

УДК 621.371.135

Г.Н. Жолткевич, В.В. Хорошун, В.Б. Хохольков

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА РЕШЕТКЕ ИЗ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИХ БРУСЬЕВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ (СЛУЧАЙ Н-ПОЛЯРИЗАЦИИ)

Данная работа является продолжением работы [1] и посвящена компьютерному моделированию дифракции Н-поляризованных волн на решетке из идеально проводящих брусьев прямоугольного поперечного сечения. При этом основным тезисом исследования служит положение о том, что в строгой математической теории дифракции волн на планарных периодических структурах ключевой (базовой) моделью структуры является решетка из идеально проводящих брусьев прямоугольного поперечного сечения, а не ленточная решетка, как это утверждается до сих пор.

**Ключевые слова:** дифракция, дифракционная решетка, компьютерное моделирование, поляризация, резонансное прохождение волн.

### Введение

В данной работе рассматривается случай дифракции плоской Н-поляризованной волны на периодической структуре, состоящей из идеально проводящих брусьев прямоугольного поперечного сечения.

Как отмечалось ранее [1], именно эта структура является ключевой, поскольку из нее, как частные случаи, следуют ДР из горизонтальных и вертикальных лент, решетки из полубесконечных пластин и полуплоскостей. Кроме того, без учета толщины элементов решетки теряется возможность моделирования некоторых известных физических эффектов, таких как эффект Малюжинца, резонансное прохождение волн и другие, которых нет в случае дифракции Е-поляризованной волны. Поскольку структура математической модели задачи дифракции Н-поляризованной волны на ДР из брусьев сильно отличается от структуры модели, исследованной в [1], то компьютерное моделирование дифракции волн на такой решетке, как и анализ самой модели, представляют большой интерес.

### 1. Постановка задачи

На рис. 1.1 изображена периодическая ДР из идеально проводящих брусьев прямоугольного поперечного сечения. Решетка находится в свободном пространстве.

Со стороны  $y > 0$  на решетку под углом  $\zeta$  падает плоская Н-поляризованная волна. Требуется определить дифрагированное поле во всем пространстве, исключая элементы (брусья) решетки.

Математической моделью исследуемой задачи дифракции являются две подсистемы сумматорных уравнений следующего вида:

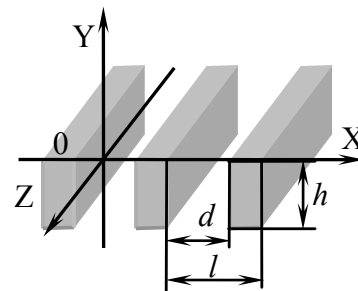


Рис. 1.1. Геометрия структуры

$$\sum_n A'_n \gamma_n e^{ih_n x} = 0, \quad \left( \frac{d}{2} < x < 1 - \frac{d}{2} \right) \quad (1.1)$$

$$\sum_n A'_n \gamma_n e^{ih_n x} = \sum_{m=0}^{\infty} q_m C_m - D_m \cos \frac{\pi m x + d/2}{d}, \quad \left( -\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2} \right) \quad (1.2)$$

$$2e^{ih_0 x} - \sum_n A'_n e^{ih_n x} = \sum_{m=0}^{\infty} C_m + D_m \cos \frac{\pi m x + d/2}{d}, \quad \left( -\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2} \right) \quad (1.3)$$

$$2h_0 e^{ih_0 x} - \sum_n A'_n h_n e^{ih_n x} = \frac{i\pi}{d} \sum_{m=1}^{\infty} C_m + D_m m \times \sin \frac{\pi m x + d/2}{d}, \quad \left( -\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2} \right) \quad (1.4)$$

$$\sum_n B_n \gamma_n e^{ih_n x} = 0, \quad \left( \frac{d}{2} < x < 1 - \frac{d}{2} \right) \quad (1.5)$$

$$\sum_n B_n \gamma_n e^{ih_n x} = \sum_{m=0}^{\infty} q_m C_m e^{iq_m h} - D_m e^{-iq_m h} \times \cos \frac{\pi m x + d/2}{d}, \quad \left( -\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2} \right) \quad (1.6)$$

$$\sum_n B_n e^{ih_n x} = \sum_{m=0}^{\infty} C_m e^{iq_m h} + D_m e^{-iq_m h} \times \cos \frac{\pi m x + d/2}{d} \quad \left( -\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2} \right) \quad (1.7)$$

$$\sum_n B_n e^{ih_n x} = \frac{i\pi}{d} \sum_{m=1}^{\infty} C_m e^{iq_m h} + D_m e^{-iq_m h} m \times \sin \frac{\pi m x + d/2}{d} \quad \left( -\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2} \right). \quad (1.8)$$

Аналогічно [1], путем алгебраизации системы сумматорных уравнений (1.1) – (1.8) получаем прямые и обратные формулы связи:

ПФС-1:

$$A'_n \gamma_n = i \sum_{m=0}^{\infty} q_m C_m - D_m \hat{K}_m \tau_n \quad (1.9)$$

ПФС-1'

$$B_n \gamma_n = i \sum_{m=0}^{\infty} q_m C_m e^{iq_m h} - D_m e^{-iq_m h} \hat{K}_m \tau_n \quad (1.10)$$

ОФС-1

$$\sum_n A'_n \gamma_n \hat{K}_s - \tau_n = -iq_s C_s - D_s (1 + \delta_{0s}) \quad (1.11)$$

ОФС-1'

$$\sum_n B_n \gamma_n \hat{K}_m - \tau_n = -iq_m C_m e^{iq_m h} - D_m e^{-iq_m h} (1 + \delta_0^m) \quad (1.12)$$

ОФС-2

$$\sum_n A'_n \hat{K}_s - \tau_n - 2\hat{K}_s - \tau_0 = -i C_s + D_s (1 + \delta_{0s}) \quad (1.13)$$

ОФС-2'

$$\sum_n B_n \hat{K}_s - \tau_n = -i C_s e^{iq_m h} + D_s e^{-iq_m h} (1 + \delta_{0s}) \quad (1.14)$$

где  $A'_n = A_n - \delta_{0n}$ ,

$$\hat{K}_m(\tau_n) = \tau_n \frac{\theta e^{0.5i\pi\tau_n} - (-1)^m e^{-0.5i\pi\tau_n}}{\pi(m^2 - \tau_n^2)}, \quad (1.15)$$

$\tau_n = 2\theta(n + \nu)$ ,  $\theta = \frac{d}{l}$ ,  $\delta_{0n}$  – символ Кронекера.

