

УДК 621.396.253

А.А. Смирнов

Кировоградский национальный технический университет, Кировоград

## ИССЛЕДОВАНИЕ АБОНЕНТСКОЙ ЕМКОСТИ И ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ РАДИОКАНАЛОВ УПРАВЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ С МНОГОУРОВНЕВОЙ ФУНКЦИЕЙ КОРРЕЛЯЦИИ

*Рассматриваются методы качественного совершенствования радиосистем управления со множественным доступом, исследуется проблема формирования большого числа структур слабокоррелированных дискретных последовательностей. Приводятся результаты исследований абонентской емкости и помехоустойчивости радиоканалов управления с использованием дискретных сигналов с многоуровневой функцией корреляции. Показано, что применение сформированных дискретных сигналов позволяет без значительного снижения помехоустойчивости радиоканалов управления существенно повысить абонентскую емкость системы связи и обеспечить множественный доступ абонентов информационного обмена.*

**Ключевые слова:** ансамбли дискретных сигналов, радиосистемы управления с множественным доступом

### Постановка проблемы в общем виде и анализ литературы

Качественное совершенствование радиосистем управления со множественным доступом сопряжено с решением задач формирования большого числа структур слабокоррелированных дискретных последовательностей [1 – 4].

Одним из перспективных направлений в этом смысле является алгебраический подход к построению дискретных сигналов с многоуровневой функцией корреляции, который предложен в работах [5 – 7]. Он основан на использовании развитого математического аппарата теории конечных полей и, в частности, теории колец многочленов, что позволяет связать корреляционные свойства формируемых последовательностей с групповыми и структурными свойствами кодовых последовательностей [5 – 7]. Использование больших ансамблей формируемых дискретных сигналов позволит существенно повысить абонентскую емкость радиосистем управления с кодовым разделением каналов.

В данной работе приводятся результаты исследований абонентской емкости и помехоустойчивости радиоканалов управления с использованием дискретных сигналов с многоуровневой функцией корреляции. Показано, что применение сформированных дискретных сигналов позволяет без значительного снижения помехоустойчивости радиоканалов управления существенно повысить абонентскую емкость системы связи и обеспечить множественный доступ абонентов информационного обмена.

### Дискретные сигналы с многоуровневой функцией корреляции

Предложенный в работах [5 – 7] алгебраический подход к формированию дискретных сигналов основан на сечении циклических орбит групповых кодов.

Число и величина уровней боковых лепестков функции корреляции формируемых последовательностей, а также мощность ансамбля сигналов определяются дистанционными и структурными свойствами колец многочленов над конечными полями.

Предположим, что используемый  $(n, k, d)$  код  $V$  имеет весовой спектр  $A(w)$  – число кодовых слов кода  $V$  с весом  $w$ .

Тогда образованное сечением циклических орбит кода  $V$  множество двоичных дискретных сигналов

$$S = (S_1, S_2, \dots, S_M),$$

обладает следующими корреляционными и ансамблевыми свойствами [5 – 7]:

1. Боковые лепестки периодической функции авто- (ПФАК) и взаимной (ПФВК) корреляции ансамбля сигналов  $S = (S_1, S_2, \dots, S_M)$  принимают следующие значения:

$$\text{ПФВК, ПФАК} = \frac{n - 2w}{n}, \quad (1)$$

для таких  $w = d, d+1, \dots, n$ , что

$$A(w) \neq 0.$$

2. Для всех таких  $w = d, d+1, \dots, n$ , что  $A(w) = 0$  боковые лепестки ПФАК и ПФВК никогда не принимают значений  $\frac{n-2w}{n}$ .

3. Мощность  $M$  ансамбля  $S = (S_1, S_2, \dots, S_M)$  определяется числом ненулевых орбит кода  $V$  и ограничена снизу выражением:

$$M \geq \frac{2^k - 1}{n} \quad (2)$$

Конкретные значения для выражений (1) и (2) могут быть получены при использовании групповых кодов с известным весовым спектром, например, циклических кодов БЧХ [5 – 7].

