена необходимостью определения статистических характеристик трафика только на нескольких масштабах из набора шкал θ.

Основной проблемой при этом является определение соответствующего значения набора шкал θ. Выбор значения θ включает выбор оптимального соотношения между точностью аппроксимации и вычислительными требованиями. Например, небольшое значение θ уменьшает точность аппроксимации максимума, так как вычисление статистических характеристик трафика и сбор данных производится на небольших временных интервалах. В [1] показано, что выбор экспоненциальных временных шкал для набора шкал θ является оптимальным в случае очереди, созданной входным ФБД-трафиком. Важным преимуществом экспоненциальных временных шкал является их немногочисленность; обычно лишь некоторые из них охватывают широкий диапазон.

Однако существующие подходы и модели не позволяют проводить адекватное прогнозирование ситуации при $P(Q > b)$.

Таким образом, разработка нового подхода к анализу процесса постановки данных в очередь, реализующего возможность прогнозирования трафикового процесса, непосредственно исходя из измеренных статистических характеристик трафика, является **актуальной**.

Целью данной статьи является исследование вопросов оптимальности при выборе временных шкал, использующихся при изучении организации очередей современных высокоскоростных сетей передачи данных.

Результаты теоретических исследований

При сравнении выражений (4) и (8) в [8] видно, что большая плотность θ соответствует области R_+, а ближайшей аппроксимацией максимума $M^{\theta}(b)$ является аппроксимация критической временной шкалы $C(b)$. Однако необходимо одновременно получать данные на большем количестве временных масштабов, следовательно вычислительная сложность аппроксимации максимума увеличивается. Ниже будет доказано, что набор экспоненциальных временных шкал

$$\theta_\alpha := \{\alpha^k : k \in Z\},\ \alpha > 1 \qquad (1)$$

оптимальным образом удовлетворяет компромисс между точностью и вычислительной сложностью.

Рассмотрим следующую последовательность действий. Сначала определим метрику, которая характеризует точность $M^{\theta}(b)$ для очереди, созданной ФБД-трафиком. Затем среди всех наборов шкал θ выберем шкалу θ_α, удовлетворяющую частичному критерию точности для $M^{\theta}(b)$; получим неасимптотическую границу ошибки $M^{\theta_\alpha}(b)$ при аппроксимации $C(b)$ и покажем, что $M^{\theta_\alpha}(b)$ точно аппроксимирует $C(b)$ в широком диапазоне значений α.

1. Метрика, характеризующая точность $M^{\theta}(b)$

Рассмотрим очередь ФБД трафика. Для $\tau > 0$ легко получить следующее выражение [5]:

$$P\{K(\tau) - c\tau > b\} = \Phi(g(b,\tau)), \qquad (2)$$

где

$$g(b,\tau) := \frac{b + \hat{c}\tau}{\sigma\tau^H} = \frac{b + (c-m)\tau}{\sigma\tau^H}; \qquad (3)$$

$\Phi(\cdot)$ – дополнительная кумулятивная функция распределения нулевого среднего дисперсии Гауссовской случайной переменной. Согласно выражениям (4) и (8) источника [1], получим

$$C(b) = \sup_{\tau>0}\Phi(g(b,\tau)) = \Phi\left(\inf_{\tau>0} g(b,\tau)\right) \qquad (4)$$

и

$$M^{\theta}(b) = \sup_{\tau\in\theta}\Phi(g(b,\tau)) = \Phi\left(\inf_{\tau\in\theta} g(b,\tau)\right). \qquad (5)$$

На заданном диапазоне временных шкал T можно описать точность $M^{\theta}(b)$ как

$$h_\theta(T) = \sup_{b:\lambda(b)\in T}\frac{\inf_{t\in\theta} g(b,\tau)}{\inf_{t>0} g(b,\tau)} = \sup_{b:\lambda(b)\in T}\frac{\inf_{t\in\theta} g(b,\tau)}{g(b,\lambda(b))}. \qquad (6)$$

Значением $h_\theta(T)$, близким к единице, можно ограничить ошибку $M^\theta(b)$ аппроксимации $C(b)$ для всех пороговых значений b очереди, соответствующих критической временной шкале $\lambda(b)$, находящейся в T. Обозначим $h_\theta(T)$ как h_θ, где $T=(0,\infty)$. Будем использовать следующую функцию для оценки метрики точности:

$$\varsigma(s,H)=\frac{(s-1)H^H(1-H)^{1-H}}{\left(s-s^H\right)^{1-H}\left(s^H-1\right)^H}. \quad (7)$$

Пусть $\theta=\{\tau_k^\theta\}_k$ – набор временных шкал с элементами, упорядоченными в порядке возрастания. Рассмотрим $h_\theta(T_k^\theta)$, где $T_k^\theta=\left[\tau_{k-1}^\theta,\tau_k^\theta\right]$, являющуюся функцией соотношения временных шкал $s_k^\theta=\tau_k^\theta/\tau_{k-1}^\theta$ и не зависящую ни от каких свойств θ. Обозначим наибольшее соотношение последовательных шкал в θ как $d_\theta=\sup_k s_k^\theta$.

