УДК 681.513+62.505

С.І. Осадчий

Кіровоградський національний технічний університет, Кіровоград

ТЕХНОЛОГІЇ І АЛГОРИТМ СТРУКТУРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ БАГАТОВИМІРНОГО РУХОМОГО ОБ'ЄКТА З ДОВІЛЬНОЮ ДИНАМІКОЮ У СКЛАДІ ЗАМКНЕНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ

Визначено зміст двох технологій структурної ідентифікації багатовимірного об'єкта з довільною динамікою у складі замкненої системи автоматичного управління за експериментальними даними, обґрунтовано склад математичного забезпечення їх реалізації та поширена дія відомого алгоритму статистичної ідентифікації у частотній області на випадок оцінювання моделей динаміки багатовимірного нестійкого об'єкта увімкненого у стійку замкнену систему „об'єкт-регулятор".

Ключові слова: *структурна ідентифікації, багатовимірний об'єкт, спектральна щільність.*

Вступ

Постановка проблеми і аналіз останніх публікацій. Останнім часом сформовано новий підхід [1] до ефективного створення конкурентноздатних комплексів управління та систем стабілізації руху різноманітних рухомих об'єктів в умовах дії багатовимірних неконтрольованих стаціонарних випадкових збурень.

Суттєве підвищення точності процесів керування при цьому відбувається за рахунок визначення найкращої з позицій квадратичного критерію якості структури системи стабілізації в результаті виконання процедур динамічного проектування [2]. Основу для успішного виконання зазначених процедур, з одного боку, складають методи і алгоритми синтезу оптимальних систем стабілізації (управління), а з іншого – моделі динаміки рухомого об'єкта та зовнішніх збурень, знайдені в результаті структурної ідентифікації [3] за експериментальними даними, зафіксованими при натурних випробуваннях в реальних умовах функціонування об'єкта.

Відомо багато ефективних методів та побудованих на їх базі технологій структурної ідентифікації моделей динаміки [1, 3, 4, 5] багатовимірних стійких об'єктів та неконтрольованих збурень за даними „вхід-вихід", отриманими в ході активного чи пасивного експериментів, при умові відсутності кореляції між векторами вхідних сигналів об'єкта ідентифікації та збурень.

У той же час, дослідження динаміки нестійких об'єктів управління в умовах дії зовнішніх впливів зазначеного вище класу методом структурної ідентифікації є нетривіальною задачею та вимагає застосування спеціальних підходів.

Мета статті. Дана стаття спрямована, по-перше, на формування технологій структурної ідентифікації математичних моделей багатовимірних рухомих об'єктів з довільною динамікою, увімкнених у замкнену систему автоматичного управління (рис. 1), на входах якої діють вектори стаціонарних випадкових корисних сигналів та збурень, а, по-друге – на обґрунтування алгоритму структурної ідентифікації матриці передаточних функцій об'єкта у складі замкненої системи і матриці спектральних щільностей збурень за експериментальними даними.

Основні матеріали дослідження

Припустимо, що існує замкнена система управління (рис. 1) у складі: рухомого об'єкта (поліноміальні матриці M і P) і регулятора (матриця передаточних функцій W_z). Будемо вважати також, що інформація про динамічні характеристики зазначених елементів відсутня. Відомо лише те, що поліном визначник матриці P може мати нестійкі нулі, регулятор є стійким, вектори програмних сигналів r і збурень ψ – стаціонарні випадкові процеси. В результаті експерименту отримані записи реалізацій усіх компонентів векторів програмних сигналів r, сигналів управління об'єкта u і вихідних координат x.

Отже, задача структурної ідентифікації у загальному вигляді зводиться до того, щоб за отриманими в результаті натурних випробувань записами векторів r, u і x та моделями їх динаміки (результатом первинної обробки) визначити структуру та параметри матриці передаточних функцій об'єкта

$$W_{ob} = P^{-1}M, \quad (1)$$

та матриці спектральних щільностей збурень ψ_1, приведених до виходу системи $S_{\psi1\psi1}$ (рис. 2).

Очевидно, що вигляд реалізацій сигналів, які фіксуються при експерименті (випробуванні), залежить як від динаміки замкнутої системи „об'єкт-регулятор", так і від характеру збурень та шумів. Навіть при однакових стаціонарних зовнішніх впливах вектори u і x можуть стати нестаціонарними в разі нестійкості замкнутої системи чи залишитися стаціонарними при стійкій системі. Таким чином, в залежності від характеру векторів u і x можливі як мінімум дві технології досягнення мети структурної ідентифікації.

