

УДК 621.317:629.197.7

А.А. Моргун

ГП «Центральный научно-исследовательский институт навигации и управления», Киев

## МЕТОД ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

*Исследованы особенности баллистико-навигационного обеспечения управления КА. Разработан метод оценивания параметров движения космических аппаратов для наземных контуров однопунктного управления.*

**Ключевые слова:** метод, баллистико-навигационное управление, параметры движения.

### Введение

Одним из перспективных направлений исследований, в рамках Национальной космической программы Украины, является создание и модернизация наземного автоматизированного комплекса управления космическими аппаратами (КА) различного назначения, реализующего (одно-) малопунктную технологию управления. В рамках этих исследований, особое внимание уделяется вопросам разработки методического и программно-алгоритмического обеспечения процессов планирования и управления КА. Данный вопрос связан в первую очередь с решением задач баллистико-навигационного обеспечения (БНО) функционирования космических аппаратов, что является частным случаем теории наблюдения динамических систем. При этом процесс определения вектора состояния, образованного параметрами движения космического аппарата (КА), представляет собой один из базовых показателей БНО КА. Поэтому для создания перспективных орбитальных систем актуально провести анализ этой теории.

Поэтому **целью данной статьи** является метод оценки параметров движения космического аппарата в условиях построения однопунктной системы управления.

### Изложение основного материала

Для построения перспективных орбитальных систем, использующих одно-, малопунктные технологии управления космическими аппаратами (КА), особо важное значение отводится баллистико-навигационному обеспечению с оценкой параметров движения этих аппаратов. Существующие методы оценивания параметров движения в основном рассчитаны на использование многопунктных технологий управления КА. В то же время для создания национальных орбитальных систем, когда для орбит выше 200 км Украина для процесса управления КА практически представляет

“один пункт”, актуальным становится получение экстремальных значений оценки параметров движения КА.

В общем случае задача статистического оценивания сводится к определению вектора оценок модели движения КА  $\hat{x}_k \in \hat{X}^m$  по результатам векторных наблюдений  $\{Z\}$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ , где

$$x_k = \Phi_{k/o} x_0 + \sum_{i=1}^k \Phi_{k/i} \Gamma_{i/i-1} W_{i-1},$$

где  $\Phi_{k/o}$  – матрица изохронных производных;  $W_{i-1}$  – известные возмущающие факторы;  $\Gamma_{i/i-1}$  – матрица влияния среды;  $Z_i \in Z^p$ ,  $Z^p$  –  $p$ -мерное пространство наблюдений;  $n$  – число векторных наблюдений.

При этом пространственная оценка должна обеспечивать экспериментальное значение некоторого показателя качества

$$\hat{x}_k = \arg \min Y(x, z), \quad (1)$$

где  $x$  – истинное значение оцениваемого параметра из пространства  $x^m$ .

Таким образом, задача состоит в построении оценки, обеспечивающей экспериментальное значение показателя качества в пространствах  $X^m \cup \hat{X}^m$  или  $Z^p \cup \hat{Z}^p$ .

Известно, что в случае полной статистической определенности обработки информации осуществляется на основе оптимальных методов оценивания, строго согласованных с вероятностными характеристиками исходных данных. Примерами оптимальных алгоритмов могут служить вычислительные схемы, основанные на баллистических методах оценивания, методе наименьших квадратов (МНК) и т.п. [1 – 3].

Будем различать методы оценивания, основанные на совместной и последовательной обработке измерительной информации.

В случае наблюдения детерминированных траекторий и при выполнении известных условий регулярности наибольшую точность решения задачи

оценивания вектора состояния в смысле минимума дисперсии оценки обеспечивает метод максимального правдоподобия (ММП) [4].

Идея метода состоит в отыскании оценки, обеспечивающей максимум величины функции правдоподобия, представляющей собой условную плотность распределения погрешностей измерений. При этом дисперсия построенной оценки достигает минимальной величины, определяемой неравенством Рао-Крамера.

Для нормального закона распределения погрешностей измерений ММП сводится к методу наименьших квадратов, основанному на минимизации (1) квадратичного функционала

$$Y_w(\hat{x}_0, Z) = E\{(Z - A\hat{x}_0)^T W(Z - A\hat{x}_0)\}, \quad (2)$$

где  $A = \int_t^{t_0} H(v)\Phi(v, t)dv$  – матрица, она формируется

на основе матриц градиентных  $H(t)$  и изохронных  $\Phi(t, t_0)$  производных;  $W$  – весовая матрица представляющая собой произвольное линейное преобразование пространства измерений  $Z^p$ .