Аналогічно [1] имеет место следующее представление [2]:

$$\sum_n \hat{K}_m \tau_n \hat{K}_s - \tau_n = \delta_{sm}(1 + \delta_{0m}), \quad (n \in N). \quad (1.16)$$

Как и в случае Е-поляризации [1], формула (1.16) означает, что функция  $\hat{K}_m \tau_n$  является функцией дискретного аргумента [2]. В чистом виде это реализуется для простейшей одномерной периодической структуры в виде решетки из бесконечно тонких идеально проводящих нитей для случая ортогонального падения плоской волны на решетку. Для более сложных структур (решетки из горизонтальных и вертикальных лент, брусьев прямоугольного поперечного сечения) следует фиксировать как

параметры решетки (коэффициент заполнения  $\theta$ , высоту брусьев  $h$ ), так и параметры первичного поля (длину волны  $\lambda$  и угол падения  $\zeta$ ). Только в этом случае указанная функция  $\hat{K}_m \tau_n$  является функцией дискретного аргумента.

Из формул связи (1.9) – (1.15), как и в работе [1], получаем СЛАУ, которая для случая Н-поляризации имеет вид:

$$\begin{cases} A'_s \gamma_s - i \sum_{m=0}^{\infty} q_m C_m - D'_m e^{iq_m h} \hat{K}_m \tau_s = 0; \\ \sum_n A'_n \hat{K}_s - \tau_n + i C_s + D'_s e^{iq_m h} (1 + \delta_{s,0}) = \hat{K}_s - \tau_0; \\ B'_s \gamma_s - i \sum_{m=0}^{\infty} q_m C_m e^{iq_m h} - D'_m \hat{K}_m \tau_s = 0; \\ \sum_n B_n \hat{K}_s - \tau_n + i C_s e^{iq_s h} + D'_s (1 + \delta_{s,0}) = 0 \end{cases} \quad (1.17)$$

где  $D'_m = D_m e^{(-iq_m h)}$ .

## 2. Анализ численных результатов

Поскольку исследуемая задача дифракции плоской Н-поляризованной волны на решетке из брусьев прямоугольного поперечного сечения является многопараметрической задачей, следует выработать определенную структуру численного эксперимента, причем отправной точкой для изучения новых физических явлений, вносимых толщиной дифракционной решетки, является ленточная решетка, свойства которой детально изучены методом АМШ [3–5] и другими методами [6–9], а также модифицированным методом Фурье (ММФ) [1].

### 2.1. Случай ортогонального падения

Как и в [1], выберем оптимальные значения коэффициента заполнения ленточной решетки  $\theta=d/l$  по формуле:

$$\theta = 1 - \frac{m}{2|n|}, \quad \text{где } m=1,2,\dots,2|n|, \quad (n \in N \setminus 0). \quad (2.1)$$

На рис. 2.1 представлены зависимости  $|A_0|$  и  $|B_0|$  от коэффициента заполнения  $\theta=d/l$  для значений частотного параметра  $k=1,2,3$  при нулевой толщине решетки  $h=0$ . Отчетливо видны плавные изгибы кривых, связанные с возникновением высших гармоник и перераспределением энергии между ними и основными волнами. Зависимость  $|A_n|$  от  $d/l$  для  $k=1,2,3$ ,  $h=0$  представлена на рис. 2.2, причем нумерация кривых соответствует номеру гармоники  $n$ . На этих графиках отчетливо видно, что глобальный максимум для  $n$ -й гармоники имеет место тогда, когда ширина щели равна половине длины волны. Напомним, что в случае Е-поляризации глобальный максимум для  $n$ -й гармоники имеет место тогда, когда ширина ленты решетки равна  $\lambda/2$  (см. [11]).

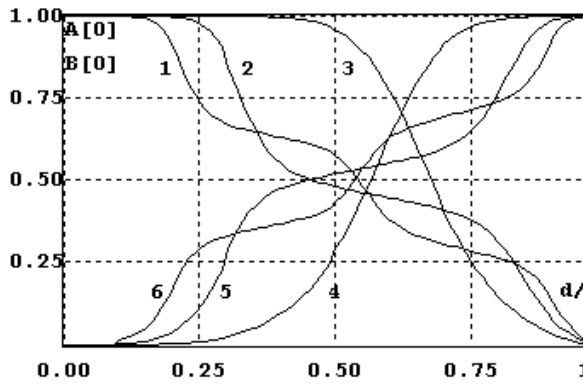


Рис. 2.1. Зависимость  $|A_0|$  и  $|B_0|$  от  $d/l$  для  $\kappa=1,2,3$ ;  $h/l=0$

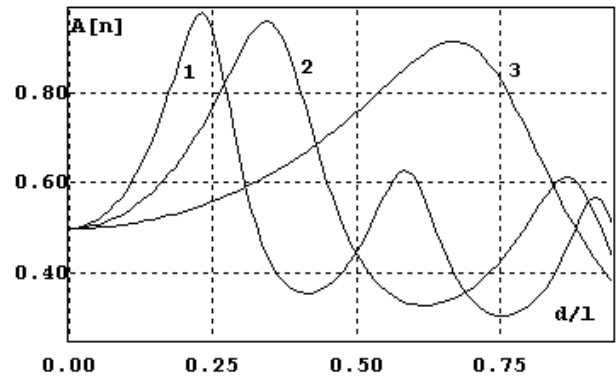


Рис. 2.4. Зависимость  $|A_n|$  от  $d/l$  для  $\kappa=1,2,3$ ;  $h/l=1/2, 1/4, 1/6$