Так предлагаемый подход позволяет синтезировать дискретные сигналы с трехуровневой функцией корреляции (сигналы Голда), боковые лепестки ПФАК и ПФВК которых принимают следующие значения:

$$\text{ПФВК, ПФАК} = \begin{cases} \frac{-1 + 2^{\frac{m+1}{2}}}{2^m - 1}, w = 2^{m-1} - 2^{\frac{m+1}{2}-1}; \\ \frac{-1}{2^m - 1}, w = 2^{m-1}; \\ \frac{-1 - 2^{\frac{m+1}{2}}}{2^m - 1}, w = 2^{m-1} + 2^{\frac{m+1}{2}-1}. \end{cases} \quad (3)$$

Мощность  $M$  соответствующего ансамбля сигналов определяется выражением:

$$M = \frac{2^{2m} - 1}{2^m - 1} = 2^m + 1. \quad (4)$$

Дискретные сигналы с пятиуровневой функцией корреляцией (новый класс сигналов) обладает улучшенными ансамблевыми свойствами, оценка мощности ансамбля имеет вид:

$$M = \frac{2^{3m} - 1}{2^m - 1} = 2^{2m} + 2^m + 1. \quad (5)$$

При этом уровни боковых лепестков ПФАК и ПФВК принимают следующие значения.

$$\text{ПФВК, ПФАК} = \begin{cases} \frac{-1 - 2^{\frac{m+1}{2}+1}}{2^m - 1}, w = 2^{m-1} - 2^{\frac{m+1}{2}}; \\ \frac{-1 - 2^{\frac{m+1}{2}}}{2^m - 1}, w = 2^{m-1} - 2^{\frac{m+1}{2}-1}; \\ \frac{-1}{2^m - 1}, w = 2^{m-1}; \\ \frac{-1 + 2^{\frac{m+1}{2}}}{2^m - 1}, w = 2^{m-1} + 2^{\frac{m+1}{2}-1}; \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{ПФВК, ПФАК} = \frac{-1 + 2^{\frac{m+1}{2}+1}}{2^m - 1}, w = 2^{m-1} + 2^{\frac{m+1}{2}}.$$

Анализ приведенных выражений показывает, что три уровня боковых лепестков в (6) соответствуют рассмотренным выше трехуровневым дискретным сигналам (сигналам Голда), два дополнительных уровня соответствуют ненулевым компонентам весового спектра группового кода (см. выражение (1)).

Общее выражение для оценки мощности ансамбля формируемых сигналов примет вид:

$$M = \frac{2^{um} - 1}{2^m - 1} = 2^{(u-1)m} + 2^{(u-2)m} + \dots + 2^m + 1. \quad (7)$$

Анализ выражения (7) показывает, что использование групповых кодов позволяет формировать большие ансамбли дискретных сигналов. Добавление минимального многочлена в качестве очередного сомножителя в проверочном многочлене повышает мощность ансамбля на  $2^{(u-i)m}$ , где  $u-i$  – число добавленных минимальных многочленов [5 – 7].

Соответствующее выражение по оценке уровней боковых лепестков периодической функции корреляции примет вид (8).

Таким образом, формируемые предлагаемым методом дискретные сигналы обладают многоуровневыми функциями авто и взаимной корреляции. Величины боковых выбросов принимают конечное число значений, задаваемых весовыми свойствами используемого группового кода.

Проведем исследования абонентской емкости и помехоустойчивости радиоканалов управления с использованием формируемых дискретных сигналов с многоуровневой функцией корреляции. Ограничимся рассмотрением случаев трех- и пятиуровневых сигналов, т.е. при оценке мощности ансамблей последовательностей и их корреляционных свойств будем использовать выражения (3) – (6).

Пусть

$$z = \max_{s=0, \dots, m-1} \left\{ \begin{matrix} (2^s) \bmod (2^m - 1) \\ (i_2 2^s) \bmod (2^m - 1) \\ \dots \\ (i_u 2^s) \bmod (2^m - 1) \end{matrix} \right\}$$

определяет диапазон элементов конечного поля, в котором лежат корни проверочного многочлена  $h(x)$  кода  $V$ , т.е.