Решение указанной минимизационной задачи приводит к оценки вида

$$\hat{x} = S_w Z, S_w = (A^T W A)^{-1} A^T W, \quad (3)$$

где  $S_w$  – оператор МНК-фильтра.

При этом корреляционная матрица оценки по МНК определяется соотношением

$$\text{cov } \hat{x} = S_w R, S_w = (A^T W A)^{-1}. \quad (4)$$

Согласно теореме Гаусса [5] МНК, обеспечивает получение оценки с минимальной дисперсией в классе всех линейных не смещенных оценок при  $W = R^{-1}$ , где  $R$  – корреляционная матрица погрешностей измерений. В случае Гауссовского распределения погрешностей измерений. Указанная оптимальность распространяется на класс всех не смещенных оценок.

В простейшей ситуации, когда погрешности измерений  $v_k$  являются независимыми, матрица  $W = W_0$  имеет диагональный вид

$$W_0 = R_0^{-1} = \text{diag}\{\sigma_1^{-2}, \dots, \sigma_n^{-2}\}, \quad (5)$$

что позволяет осуществлять последовательное суммирование при реализации практического алгоритма МНК

$$\hat{x}_k = \left[ \sum_{i=1}^k \Phi_{i/i-1}^T H_i^T R_i^{-1} H_i \Phi_{i/i-1} \right]^{-1} \times \sum_{i=1}^k \Phi_{i/i-1} H_i^T R_i^{-1} Z_i. \quad (6)$$

В краевой задаче определения детерминированной траектории КА. В приведенном матрица

$\Phi_i = \Phi_{i/0}$  представляет собой переходную матрицу и обеспечивает перерасчет вектора состояния на момент времени, в соответствующей началу мерного интервала.

Таким образом, групповой алгоритм МНК осуществляет накопление данных, полученных в результате наблюдения движения КА в зоне видимости измерительного пункта (ИП). Зона видимости определяется угловым сектором обзора, формируемым системой антенн и объективов, взаимоположением измерительных средств и КА, условиями освещенности (для оптических средств) и другими факторами. Окончательный результат оценивания состоит в определении результирующей поправки к оценки вектора параметров траектории  $\hat{x}_0$  в момент времени  $t = t_0$ . При этом в обработку поступают все группы измерений полученных в процессе слежения за КА, возможно от разных измерительных средств. Процесс корреляции как правило, осуществляется итерационно, с последовательным уточнением начальных условий после каждой итерации. Возникновение итерационной схемы обусловлено необходимостью уменьшения уровня ошибок возникающих в результате линеаризации в модели наблюдений [3, 6].

Заметим, что формирование МНК оценок в существенной степени зависит от условий наблюдаемости КА. Простейшим критерием наблюдаемости вектора параметров может служить равенство ранга матрицы наблюдений  $A$  размерности ( $\dim$ ) вектора состояния

$$\dim\{Z\} \geq \dim\{x\} = \text{rang}\{A\}. \quad (7)$$

Недостатком групповой обработки измерений является большой объем вычислений, связанный с обращением матрицы наблюдаемости  $A^T W A$ . Кроме того, совместная обработка данных, осуществляемая после накопления всей совокупности измерений, существенно снижает оперативность процесса наблюдения. В связи с этим в ряде практически важных случаев, связанных с повышенными требованиями к оперативности выработки решений (например, в случае однопунктной технологии управления КА), переходят к последовательным методам обработки. При этом оценка вектора состояния вырабатывается по мере поступления измерений, что обеспечивает существенное повышение оперативности всего комплекса обработки. Известно, что оптимальный алгоритм оценивания параметров стационарного процесса в классе линейных оценок реализуется фильтром Винера-Колмогорова [7], который в непрерывном случае имеет вид

$$\hat{x}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(t, \tau) Z(t - \tau) d\tau, \quad (8)$$