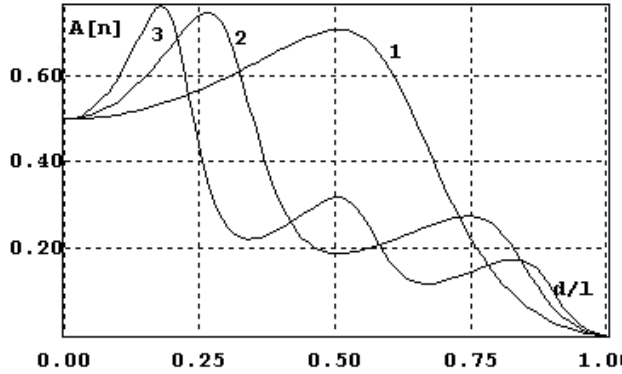


Рис. 2.2. Зависимость  $|A_n|$  от  $d/l$  для  $\kappa=1,2,3$ ;  $h/l=0$

На рис. 2.3 представлены зависимости  $|A_0|$  и  $|B_0|$  от коэффициента заполнения  $\theta=d/l$  для значений частотного параметра  $\kappa=1,2,3$ ; для объемной решетки при  $h/l=1/2, 1/4, 1/6$ , причем значения  $h/l$  соответствуют тому, что по высоте бруска решетки укладывается половина длины волны. Сравнение рис. 2.1 рис. 2.3 показывает, что при выбранных оптимальных параметрах решетки и первичного поля объемная решетка ведет себя подобно ленточной решетке. На рис. 2.4 показана зависимость  $|A_n|$  от  $d/l$  для  $\kappa=1,2,3$ ,  $h/l=1/2, 1/4, 1/6$ . По сравнению с ленточной решеткой наблюдается сдвиг глобального максимума для высших гармоник в сторону больших значений параметра  $\theta$ .

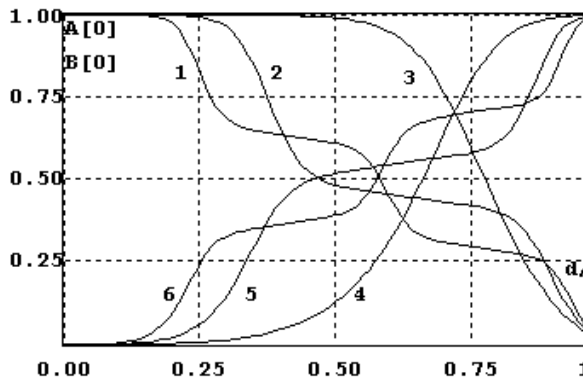


Рис. 2.3. Зависимость  $|A_0|$  и  $|B_0|$  от  $d/l$  для  $\kappa=1,2,3$ ;  $h/l=1/2, 1/4, 1/6$

В качестве примера на рис. 2.5 показана частотная зависимость коэффициента отражения  $|A_n|$  для основной (кривая 0) и первых высших ( $n=1,2$ ) гармоник (кривые 0, 1, 2 соответственно).

Имеют место как обычные резкие изломы кривых в точках скольжения гармоник, так и плавные осцилляции кривых, обусловленные влиянием парциальных волн в щелях решетки, которые представляют собой отрезки плоских волноводов.

Аналогичные зависимости для коэффициента прохождения  $|B_n|$  представлены на рис. 2.6.

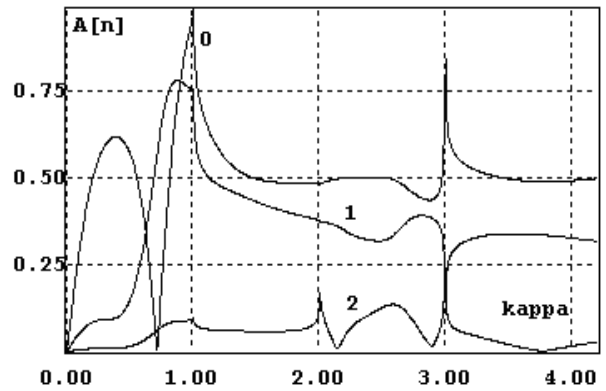


Рис. 2.5. Зависимость  $|A_n|$  от  $1/\lambda$  для  $\theta=0,5$ ,  $h/l=0,5$

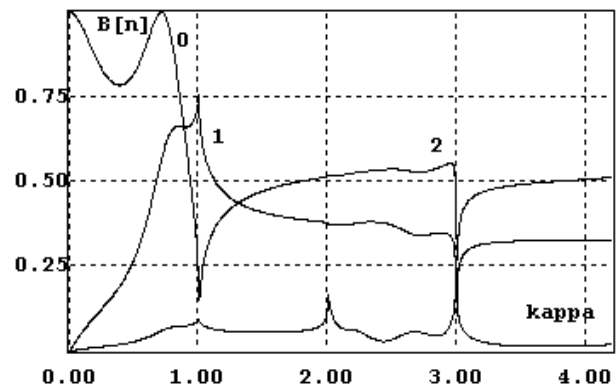


Рис. 2.6. Зависимость  $|B_n|$  от  $1/\lambda$  для  $\theta=0,5$ ,  $h/l=0,5$

### 2.2. Случай наклонного падения

В случае наклонного падения плоской Н-поляризованной волны на объемную решетку оптимальные значения коэффициента заполнения решетки  $\theta$  выберем по формуле [11]:

$$\theta = 1 - \frac{m}{2|n + \kappa \sin(\zeta)|}, \quad (2.2)$$

где  $m=1,2,\dots, m_k$  ( $n \in \mathbb{N} \setminus 0$ ).