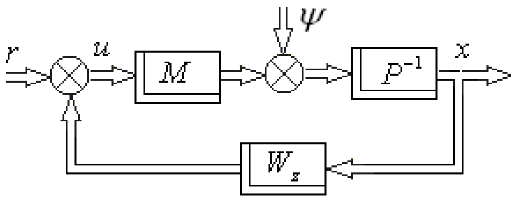

Рис. 1. Структурна схема вихідної системи

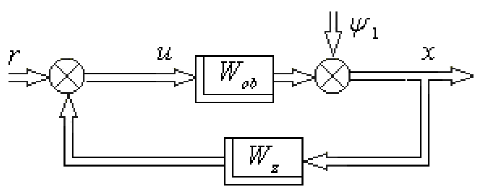

Рис. 2. Структурна схема еквівалентної системи

Перша технологія повинна забезпечити вирішення задачі ідентифікації при наявності необмежено зростаючих трендів у зафіксованих при випробуваннях компонентах векторів u і x. Вона вимагає виконання наступних операцій:

- розділення даних про u і x на регулярну та випадкову складові

$$u = u_p + u_b\,;\ x = x_p + x_b\,; \tag{2}$$

де u_p – вектор регулярних складових сигналів управління; u_b – вектор випадкових складових сигналів управління; x_p – вектор регулярних складових сигналів вихідних координат; x_b – вектор випадкових складових сигналів вихідних координат; за складовими векторів сигналів u_b та x_b оцінювання моделей динаміки багатовимірної випадкової навігаційної інформації про „вхід-вихід" об'єкта ідентифікації – матриць спектральних і взаємних спектральних щільностей S_{uu}, S_{xx}, S_{ux};

- визначення моделі регулярної складової векторів u_p і x_p ; структурна ідентифікація моделей динаміки стійкої частини об'єкта (матриця передаточних функцій W_{ob1}, матриця спектральних щільностей $S_{\psi1\psi1}$) на основі одного з варіантів базового алгоритму представленого в роботі [6];
- знаходження узагальнених моделей динаміки об'єкта та збурень, що діяли на нього в умовах проведення натурних випробувань на основі методу структурних перетворень, обґрунтованого в роботі [7].

Друга технологія має застосовуватися, якщо компоненти векторів u і x не мають необмежено зростаючих трендів, та передбачає виконання наступних операцій:

- визначення моделей динаміки випадкових складових сигналів з векторів r, u і x у вигляді матриць спектральних та взаємних спектральних щільностей S_{rr}, S_{ru}, S_{xx} та S_{rx} шляхом застосування відповідних алгоритмів та процедур первинної статистичної обробки багатовимірної стохастичної навігаційної інформації [8], отриманої в результаті натурних випробувань;
- структурна ідентифікація моделей динаміки нестійкого багатовимірного об'єкта стабілізації у складі стійкої замкненої системи (матриця передаточних функцій W_{ob}) та вектора збурень приведених до виходу системи (матриця спектральних щільностей $S_{\psi1\psi1}$).

Методологічні основи, необхідні для застосування першої з наведених технологій, викладені у літературних джерелах [6, 7]. Виконання другої вимагає формулювання та вирішення окремої задачі структурної ідентифікації. По аналогії з роботою [1] будемо характеризувати рух об'єкта ідентифікації системою лінійних диференційних рівнянь з постійними коефіцієнтами

$$Px = Mu + \psi\,, \tag{3}$$

де x – n-вимірний вектор-стовпчик вихідних координат об'єкта; u – m-вимірний вектор-стовпчик сигналів управління; P – поліноміальна матриця розміру n×n від комплексної змінної p ($p=\sigma+j\omega$), яку необхідно знайти в процесі ідентифікації; M – невідома поліноміальна матриця розміру n×m; ψ – n-вимірний вектор стаціонарних випадкових неконтрольованих збурень; r – m-вимірний вектор-стовпчик програмних сигналів.

Якщо програмний сигнал r і збурення ψ являють собою некорельовані багатовимірні стаціонарні випадкові процеси, а замкнена система і регулятор W_z є стійкими, то вектори сигналів u і x також стаціонарні випадкові процеси. У такому разі, задача структурної ідентифікації полягає у тому, щоб за знайденими в результаті первинної обробки моделями динаміки векторів r, u і x у вигляді матриць спектральних та взаємних спектральних щільностей S_{rr}, S_{ru}, S_{xx}, S_{rx} , визначити матрицю передаточних функцій об'єкта W_{ob} від вектора сигналів керування u до вектора вихідних координат x та матрицю спектральних щільностей збурень, приведених до виходу об'єкта (системи) $S_{\psi1\psi1}$.