$$\alpha^z = \alpha^{(z) \bmod (2^m - 1)}.$$

Тогда

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \frac{2^m - 2z_u - 1}{2^m - 1}, w = z_u = \max_{s=0, \dots, m-1} \left\{ (2^s) \bmod (2^m - 1), (i_2 2^s) \bmod (2^m - 1), \dots, (i_u 2^s) \bmod (2^m - 1) \right\}; \\
 & \dots \\
 & \frac{2^m - 2z_3 - 1}{2^m - 1} = \frac{-1 - 2^{\frac{m+1}{2}}}{2^m - 1}, w = z_3 = 2^{m-1} - 2^{\frac{m+1}{2}}; \\
 & \frac{2^m - 2z_2 - 1}{2^m - 1} = \frac{-1 - 2^{\frac{m+1}{2}}}{2^m - 1}, w = z_2 = 2^{m-1} - 2^{\frac{m+1}{2}-1}; \\
 & \frac{2^m - 2z_1 - 1}{2^m - 1} = \frac{-1}{2^m - 1}, w = z_1 = 2^{m-1}; \\
 & \dots \\
 & \frac{2^m - 2(2^m - z_2) - 1}{2^m - 1} = \frac{-1 + 2^{\frac{m+1}{2}}}{2^m - 1}, w = 2^m - z_2 = 2^{m-1} + 2^{\frac{m+1}{2}-1}; \\
 & \frac{2^m - 2(2^m - z_3) - 1}{2^m - 1} = \frac{-1 + 2^{\frac{m+1}{2}+1}}{2^m - 1}, w = 2^m - z_3 = 2^{m-1} + 2^{\frac{m+1}{2}}; \\
 & \dots \\
 & \frac{2^m - 2(2^m - z_u) - 1}{2^m - 1}, w = 2^m - z_u = 2^m - \max_{s=0, \dots, m-1} \left\{ (2^s) \bmod (2^m - 1), (i_2 2^s) \bmod (2^m - 1), \dots, (i_u 2^s) \bmod (2^m - 1) \right\};
 \end{aligned} \right\} \text{ПФВК, ПФАК} = \quad (8)
 \end{aligned}$$

### Исследование абонентской емкости и помехоустойчивости радиоканалов управления

Рассмотрим процесс передачи информации по радиоканалам управления с использованием формируемых ансамблей дискретных сигналов, проведем исследование абонентской емкости и помехоустойчивости с использованием последовательностей с многоуровневой функцией корреляции.

Положим, что формируемые дискретные сигналы используются для кодового разделения каналов в системе связи с множественным доступом, т.е. каждой формируемой последовательности ставится в соответствие один из радиоканалов доступа. Тогда абонентская емкость системы связи будет определяться мощностью  $M$  используемого ансамбля дискретных сигналов. Проведем оценку помехоустойчивости организуемых таким образом радиоканалов управления. В соответствии с основными положениями современной теории цифровой связи, под показателем помехоустойчивости радиоканалов управления понимается минимально необходимое соотношение энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума  $E/N_0$ , требуемое для достижения заданной достоверности передачи информации [1–4]. Под достоверностью понимают степень соответствия переданных данных принятым данным на приемной стороне. Количественной мерой достоверности передачи данных является вероятность правильного приема  $P_{\text{п.п.}}$  отдельных элементов (бит) переданных данных [1–4]. Более удобным для количественной оценки является показатель потери достоверности, в качестве которого используют вероятность ошибочного приема  $P_{\text{ош}} = 1 - P_{\text{п.п.}}$  отдельных элементов

(бит) переданных данных [1–4]. Таким образом, в качестве показателя помехоустойчивости радиоканалов управления будем использовать минимально необходимое соотношение  $E/N_0$ , требуемое для достижения заданной вероятности  $P_{\text{ош}}$ .

В фундаментальных работах по современной теории цифровой связи показано [1–4], что для двоичных систем передачи данных вероятность ошибочного приема одного элемента (бита) данных можно выразить как:

$$P_{\text{ош}} = 1 - F(H), \quad H = \sqrt{\frac{(E_0 + E_1)}{2N_0}} (1 - R), \quad (9)$$

где  $E_0, E_1$  – энергии дискретных сигналов  $u_0(t)$ ,  $u_1(t)$  соответственно;  $N_0$  – спектральная плотность мощности шума;  $R$  – значение коэффициента взаимной корреляции дискретных сигналов  $u_0(t)$ ,  $u_1(t)$ .

В качестве величины  $R$  будем использовать максимальное абсолютное значение боковых выбросов периодической функции взаимной корреляции используемых дискретных сигналов, т.е. примем  $R = \max | \text{ПФВК} |$ .

В случае равенства  $E_0 = E_1$  выражение (1) примет вид:

$$P_{\text{ош}} = 1 - F[h_2 \cdot (1 - R)], \quad (10)$$

где  $h_2$  – отношение сигнал-шум приходящееся на одну двоичную единицу,

$$h_2^2 = \frac{E_2}{N_0},$$

$E_2$  – энергия двоичного сигнала.