На рис. 2.7 показана зависимость  $|A_0|$  и  $|B_0|$  от  $d/l$  для  $\zeta=\pi/6$ ,  $\kappa=2/3$ , 2 для ленточной решетки, т.е. при  $h=0$ . Оптимальные значения частотного параметра  $\kappa=2/3$  и 2 (точки скольжения первой отрицательной и первой положительной гармоник) определяются по формуле:

$$\kappa = \frac{|n|}{1 - \text{sign}(n) \sin(\zeta)}, \quad \text{где } n \in \mathbb{N} \setminus 0. \quad (2.3)$$

На рис. 2.8 представлена зависимость  $|A_n|$  от  $d/l$  для  $\kappa=2/3$  ( $n=-1, 1$ , кривые 1, 2 соответственно),  $\kappa=2$  ( $n=-1, 1, -3$ , кривые 3, 4, 5 соответственно).

Полученные графические результаты позволяют в значительной мере анализировать те физические явления, которые возникают при учете толщины решетки. Детальному анализу дифракционных свойств объемной решетки для двух поляризаций первичного поля будет посвящена отдельная работа.

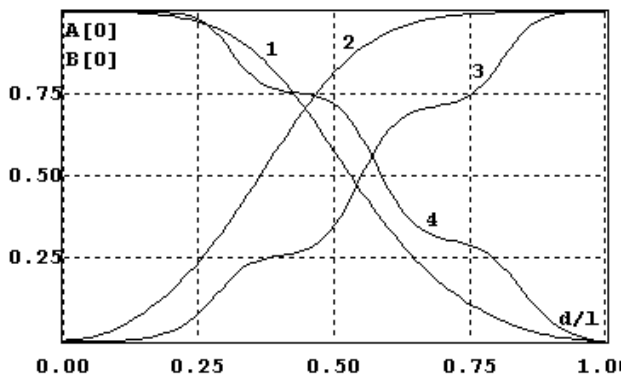


Рис. 2.7. Зависимость  $|A_0|$  и  $|B_0|$  от  $d/l$  для  $\kappa=2/3, 2$ ;  $h/l=0, \zeta=\pi/6$

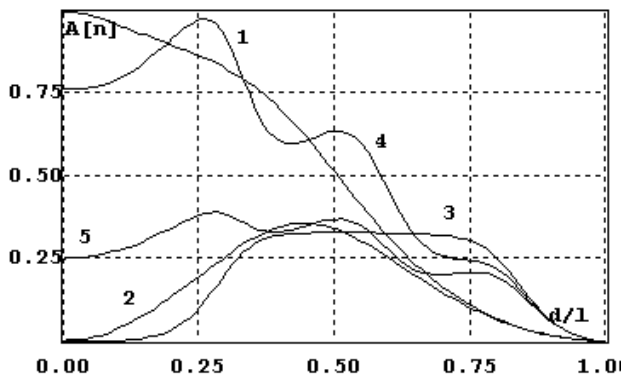


Рис. 2.8. Зависимость  $|A_n|$  от  $d/l$  для  $\kappa=2/3$  ( $n=-1, 1$ , кривые 1, 2),  $\kappa=2$  ( $n=-1, 1, -3$ , кривые 3, 4, 5);  $h/l=0, \zeta=\pi/6$

### 3. Эффект Малюжинца

Эффект полного прохождения (обнаруженного Г.Д. Малюжинцем в прошлом столетии как явление полного прохождения звуковой волны при конструировании декоративных покрытий) наблюдается и для случая Н-поляризованных волн при прохождении их через периодическую структуру [10].

Первым необходимым условием возникновения этого эффекта является  $\kappa < 0,5$ , что означает, что в прошедшем и отраженном спектрах присутствует только основная волна, а также в щелях решетки поддерживается одноволновый режим, т.е.  $C_0$  и  $D_0$  не равны нулю,  $q_0 = \text{Re}(q_0)$ ,  $q_m = \text{Im}(q_m)$  при  $m > 0$ .

В случае нулевого приближения полученная СЛАУ может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} A'_0 \gamma_0 - q_0 (C_0 - D_0 e^{iq_0 h}) \theta = 0; \\ A'_0 K_0 - \tau_0 i + 2C_0 + 2D_0 e^{q_0 h i} = 2iK_0 - \tau_0; \\ B_0 \gamma_0 - q_0 (C_0 e^{q_0 h i} - D_0) \theta = 0; \\ B_0 K_0 - \tau_0 i - 2C_0 e^{iq_0 h} - 2D_0 = 0. \end{cases} \quad (3.1)$$

Так как в длинноволновом приближении  $\kappa \ll 1$ , то справедлив следующий предел:

$$K_1(\tau_0) = K_1(-\tau_0) = \lim_{\kappa \rightarrow 0} \frac{-2i \sin \pi \sin \zeta \kappa \theta}{\pi \sin \zeta \kappa \theta}.$$

Тогда система (3.1) принимает вид:

$$\begin{cases} A'_0 \gamma_0 - q_0 (C_0 - D_0 e^{iq_0 h}) \theta = 0; \\ A'_0 + C_0 + D_0 e^{iq_0 h} = 2; \\ B_0 \gamma_0 - q_0 (C_0 e^{iq_0 h} - D_0) \theta = 0; \\ B_0 - C_0 e^{iq_0 h} - D_0 = 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