Введемо позначення: Ψ – матриця передаточних функцій n-вимірного формуючого фільтру , така що

$$\psi = \Psi\Delta\,, \tag{4}$$

де Δ – вектор одиничних δ-корельованих білих шумів; x_0 – вектор вихідних координат розширеного об'єкта ідентифікації розмірності 2n:

$$x_0 = \begin{bmatrix} x^{/} & y^{/} \end{bmatrix}^{/}, \tag{5}$$

в якому y=r (фіктивний вектор), „ $^{/}$ " – символ транспонування матриці; ψ_0 – 2n-вимірний вектор розширених впливів на систему

$$\psi_0 = \begin{bmatrix} \Psi & O_{n\times m} \\ O_{m\times n} & E_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \\ r \end{bmatrix}, \tag{6}$$

де $O_{n\times m}$ – нульова матриця розмірності n×m; E_m – одинична матриця розмірності m×m; W – матриця передаточних функцій розширеного регулятора розміру m×(n+m) W=[W_z E_m] така, що

$$u = Wx_0\,. \tag{7}$$

З урахуванням співвідношень (3), (5) і (6) рівняння руху розширеного об'єкту представляється як

$$P_0x_0 = M_0u + \psi_0\,, \tag{8}$$

де P_0, M_0 – поліноміальні матриці розміру 2n×2n та 2n×m, відповідно, які мають таку структуру

$$P_0 = \begin{bmatrix} P & O_n \\ O_n & E_n \end{bmatrix}; M_0 = \begin{bmatrix} M \\ O_{n\times m} \end{bmatrix}. \qquad (9)$$

По аналогії з роботою [1], визначимо матриці передаточних функцій F_x та F_u замкненої системи від розширеного збурення ψ_0 до вектора x_0 та від входу ψ_0 до вектора сигналів управління u, відповідно, у вигляді рівнянь

$$F_x = \left(P_0 - M_0 W\right)^{-1},\ F_u = W\left(P_0 - M_0 W\right)^{-1}. \qquad (10)$$

Підстановка співвідношень (7), (9) до рівнянь (10) з урахуванням виразу (6) та застосування формули Фробеніуса [9] для обертання матриці F_0 дозволяють визначити зв'язок між векторами програмних сигналів r, одиничних δ-корельованих білих шумів Δ та векторами x_0 і u у вигляді

$$x_0 = \begin{bmatrix} F_0^{-1}\Psi\Delta + F_0^{-1}r \\ r \end{bmatrix}, \qquad (11)$$

$$u = \begin{bmatrix} W_z F_0^{-1}\Psi & \left(E_m + W_z F_0^{-1} M\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \\ r \end{bmatrix}, \qquad (12)$$

де F_0 – матриця розміру n×n, яка дорівнює сумі

$$F_0 = P - MW_z \qquad (13)$$

та визначає стійкість замкненої системи.

Аналіз виразів (5) і (11) забезпечує можливість записати наступне рівняння зв'язку між вектором вихідних координат системи (об'єкта) x та векторами r і Δ:

$$x = F_0^{-1}Mr + F_0^{-1}\Psi\Delta. \qquad (14)$$

Позначимо шукану матрицю передаточних функцій системи як

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0^{-1}M & F_0^{-1}\Psi \end{bmatrix}, \qquad (15)$$

а також визначимо вектор її вхідних сигналів z як

$$z = \begin{bmatrix} r' & \Delta' \end{bmatrix}', \qquad (16)$$

тоді вираз (14) легко перетворюється на рівняння

$$x = \Phi z, \qquad (17)$$

в якому Φ_{11} – матриця передаточних функцій замкненої системи за вектором програмних сигналів, Φ_{12} – матриця передаточних функцій замкненої системи за збуренням.

Очевидно, що при відомих матрицях Φ та W_z поліноміальні матриці M та P, які входять до виразу (1), визначаються на основі рівнянь (13) та (15) наступним чином

$$M = F_0 \cdot \Phi_{11}, \qquad (18)$$

$$P = F_0\left(E_n + \Phi_{11}W_z\right), \qquad (19)$$

а матриця спектральних щільностей збурень, приведених до виходу системи, дорівнює:

$$S'_{\psi 1\psi 1} = \Phi_{12}\Phi_{12*}, \qquad (20)$$

де „ * ” – знак ермітового спряження матриць [9].