В работах [1–4] показано, что для сигналов с равными коэффициентами корреляции вероятность ошибочного приема элемента (бита) будет такой же,

как и в случае использования ортогональных дискретных сигналов, но с внесенными поправками на помехоустойчивость, т.е. на минимально необходимое соотношение энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума  $E/N_0$ , требуемое для достижения заданной вероятности ошибки  $P_{\text{ош}}$ . Следовательно, запишем:

$$P_{\text{ош}}(h_m, R) = P_{\text{ош}}(h_m \sqrt{1-R}, 0), \quad (11)$$

где  $h_m$  – отношение сигнал-шум приходящееся на один  $m$ -ичный сигнал:

$$h_m = h_2 \sqrt{\log_2 m};$$

$P_{\text{ош}}(h_m, R)$  – вероятность ошибки при отношении сигнал-шум  $h_m$  и коэффициенте корреляции сигналов  $R$ ;  $P_{\text{ош}}(h_m \sqrt{1-R}, 0)$  – вероятность ошибки для ортогональных сигналов ( $R = 0$ ).

Как следует из анализа выражений (9) – (11) применение квазиортогональных ( $R \approx 0$ ) дискретных сигналов приводит к снижению (по сравнению с  $R = 0$  для ортогональных сигналов) помехоустойчивости, пропорционально квадратному корню из меры некоррелированности дискретных сигналов  $\sqrt{1-R}$ .

Таким образом, использование больших ансамблей квазиортогональных дискретных сигналов с одной стороны приводит к существенному повышению абонентской емкости радиоканалов управления (за счет повышения мощности  $M$  ансамблей сигналов), с другой – к незначительному (в  $\sqrt{1-R}$  раз) снижению помехоустойчивости (требуемому соотношению  $E/N_0$ ). Фактически, снижение помехоустойчивости является той «платой», которую требуется внести за расширение ансамбля дискретных сигналов и соответствующее повышение абонентской емкости радиоканалов управления.

Проведем оценку снижения помехоустойчивости радиоканалов управления при использовании

формируемых дискретных сигналов. При этом будем оценивать как мощность ансамблей сигналов  $M$ , так и соответствующую величину  $\sqrt{1-R}$ .

В табл. 1 приведены оценки мощности формируемых дискретных сигналов и оценки снижения помехоустойчивости радиоканалов управления при их использовании. Приведенные оценки характеризуют снижение помехоустойчивости относительно использования ортогональных дискретных сигналов. Анализ данных таблицы 1 показывает, что применение формируемых ансамблей дискретных сигналов позволяет существенно повысить абонентскую емкость системы связи, с ростом длины последовательностей эта тенденция усиливается. При этом наблюдается незначительное снижение помехоустойчивости радиоканалов управления.

Так, например, при длине последовательностей  $n = 127$  использование кодов Голда позволяет организовать до 129 цифровых каналов. При этом снижение помехоустойчивости по сравнению с ортогональными сигналами не превышает 7%. Применение новых классов дискретных сигналов, формируемых предложенным методом (в данном случае с пятиуровневой функцией корреляции), позволяет при той же длине последовательностей повысить абонентскую емкость более чем в 100 раз, снизив при этом помехоустойчивость еще на 7%.

С повышением длины последовательностей выигрыш по абонентской емкости возрастает, снижается так же проигрыш по обеспечиваемой помехоустойчивости радиоканалов управления. Так, например, при длине последовательностей  $n = 131071$  использование нового класса дискретных сигналов с пятиуровневой функцией корреляции позволяет повысить (по сравнению с трехуровневыми кодами Голда) абонентскую емкость радиоканалов управления более чем в 130 000 раз при практически эквивалентной помехоустойчивости связи.

Таблица 1

Оценка абонентской емкости и помехоустойчивости радиоканалов управления при использовании формируемых дискретных сигналов

n	Трехуровневые дискретные сигналы (сигналы Голда)		Пятиуровневые дискретные сигналы (новый класс сигналов)	
	M	$\sqrt{1-R}$	M	$\sqrt{1-R}$
31	33	0,842	1057	0,672
127	129	0,931	16513	0,860
2047	2049	0,984	4196353	0,968
8191	8193	0,992	67117057	0,984
131071	131073	0,998	17180000257	0,996
524287	524289	$\approx 1$	274878431233	$\approx 1$
8388607	8388609	$\approx 1$	70368752566273	$\approx 1$
536870911	536870913	$\approx 1$	288230376688582657	$\approx 1$
2147483647	2147483649	$\approx 1$	4611686020574871553	$\approx 1$

Таким образом, проведенные исследования показали, что использование формируемых дискретных сигналов позволяет существенно повысить абонентскую емкость радиоканалов управления при незначительном снижении помехоустойчивости связи.