Решение СЛАУ (3.2) относительно неизвестных  $A'_0, B_0, C_0, D_0$  имеет вид:

$$\begin{aligned} A'_0 = & iq_0 \theta K_0 - \tau_0 - q_0 \theta e^{2iq_0 h} - \gamma_0 - \theta q_0 - e^{2iq_0 h} \gamma_0 / \\ & / q_0^2 \theta^2 e^{2iq_0 h} - \gamma_0^2 - 2\gamma_0 q_0 \theta - q_0^2 \theta^2 + e^{2iq_0 h} \gamma_0^2 - \\ & - 2e^{2iq_0 h} \gamma_0 q_0 \theta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_0 &= -2i\gamma_0 e^{iq_0 h} K_0 - \tau_0 q_0 \theta / \\
 &/ q_0^2 \theta^2 e^{2iq_0 h} - \gamma_0^2 - 2\gamma_0 q_0 \theta - q_0^2 \theta^2 + e^{2iq_0 h} \gamma_0^2 - \\
 &\quad - 2e^{2iq_0 h} \gamma_0 q_0 \theta ; \\
 C_0 &= -iK_0 - \tau_0 \gamma_0 \gamma_0 + \theta q_0 / \\
 &/ q_0^2 \theta^2 e^{2iq_0 h} - \gamma_0^2 - 2\gamma_0 q_0 \theta - q_0^2 \theta^2 + e^{2iq_0 h} \gamma_0^2 - \\
 &\quad - 2e^{2iq_0 h} \gamma_0 q_0 \theta ; \\
 D_0 &= -iK_0 - \tau_0 e^{iq_0 h} \gamma_0 - \gamma_0 + \theta q_0 / \\
 &/ q_0^2 \theta^2 e^{2iq_0 h} - \gamma_0^2 - 2\gamma_0 q_0 \theta - q_0^2 \theta^2 + e^{2iq_0 h} \gamma_0^2 - \\
 &\quad - 2e^{2iq_0 h} \gamma_0 q_0 \theta .
 \end{aligned}$$

При выполнении условия

$$\gamma_0 = \theta q_0 \tag{3.3}$$

решение СЛАУ (3.2) будет иметь вид:

$$A'_0 = 1, B_0 = e^{iq_0 h}, C_0 = 1, D_0 = 0 .$$

Учитывая, что амплитуда основной отраженной волны определяется как  $A_0 = 1 - A'_0 [= 0]$ , то отраженное поле равно нулю, тогда как амплитуда прошедшей нулевой волны:  $B_0 = 1$ , а фаза  $\phi = q_0 h = 2\pi \theta h / \lambda$ .

Условие (3.3) эквивалентно:

$$\theta = \cos(\zeta) . \tag{3.4}$$

Это условие является еще одним необходимым условием возникновения эффекта Малюжинца.

Отметим, что в условия для полного прохождения Н-поляризованной волны через решетку из брусьев не входит ни высота структуры, ни частота падающей волны, за исключением условия  $\kappa \ll 1$ .

На рис. 3.1 представлен график зависимости прошедшей волны от угла  $\zeta$  для  $\theta = 0,08, \kappa = 0,1$ .

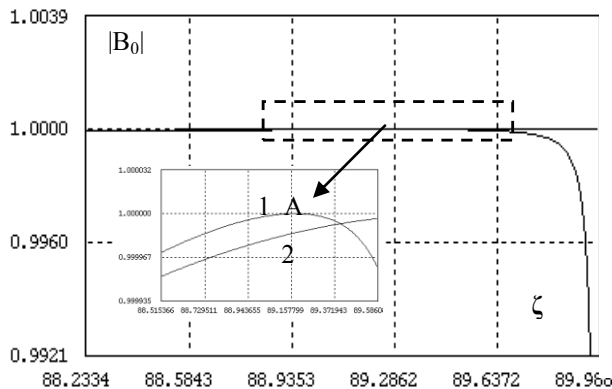


Рис. 3.1. Зависимости  $|B_0|$  от угла падения  $\zeta$ , полученные при помощи ММФ (1-й график) и АМШ (2-й график)

В точке  $\zeta \approx \arccos(\theta) = 86,1$  наблюдается указанный эффект, который выражен на 1-м графике (точка «А»), рассчитанном при помощи ММФ и отсутствует на 2-м, полученном методом АМШ [3]. По этой же причине амплитуда прошедшего поля стремится к нулю, поскольку при параллельном относительно плоскости решетки  $\zeta \rightarrow \frac{\pi}{2}$  распространении электромагнитной волны (скользящий режим) отсутствует явление дифракции, тогда как на втором графике такого стремления нет.

Знак приближенного равенства обусловлен учетом высших гармоник.

Особенно ярко проявляется эффект Малюжинца тогда, когда  $\zeta_{ск} - \arccos(\theta) \rightarrow 0 + \delta$ , где  $\delta$  – положительная малая величина,  $\zeta_{ск}$  – угол, при котором возникает первая высшая, -1-я, гармоника.

В этом случае возникающая новая отраженная волна отбирает часть энергии прошедшей основной волны, в результате чего резко падает амплитуда прошедшей волны, что на графике видно как яркий всплеск левее  $\zeta_{ск}$ , при  $\kappa = 0,71, \theta = 0,6, h/l = 8, \zeta_{ск} = 24,1$  (см. рис. 3.2 – 3.3).

Возникающие новые объемные волны отбирают часть энергии у прошедшей волны, в результате чего происходит срыв эффекта Малюжинца при  $\kappa > 0,5$ .

Подобная ситуация представлена на рис. 3.4, где угол падения подобран таким образом, что  $\zeta \approx \arccos(\theta)$ , поэтому амплитуда прошедшей основной волны на левой части графика, до точки скольжения, значительно выше, чем после точки возникновения новой объемной волны.

Для параметров, представленных на графике  $\theta = 0,2, h/l = 7, \zeta = 75^\circ$ , значение для -1-й гармоники  $\kappa_{ск} = 0,508$ .