Підстановка результатів (18), (19) до (1) показує, що шукана матриця передаточних функцій багатовимірного рухомого об'єкта знаходиться з рівняння

$$W_{ob} = \left(E_n + \Phi_{11}W_z\right)^{-1}\Phi_{11}. \qquad (21)$$

Тобто задача структурної ідентифікації багатовимірного нестійкого динамічного об'єкта у складі стійкої замкнутої системи „об'єкт-регулятор” зведена до пошуку структури та параметрів блочної матриці рядка Φ та матриці передаточних функцій регулятора W_z за відомими в результаті первинної обробки експериментальних даних матрицями спектральних та взаємних спектральних щільностей векторів x, u і r.

Вирішення поставленої задачі пропонується здійснювати у три етапи. Мета першого полягає у визначенні матриці Φ , другий етап спрямовано на пошук матриці передаточних функцій регулятора W_z, суть третього – розрахунок матриць W_{ob} та $S_{\psi 1\psi 1}$ з допомогою співвідношень (20) і (21).

Оскільки прийняті припущення про стаціонарність усіх зовнішніх впливів, при яких проводився ідентифікаційний експеримент, та про відсутність статистичного зв'язку між векторами програмних сигналів і збурень, то наукову основу для вирішення задачі першого етапу може скласти базовий алгоритм ідентифікації з роботи [5], який з урахуванням позначень (6), (15) – (17) модифіковано таким чином

$$\Phi = \left(T_0 + T_+\right)D^{-1}, \qquad (22)$$

де D – стійка частина результату факторизації ліворуч [10] транспонованої розширеної матриці спектральних щільностей вектора z, визначеного виразом (16):

$$DD_* = S'_{zz}, \qquad (23)$$

S'_{zz} – транспонована матриця спектральних щільностей, яка по теоремі Вінера-Хінчіна [5], застосованої до вектора (16), дорівнює

$$S'_{zz} = \begin{bmatrix} S'_{rr} & O_{m\times n} \\ O_{n\times m} & E_n \end{bmatrix}; \qquad (24)$$

T_0+T_+ – дробово-раціональна матриця зі стійкими полюсами, що визначена в результаті сепарації [1] правої частини наступного рівняння

$$T_0 + T_+ + T_- = S'_{яx}D_*^{-1}, \qquad (25)$$

причому T_0 – результат ділення поліномів-чисельників добутку матриць правої частини співвідношення (25) на відповідні поліноми-знаменники; T_+ – матриця, елементи якої правильні дроби з полюсами, розташованими у лівій півплощині (ЛПП); T_- – матриця, елементи якої правильні дроби з полюсами, розташованими у правій півплощині (ППП) комплексної змінної, а транспонована матриця взаємних спектральних щільностей між векторами z та x за теоремою Вінера-Хінчіна визначається як

$$S'_{zx} = \left(S'_{rx} \quad S'_{\Delta x}\right). \qquad (26)$$

У свою чергу, матриця взаємних спектральних щільностей $S_{\Delta x}$ є результатом вінеровської факторизації праворуч [10] додаткового рівняння зв'язку, отриманого з виразу (8) на основі теореми Вінера-Хінчіна, при умові відсутності кореляції між векторами r та Δ та з урахуванням формули (6) у вигляді

$$S_{x\Delta}S_{\Delta x} = S_{xx} - S_{xr}S_{rr}^{-1}S_{1x}. \qquad (27)$$

Таким чином, на першому етапі структурної ідентифікації багатовимірного об'єкта з довільною динамікою, що функціонує у стійкій замкненій системі „об'єкт–регулятор", однозначно визначаються матриці передаточних функції замкненої системи за програмним сигналом Φ_{11} та збуренням Φ_{12}.

Для досягнення мети другого етапу структурної ідентифікації – пошуку матриці передаточних функцій регулятора, необхідно знайти матриці взаємних спектральних щільностей S_{xu} та S_{ru} між векторами вихідних координат x і сигналів управління u та програмних сигналів r і u. В результаті застосування теореми Вінера-Хінчіна [5] до виразів (12), (14) з урахуванням (15), шукані транспоновані матриці взаємних спектральних щільностей представляються як

$$S'_{xu} = W_z \Phi_{12} S'_{\Delta\Delta} \Phi_{12*} + \left(E_m + W_z \Phi_{11}\right) S'_{rr} \Phi_{11*}, \quad (28)$$

$$S'_{ru} = \left(E_m + W_z \Phi_{11}\right) S'_{rr}. \quad (29)$$

Оскільки $S'_{\Delta\Delta} = E_n$ за визначенням, то в результаті розв'язання системи матричних рівнянь (28), (29) матриця передаточних функцій регулятора W_z розраховується наступним чином

$$W_z = \left(S'_{xu} - S'_{ru} \Phi_{11*}\right) \Phi_{12*}^{-1} \Phi_{12}^{-1}. \quad (30)$$