Лемма 1. Метрика точности на диапазоне шкал T_k^θ равна

$$h_\theta(T_k^\theta)=\varsigma(s_k^\theta,H). \quad (8)$$

Доказательство леммы основывается на том факте, что для ограниченного порогового значения b, соответствующего критической временной шкале $\lambda(b)$ находящейся в T_k^θ, функция $g(b,\tau)$ является минимизированной на $\tau\in\theta$ при $\tau=\tau_{k-1}^\theta$ либо $\tau=\tau_k^\theta$. Таким образом, $h_\theta(T_k^\theta)$ зависит только от τ_{k-1}^θ и τ_k^θ и более ни от каких элементов θ.

Следствие. Если θ простирается от 0 до ∞, то есть $\sup_k\tau_k^\theta=\infty$ и $\inf_k\tau_k^\theta=0$, то метрика точности для $T=(0,\infty)$ равна

$$h_\theta=\varsigma(d_\theta,H). \quad (9)$$

2. Оптимальность экспоненциальных временных шкал

На заданном диапазоне временных шкал $T=(\tau',\tau'')$, $0<\tau'<\tau''$ необходимо выделить такой набор, который содержит наименьшие элементы в T, в то же время гарантируя определенную точность значения $M^\theta(b)$.

Следующая лемма доказывает, что существует экспоненциальный набор временных шкал, содержащий наименьшие значения элементов среди всех наборов θ и обладающий метрикой точности $h_\theta(T)$ меньшей, чем определенный порог. Определим

$$\Gamma(\alpha)=\{\theta:h_\theta(T)\le\varsigma(\alpha,H)\}, \quad (10)$$

и обозначим $\#\theta$ – количество элементов θ, лежащих в T. Определим обобщенные экспоненциальные временные шкалы как

$$\theta_{\alpha,\nu}=\{\nu\alpha^k:k\in Z\}, \quad (11)$$

где $\nu>0$.

Лемма 2. Для всех ν верно, что $\theta_{\alpha,\nu}\in\Gamma(\alpha)$ и

$$\#\theta_{\alpha,\nu}\le1+\min_{\theta\in\Gamma(\alpha)}\#\theta. \quad (12)$$

Более того, существует такое $\xi>0$, что

$$\#\theta_{\alpha,\xi}=\min_{\theta\in\Gamma(\alpha)}\#\theta. \quad (13)$$

Лемма 2 следует непосредственно из леммы 1 и ее следствия. Необходимо заметить, что $h_\theta(T_k^\theta)$ увеличивается с s_k^θ, поскольку $\varsigma(s,H)$ является возрастающей функцией, согласно (7) и (8). Следовательно, для любого $\theta\in\Gamma(\alpha)$, если $T_k^\theta\subset T$, необходимо иметь $s_k^\theta\le\alpha$. В экспоненциальном наборе θ_α отношение всех элементов последовательных временных шкал $s_k^{\theta_\alpha}$ равняется максимальному разрешенному значению α. Таким образом, набор θ_α является набором с наименьшими значениями среди всех наборов в $\Gamma(\alpha)$.

3. Погрешность максимальной ошибки $M^{\theta_\alpha}(b)$

Используем лемму 1 для получения значения максимальной ошибки $M^{\theta_\alpha}(b)$ при оценивании $C(b)$ для всех возможных ФБД-трафиковых процессов, удовлетворяющих условию $\hat{c}>0$. Определим $\varsigma^*(\alpha)=\max_{H\in(0,1)}\varsigma(\alpha,H)$ (лемма 3).

Лемма 3. Для входного ФБД трафика с $\hat{c}>0$

$$\Phi\left(\varsigma^*(\alpha)\Phi^{-1}(C(b))\right)\le M^{\theta_\alpha}(b)\le C(b). \quad (14)$$

На рис. 1 показано, что зависимости величины $\varsigma^*(\alpha)$ от α, которые были получены в числовом виде, близки к 1 для широкого диапазона значений α. Как результат, нижняя граница $M^{\theta_\alpha}(b)$ из (14) для различных значений α близка к $C(b)$, что показано на рис. 2. Фактически, $M^{\theta_2}(b)$ практически идентично $C(b)$ при $C(b)>10^{-9}$.

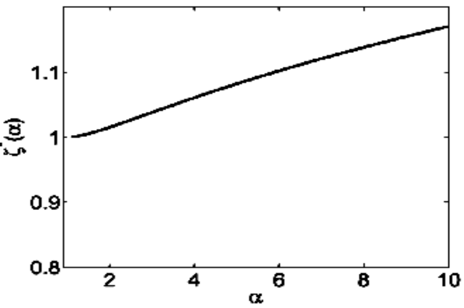

Рис. 1. Зависимость отношения значений $\varsigma^{*}\ \alpha$ от α

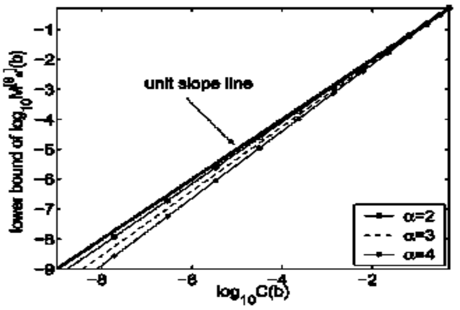

Рис. 2. Зависимость отношения значений $M^{\theta_\alpha}\ b$ от $C\ b$

Таким образом, максимальную ошибку $M^{\theta_2}\ b$ можно рассматривать с точностью $C\ b$ при оценке вероятности $P\ Q_\infty > b$.