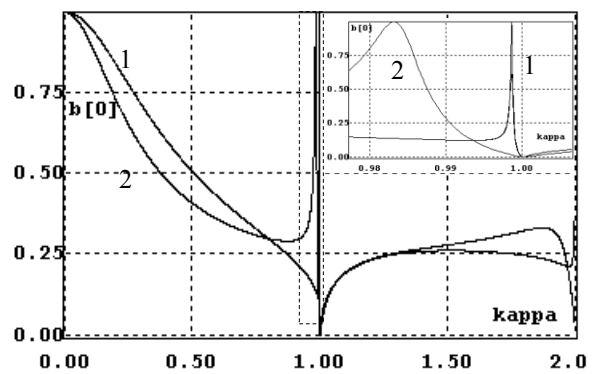


Рис. 3.2. Резонансный характер зависимости  $|B_0|$  от угла падения  $\zeta$  при  $\theta = 0,2, h/l = 0,05, 0,25$ ; кривые 1, 2 соответственно

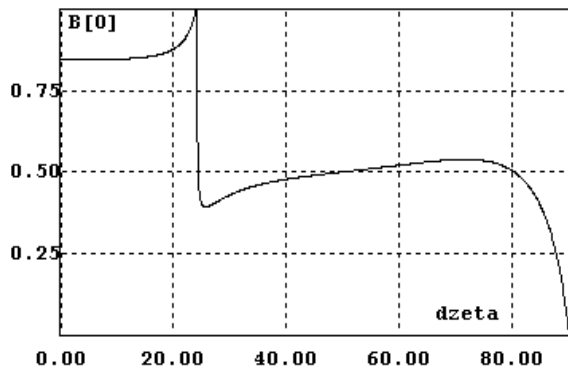


Рис. 3.3. Зависимость  $|B_0|$  от угла падения при  $\kappa = 0,71, \theta = 0,6, h/l = 8$

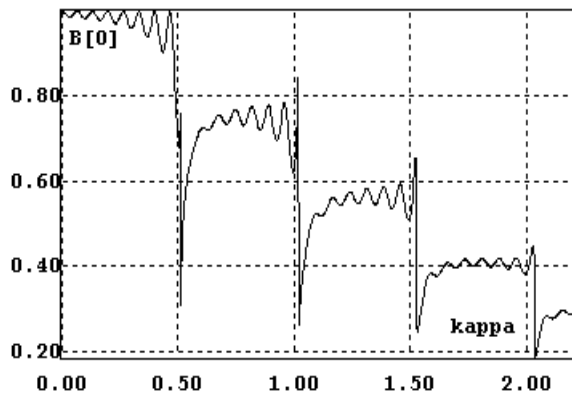


Рис. 3.4. Зависимость амплитуды  $|B_0|$  от  $\kappa$  при  $\theta = 0,2, h/l = 7, \zeta = 75^\circ$

Смещение максимума на графике, представленном на рис. 3.5, относительно расчетного угла, а также небольшие осцилляции, представленные на рис. 3.4, объясняются тем, что при доказательстве условия возникновения эффекта Малюжинца учитывалось только нулевое приближение ( $n = 0, m = 0$ ).

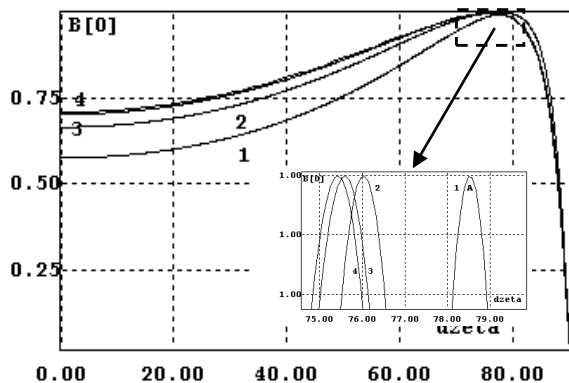


Рис. 3.5. Смещение угла полного прохождения для  $\kappa = 0,2, h/l = 7, \theta = 0,2$  при увеличении числа высших гармоник в системе: 0 – кривая 1, 1 – кривая 2, 5 – кривая 3, 20 – кривая 4

В случае учета большего числа гармоник, которые также имеют ненулевую амплитуду, максимум

$|B_0|$  присутствует, но несколько сдвинут относительно расчетного угла.

На рис. 3.5 показано смещение угла полного прохождения в случае увеличения размерности системы для

$$\kappa = 0,2, h/l = 7, \theta = 0,2.$$

Максимум первого графика, полученного без учета высших гармоник, точно соответствует соотношению (3.4) и отмечен символом «А».

#### 4. Резонансное прохождение волн

Рассмотрим более детально выражение для  $|B_0|$  как решение редуцированной СЛАУ (3.2):

$$B_0 = -2i\gamma_0 e^{iq_0 h} K_0 - \tau_0 q_0 \theta / \\ / q_0^2 \theta^2 e^{2iq_0 h} - \gamma_0^2 - 2\gamma_0 q_0 \theta - q_0^2 \theta^2 + e^{2iq_0 h} \gamma_0^2 - \\ - 2e^{2iq_0 h} \gamma_0 q_0 \theta.$$

Исследуем периодичность указанного решения по  $h$ . Для этого представим отдельно реальную и мнимую части:

$$B_0^r = -4\theta^2 q_0^2 \cos q_0 h \gamma_0^2 / \\ / \gamma_0^4 \cos^2 q_0 h - 2\gamma_0^2 \cos q_0 h^2 q_0^2 \theta^2 + \\ + q_0^4 \theta^4 \cos q_0 h^2 - 2\gamma_0^2 q_0^2 \theta^2 - \gamma_0^4 - q_0^4 \theta^4 ;$$

$$B_0^i = 2 q_0^2 \theta^2 + \gamma_0^2 \gamma_0 \theta q_0 \sin q_0 h / \\ / \gamma_0^4 \cos q_0 h^2 - 2\gamma_0^2 \cos q_0 h^2 q_0^2 \theta^2 + \\ + q_0^4 \theta^4 \cos q_0 h^2 - 2\gamma_0^2 q_0^2 \theta^2 - \gamma_0^4 - q_0^4 \theta^4 ,$$

тогда  $|B_0|$ :

$$|B_0| = \sqrt{4\gamma_0^2 q_0^2 \theta^2 / \\ / \sqrt{\gamma_0^4 \cos^2 q_0 h^2 - 2\gamma_0^2 \cos q_0 h^2 q_0^2 \theta^2 + \\ + q_0^4 \theta^4 \cos q_0 h^2 - 2\gamma_0^2 q_0^2 \theta^2 - \gamma_0^4 - q_0^4 \theta^4}}.$$