где весовая матрица  $A(t, \tau)$  определяется, как решение уравнения

$$\int_{-\infty}^{+\infty} A(t, \tau) K_Z(\tau, v) d\tau = K_{xZ}(t, v);$$

$$K_Z(\tau, v) = E\{Z(\tau)Z^T(v)\}; \quad (9)$$

$$K_{xZ}(t; v) = E\{x(t)Z^T(v)\}.$$

Заметим, что решение уравнения (9), представляющее собой интегрированное уравнение Фредгольма 1 рода, является сложной, в общем случае некорректной задачей и существенно усложняет вычислительную схему алгоритма фильтрации. В связи с этим в [8], на основе специально разработанной концепции пространства состояния, был разработан последовательный алгоритм фильтрации, позволяющий определять оптимальный коэффициент передачи из дифференциального или разностного уравнения второго порядка. Соответствующая вычислительная схема, получившая наименование фильтр Калмана, для дискретного времени имеет вид

$$\hat{x}_{k+1} = \Phi_{k+1/k} \hat{x}_k + B_{k+1} (Z_{k+1} - H_{k+1} \Phi_{k+1/k} \hat{x}_k); \quad (10)$$

$$B_{k+1} = P_{k+1} H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1}; \quad (11)$$

$$P_{k+1/k} = \Phi_{k+1/k} P_k \Phi_{k+1/k}^T + \Gamma_{k+1/k} Q_k \Gamma_{k+1/k}^T; \quad (12)$$

$$P_{k+1} = P_{k+1/k} - P_{k+1/k} H_k^T \left[ H_k P_{k+1/k} H_k^T + R_k \right]^{-1} H_k P_{k+1/k}; \quad (13)$$

где  $B_{k+1}$  – матричный коэффициент передачи;  $P_{k+1/k}$ ,  $P_k$  – прогнозируемая и расчетная корреляционные матрицы ошибок фильтрации на  $(K + 1)$ -м шаге.

В ряде случаев вместо выражений (11)÷(13) используют тождественные им соотношения:

$$B_{k+1} = \Phi_{k+1/k} P_k H_k^T (H_k P_k H_k^T + R_k)^{-1}; \quad (14)$$

$$P_{k+1} = (\Phi_{k+1/k} - B_{k+1} H_k) P_k \Phi_{k+1/k}^T - \Gamma_{k+1/k} Q_k \Gamma_{k+1/k}^T. \quad (15)$$

В фильтре Калмана используются те же допущения о линейности, независимости и стационарности исходных данных, что и в МНК. Однако процедура фильтра Калмана обладает особенностями, связанными с байесовым подходом, когда оцениваемые величины сами являются реализациями случайных величин.

## Выводы

В результате изложения проведены исследования особенностей построения баллистико-навигационного обеспечения и разработан метод оценивания параметров движения летательных аппаратов в космическом пространстве для наземных командно-измерительных средств однопунктного управления космическими аппаратами.

## Список литературы

1. Бахшиян Б.Ц. Определение и коррекция движения / Б.Ц. Бахшиян, Р.Р. Назиров, П.Е. Эльясберг. – М.: Наука, 1980. – 360 с.
2. Космические траекторные измерения / Под ред. П.А. Агаджанова, В.Е. Дулевича, А.А. Коростелева. – М.: Советское радио, 1969. – 499 с.
3. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений / Б.Ф. Жданюк. – М.: Советское радио, 1978. – 384 с.
4. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений / Ю.В. Линник. – М.: Физматгиз, 1958. – 349 с.
5. Мудров В.И. Методы обработки измерений / В.И. Мудров, В.Л. Кушко. – М.: Советское радио, 1976. – 192 с.
6. Мельников Б.Г. Методы и алгоритмы фильтрации измерений / Б.Г. Мельников, А.А. Мусаев. – МО СССР, 1988. – 55 с.
7. Казаков И.Е. Статистическая теория систем управления в пространстве состояний / И.Е. Казаков. – М.: Наука, 1975. – 432 с.
8. Мусаев А.А. Устойчивые методы определения движения / А.А. Мусаев. – МО СССР, 1990. – 172 с.

Поступила в редколлегию 7.12.2009

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. С.В. Козелков, ГП «Центральный научно-исследовательский институт навигации и управления», Киев.

## МЕТОД ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ РУХУ КОСМІЧНОГО АПАРАТУ

О.А. Моргун

*Досліджені особливості баллистико-навігаційного забезпечення управління КА. Розроблений метод оцінювання параметрів руху космічних апаратів для наземних контурів однопунктного управління.*

**Ключові слова:** метод, баллистико-навігаційне управління, параметри руху.

## METHOD OF ESTIMATION OF PARAMETERS OF SPACE VEHICLE MOTION

A.A. Morgun

*The features of the ballistics-navigation providing of management are explored space vehicle. The method of evaluation of parameters of motion of vehicles of spaces is developed for the surface contours of onepoint management.*

**Keywords:** method, ballistics-navigation management, parameters of motion.