Кроме того, учитывая особенности построения ансамблей сигналов можно реализовать адаптивно изменяющийся к помеховой обстановке динамический режим функционирования радиосистем управления с множественным доступом.

## Выводы

Практическое использование разработанного метода формирования больших ансамблей слабокоррелированных дискретных сигналов позволяет повысить качественные характеристики радиосистем управления с множественным доступом. Проведенные исследования показали, что применение сформированных дискретных сигналов позволяет без значительного снижения помехоустойчивости радиоканалов управления существенно повысить абонентскую емкость системы связи и обеспечить множественный доступ абонентов информационно-го обмена.

## Список литературы

1. Stasev Y., Naumenko N., Kuznetsov A. *The Derivative Orthogonal Signals Systems // International Journal of Engineering Practical Education. IJEPE Volume 1, Issue 1, August 2012 PP. 15-20*

2. Науменко Н.И., Теория сигнально-кодовых конструкций / Н.И. Науменко, Ю.В. Стасев, О.О. Кузнецов, Евсеев С.П. . Х.:ХУ ПС, 2008р. – 489.

3. Варакин Л.Е. Теория систем сигналов / Л.Е. Варакин. – М.: Сов. радио, 1978. – 304 с.

4. Горбенко И.Д. Теория дискретных сигналов. Ортогональные сигналы / И.Д. Горбенко, Ю.В. Стасев, А.А. Замула – МО СССР, 1988. – 119 с.

5. Кузнецов А.А. Дискретные сигналы с многоуровневой функцией корреляции / А.А. Кузнецов, А.А. Смирнов, В.Н. Сай // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – Харьков: ХТУРЭ.–2011. – Вып. 166. – С. 142-152.

6. Кузнецов А.А. Формирование дискретных сигналов с многоуровневой функцией корреляции / А.А. Кузнецов, А.А. Смирнов, В.Н. Сай // Системы обработки информации : зб. наук. праць. – Харків: ХУ ПС. – 2011. – Вып. 5(95). – С. 50-60.

7. Смирнов О.А. Дослідження ансамблевих, кореляційних і структурних властивостей складних дискретних сигналів, які використовуються для побудови стеганографічних систем / О.А. Смирнов, Є.В. Мелешко // Збірник тез IV науково-технічної конференції «Захист інформації з обмеженим доступом та автоматизація її обробки» (PIRAT-2012). м. Київ. 9-10 лютого 2012 р. – Київ: НАУ. – 2012. – С. 32-33.

Поступила в редколлегию 17.12.2012

Рецензент: д-р техн. наук проф. А.А. Кузнецов, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

## ДОСЛІДЖЕННЯ АБОНЕНТСЬКОЇ ЄМНОСТІ Й ЗАВАДОСТІЙКОСТІ РАДІОКАНАЛІВ УПРАВЛІННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ДИСКРЕТНИХ СИГНАЛІВ З БАГАТОРІВНЕВОЮ ФУНКЦІЄЮ КОРЕЛЯЦІЇ

О.А. Смирнов

Розглядаються методи якісного вдосконалювання радіосистем управління із множинним доступом, досліджується проблема формування великої кількості структур слабокорельованих дискретних послідовностей. Приводяться результати досліджень абонентської ємності й завадостійкості радіоканалів управління з використанням дискретних сигналів з багаторівневою функцією кореляції. Показано, що застосування сформованих дискретних сигналів дозволяє без значного зниження завадостійкості радіоканалів управління істотно підвищити абонентську ємність системи зв'язку й забезпечити множинний доступ абонентів інформаційного обміну.

**Ключові слова:** ансамблі дискретних сигналів, радіосистем управління із множинним доступом.

## RESEARCH USER CAPACITY AND IMMUNITY RADIO CHANNEL CONTROL USING DISCRETE SIGNALS WITH MULTI-LEVEL, THE CORRELATION FUNCTION

A.A. Smirnov

Consider methods of improving the quality of radio control with multiple access, with the problem of the formation of a large number of structures are weakly correlated discrete sequences. The results of research of subscriber capacity and radio noise control using digital signals with multi-level correlation function. It is shown that the use of discrete signals generated makes it a significant reduction in noise radio control significantly increase subscriber capacity of the communication system and provide multiple access subscriber information exchange.

**Keywords:** ensembles of discrete signals, radio control with multiple access.