А, значит,

$$\text{numer} \left( \frac{d|B_0|}{dh} \right) = \\ = -2\gamma_0^2 q_0^3 \theta^2 \cos q_0 h \sin q_0 h \times \\ \times \gamma_0^4 - 2\gamma_0^2 q_0^2 \theta^2 + q_0^4 \theta^4 ,$$

$$\begin{aligned} \text{demon} \left( \frac{d|B_0|}{dh} \right) &= \gamma_0 q_0 \theta - 2 \gamma_0^2 \cos q_0 h^2 q_0^2 \theta^2 + \\ &+ \gamma_0^4 \cos q_0 h^2 + q_0^4 \theta^4 \cos q_0 h^2 - 2 \gamma_0^2 q_0^2 \theta^2 - \\ &- \gamma_0^4 - q_0^4 \theta^4 \left( \frac{3}{2} \right), \end{aligned}$$

где numer и denom – числитель и знаменатель  $\frac{d|B_0|}{dh}$  соответственно.

Поскольку функция

$$|B_0(h)|, \quad h \geq 0$$

не терпит разрывов, то ее знаменатель не обращается в нуль, а, значит,

$$\text{denom} \left( \frac{d|B_0|}{dh} \right) \neq 0, \quad h > 0.$$

Тогда для функции  $|B_0(h)|$  экстремумы находятся в точках, удовлетворяющих условию  $\sin 2q_0 h = 0$  или

$$h = \frac{n}{4\kappa}, \quad n \in \mathbb{N} \setminus 0, \quad \kappa > 0. \quad (4.1)$$

Подставляя  $h$  для четных и нечетных  $n$  из (4.1) в выражение для  $|B_0(h)|$ , убеждаемся (см. рис. 4.1-4.2), что:

- в случае, если  $n = 2k, k = 1, 2, \dots$  наблюдается максимум  $|B_0(h)| = 1$ ,
- в случае, если  $n = 2k + 1, k = 0, 1, 2, \dots$  наблюдается минимум  $|B_0(h)|$ .

Увеличение  $|B_0(h)|$  при увеличении угла  $\zeta$  на рис. 4.2 может быть объяснено тем, что  $\zeta$  стремится к углу полного прохождения.

В соотношении (4.1) не входят такие параметры, как угол падения  $\zeta$  и относительная ширина щели  $\theta$ , поэтому максимумы и минимумы  $|B_0(h)|$  остаются неизменными на обоих графиках.

Таким образом, в режиме основных волн (нулевое приближение) существуют такие решетки, когда основная волна полностью проходит через структуру, практически независимо от угла падения и, соответственно, отсутствует отраженное поле в верхнем полупространстве.

При учете высших гармоник точки максимума сместятся, что и представлено на рис. 4.3.

### Выводы

В работе проведено компьютерное моделирование дифракции электромагнитных волн на решетке из идеально проводящих брусьев прямоугольного

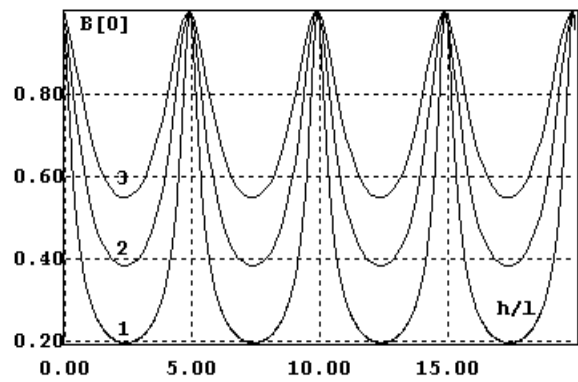


Рис. 4.1. Зависимость  $|B_0|$  от  $h$  для случаев:

- 1 –  $\theta = 0,1; \kappa = 0,1; \zeta = 0$ ;
- 2 –  $\theta = 0,2; \kappa = 0,1; \zeta = 0$ ;
- 3 –  $\theta = 0,3; \kappa = 0,1; \zeta = 0$

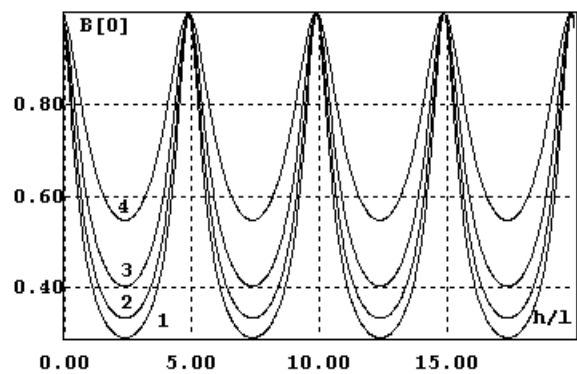


Рис. 4.2. Зависимость  $|B_0|$  от  $h$  для случаев:

- 1 –  $\theta = 0,15; \kappa = 0,1; \zeta = \pi/3$ ;
- 2 –  $\theta = 0,15; \kappa = 0,1; \zeta = \pi/4$ ;
- 3 –  $\theta = 0,15; \kappa = 0,1; \zeta = \pi/6$ ;
- 4 –  $\theta = 0,15; \kappa = 0,1; \zeta = 0$