Выводы

Проведено исследование различных подходов к выбору временных шкал, использующихся при изучении организации очередей современных высокоскоростных сетей передачи данных. Доказано, что экспоненциальные временные шкалы являются оптимальными для ФБД-трафика в смысле согласования необходимой точности и вычислительной мощности, требуемой для вычисления аппроксимации максимума. Предложен метод построения оптимальных временных шкал для аппроксимации значения максимального размера очереди, созданной ФБД-трафиком, использующий статистические характеристики трафика лишь на нескольких отдельных экспоненциальных временных шкалах. Перспективой дальнейших исследований в данном направлении является расширение области применения предложенного метода для различных трафиковых процессов.

Список литературы

1. *Кучук Г.А. Обзор подходов к выбору временных шкал при проведении анализа очередей / Г.А. Кучук, А.А. Можаев, А.А. Коваленко // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2009. – Вип.. 1(75). – С. 68-71.*
2. *Norros I. A storage model with self-similar input / I. Norros // Queueing Syst. – 1994. – Vol. 16. – P. 387-396.*
3. *Duffield N. Large deviations and overflow probabilities for the general single-server queue, with applications / N. Duffield, N. O'Connell // Math. Proc. Cambr. Phil. Soc. – 1995. – Vol. 118. – P. 363-374.*
4. *Husler J. Extremes of a certain class of Gaussian processes / J. Husler, V. Piterbarg // Stochastic Process. Applicat. – 1999. – Vol. 83. – P. 257-271.*
5. *Neidhardt A.L. The concept of relevant time scales and its application to queueing analysis of self-similar traffic / A.L. Neidhardt, J.L. Wang // Proc. ACM SIGMETRICS. – 1998. – P. 222-232.*
6. *Grossglauser M. On the relevance of long-range dependence in network traffic / M. Grossglauser, J.-C. Bolot // Comput. Commun. Rev. – 1996. – Vol. 26, no. 4. – P. 15-24.*
7. *Choe J. Queueing analysis of high-speed multiplexers including long-range dependent arrival processes / J. Choe, N.B. Shroff // Proc. IEEE INFOCOM. – 1999. – P. 617-624.*
8. *Performance impacts of multi-scaling in wide area TCP/IP traffic / A. Erramilli, O. Narayan, A. Neidhardt, I. Sanjee // Proc. IEEE INFOCOM. – 2000. – P. 352-359.*
9. *Debicki K. A note on transient Gaussian fluid models / K. Debicki, T. Rolski // Queueing Syst. – 2002. – Vol. 41. – P. 321-342.*

Поступила в редколлегию 15.07.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.В. Стасев, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

МЕТОД ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНИХ ЧАСОВИХ ШКАЛ, З МЕТОЮ АПРОКСИМАЦІЇ ЗНАЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНОГО РОЗМІРУ ЧЕРГИ

Г.А. Кучук, А.А. Можаєв, А.А. Коваленко

Представлені результати, що відносяться до вибору оптимальної часової шкали при апроксимації максимального розміру черги для фрактального броунівського руху (ФБД). Використання статистичних характеристик трафіку на невеликих часових відрізках дозволило представити практичні рекомендації для розрахунку ймовірності появи хвоста черги. Даний підхід розглянутий для трафіку з довготривалою залежністю (ДТЗ). Для ФБД-трафіка з ДТЗ показано, що запропоноване експоненціальне розбиття часових шкал призводить до оптимальної продуктивності даної ділянки мережі..

Ключові слова: *ФБР-трафік, довготривала залежність, мережеві протоколи, модель, черга.*

METHOD OF CONSTRUCTION OPTIMUM TEMPORAL SCALES FOR APPROXIMATION VALUE QUEUEMAXIMAL SIZE

G.A. Kuchuk, A.A. Mozhaev, A.A. Kovalenko

Results, related to the choice of optimum temporal scale during approximation of maximal size of turn for fractal brownian motion (FBM), are presented. The use of statistical descriptions of traffic on small temporal segments allowed to present practical recommendations for the calculation of probability of appearance of tail of turn. This approach is considered for a traffic with of long duration dependence (LDD). For a FBM-traffic it is rotined with LDD, that over the offered exponential breaking up of temporal scales brings to the optimum productivity of the examined area of network.

Keywords: *FBM-traffic, long duration dependence, protocols of networks, model, queue.*