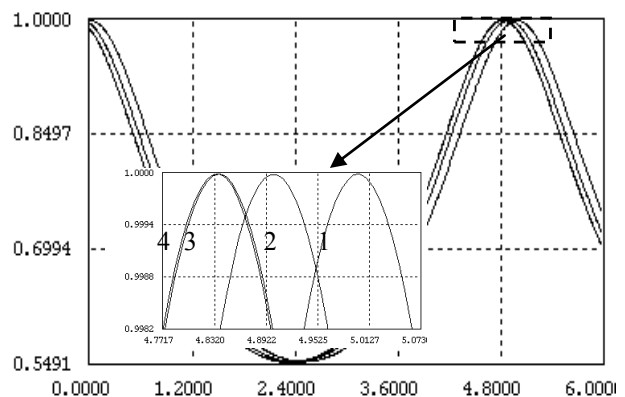


Рис. 4.3. Смещение максимума  $|B_0(h)|$  при  $\kappa = 0,1$ ;

- $\zeta = 0; \theta = 0,2$  при увеличении числа высших гармоник в системе: 0– кривая 1, 1–кривая 2, 5–кривая 3, 20–кривая 4

поперечного сечения для случая Н-поляризации падающей волны. При этом основным тезисом исследования служит положение о том, что в строгой

математической теории дифракции волн на планарных периодических структурах ключевой (базовой) моделью структуры является решетка из идеально проводящих брусьев прямоугольного поперечного сечения, а не ленточная решетка, как это утверждается до сих пор.

Проведено аналитическое исследование эффекта Малюжинца и резонансного прохождения Н-поляризованных электромагнитных волн через объемную решетку из идеально проводящих брусьев прямоугольного поперечного сечения.

Дано решение проблемы предельного перехода от объемной решетки к решетке из идеально проводящих бесконечно тонких лент в задачах дифракции электромагнитных волн на периодических структурах.

Весь процесс (алгоритм) получения и решения СЛАУ автоматизирован и реализован в системе Maple 10. Входными данными для реализованного алгоритма является исходная математическая модель. Результатом символьных преобразований алгоритма являются прямые и обратные формулы связи, из которых формируется неоднородная СЛАУ. Система считается оптимизированным по быстродействию методом Гаусса с выбором ведущего элемента.

### Список литературы

1. Жолткевич Г.Н. Компьютерное моделирование дифракции электромагнитных волн на решетке из идеально проводящих брусьев прямоугольного поперечного сечения (случай E-поляризации) / Г.Н. Жолткевич, В.В. Хорошун, В.Б. Хохольков // Вестник ХГУ. Серия «Мат. Модел. Информ. технологии. Автомат. сист. управления». – Х.: ХНУ, 2008. – №527. – С. 121-133.

2. Бейтмен Г. Высшие трансцендентные функции / Г. Бейтмен, А. Эрдейн. – М.: Наука, 1971. – 200 с.

3. Агранович З.С. Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках / З.С. Агранович, В.А. Марченко, В.П. Шестопалов // ЖТФ. – 1962. – Т.32, №4. – С. 381-394.

4. Шестопалов В.П. Дифракция волн на решетках / В.П. Шестопалов, Л.Н. Литвиненко, С.А. Масалов, В.Г. Сологуб. – Х.: Изд-во Харьк. ун-та, 1973. – 287 с.

5. Шестопалов В.П. Резонансное рассеяние волн. Т.1. Дифракционные решетки / В.П. Шестопалов, А.А. Кириленко, С.А. Масалов, Ю.К. Суренко. – К.: Наукова думка, 1986. – 232 с.

6. *Electromagnetic theory of gratings* / Ed. by R. Petit. – N.Y.: Springer, 1980. – 284 p.

7. *Stroke G.W. Diffraction gratings* / G.W. Stroke // *In.: Handbuch der Physik.* – Berlin: Springer, 1967. – Bd.29. – P. 426-754.

8. *Hutley N.S. Diffraction gratings* / N.S. Hutley. – N.Y.: Springer, 1982. – 320 p.

9. *Wilcox C.N. Scattering theory for diffraction gratings* / C.N. Wilcox. – N.Y.: Springer, 1984. – 315 p.

10. Вербицкий И.Л. О существовании угла полного прохождения плоской волны через решетку из брусьев / И.Л. Вербицкий // Письма в Журн. Техн. Физики. – 1976. – Т.2, Вып. 2. – С. 73-75.

11. Хорошун В.В. Оптимизация спектральных характеристик решеток ленточного типа / В.В. Хорошун // Радиотехника. – 1990. – №2. – С. 79-81.

Поступила в редколлегию 3.08.2009

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Л.С. Сорока, Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Харьков.

### КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИФРАКЦІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА ГРАТКАХ ІЗ ІДЕАЛЬНО ПРОВІДНИХ БРУСІВ ПРЯМОКУТНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕТИНУ (ВИПАДОК Н-ПОЛЯРИЗАЦІЇ)

Г.М. Жолткевич, В.В. Хорошун, В.Б. Хохольков

Дана робота є продовженням роботи [1] та присвячена комп'ютерному моделюванню дифракції поляризованих хвиль на решітці із ідеально провідних брусів прямокутного поперечного перетину. При цьому основним тезисом дослідження є положення про те, що в строгій математичній теорії дифракції хвиль на планарних періодичних структурах ключовою (базовою) моделлю структури є решітка із ідеально провідних брусів прямокутного поперечного перетину, а не стрічкова решітка, як це стверджувалось раніше.

**Ключеві слова:** дифракція, дифракційна решітка, комп'ютерне моделювання, поляризація, резонансне проходження хвиль.

### COMPUTER MODELING OF DIFFRACTION OF ELECTRO MAGNETIC WAVES ON A GRATE MADE OF PERFECTLY CONDUCTING BARS RECTANGULAR IN SECTION (H-POLARIZED CASE)

G.M. Zholtkevych, V.V. Khoroshun, V.B. Khokholkov

This paper is a continuation of work [1] and it is devoted to computer modeling of diffraction of H-polarized electro magnetic waves on a grate made of perfectly conducting bars rectangular in section. The main thesis of this research is the statement that the key (base) model of the structure in rigorous mathematical theory is a grate made of perfectly conducting bars rectangular in section and not a grate made of strips that was stated until now.

**Keywords:** diffraction, diffraction grate, computer modeling, polarization, resonance propagation of waves.