Однозначно знайдені матриці Ф та W_z складають основу виконання третього етапу структурної ідентифікації, який полягає у пошуку матриці передаточних функцій об'єкта від вектора сигналів управління u до вектору вихідних координат x на основі алгоритму (21) та матриці спектральних щільностей збурень, приведених до виходу системи, на основі алгоритму (20).

Висновки

На підґрунті відомих [1, 5 – 7] методів структурної ідентифікації визначено зміст технологій та обґрунтовано новий алгоритм, які дозволяють однозначно визначати структуру та параметри матриці передаточних функцій W_{ob} рухомого об'єкта з довільною динамікою у складі замкненої системи „об'єкт–регулятор" та матриці спектральних щільностей неконтрольованих збурень, приведених до виходу системи $S_{\psi 1 \psi 1}$ за експериментальними даними про вектори програмних сигналів, сигналів управління та вихідних координат. Їх застосування можливе в умовах, коли апріорно відомо, що зовнішні неконтрольовані збурення в реальних умовах ідентифікаційного експерименту належать до класу стаціонарних випадкових процесів.

Список літератури

1. *Азарсков В.Н. Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации: монография / В.Н. Азарсков, Л.Н. Блохин, Л.С. Житецкий. – К.: НАУ, 2006. – 437 с.*
2. *Лебедев А.А. Оптимальное управление движением космических аппаратов / А.А. Лебедев, М.Н. Красильщиков, В.В. Малышев. – М.: Машиностроение, 1974. – 366 с.*
3. *Эйкхопф П. Оценка параметров и структурная идентификация / П. Эйкхопф // Автоматика. – 1987. – № 6. – С. 21-37.*
4. *Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-ти т. Т.2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2004. – 640 с.*
5. *Блохін Л.М. Статистична динаміка систем управління: підручник / Л.М. Блохін, М.Ю. Буриченко. – К.: НАУ, 2003. – 208 с.*
6. *Блохін Л.М. Методологічні основи та етапи забезпечення конкурентноздатності процесів стабілізації існуючих рухомих об'єктів / Л.М. Блохін, С.І. Осадчий, О.П. Крівоносенко // Вісник НАУ. – 2009. – №2. – С. 61-68.*
7. *Блохин Л.Н. Технология структурной идентификации и последующего синтеза оптимальных систем стабилизации неустойчивых динамических объектов / Л.Н. Блохин, С.И. Осадчий, Ю.Н. Безкоровайный // Проблемы управления и автоматики. – 2007. – №6. – С. 57-65.*
8. *Бендат Дж. Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол.– М.: Мир, 1989. – 540 с.*
9. *Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. 4-е изд. / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1988. – 552 с.*
10. *Davis M.C. Factoring the spectral matrix / M.C. Davis // IEEE Trans. Automat. Cointr. – 1963. – AC-8, N 4. – P. 296-305.*

Надійшла до редколегії 2.12.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.В. Козелков, ДП «Центральний НДІ навігації і управління», Київ.

ТЕХНОЛОГИИ И АЛГОРИТМ СТРУКТУРНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МНОГОМЕРНОГО ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ДИНАМИКОЙ В СОСТАВЕ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

С.И. Осадчий

Определено содержание двух технологий структурной идентификации многомерного объекта с произвольной динамикой в составе замкнутой системы автоматического управления по экспериментальным данным, обосновано состав математического обеспечения их реализации и расширена возможность использования известного алгоритма статистической идентификации в частотной области на случай оценивания моделей динамики многомерного неустойчивого объекта, входящего в состав устойчивой замкнутой системы „объект-регулятор".

Ключевые слова: *структурная идентификация, многомерный объект, спектральная плотность.*

TECHNOLOGIES AND ALGORITHM OF MATHEMATICAL MODEL STRUCTURE IDENTIFICATION FOR A MULTIDIMENSIONAL MOBILE OBJECT WITH AN ARBITRARY DYNAMICS IN A CLOSE LOOP CONTROL SYSTEM

S.I. Osadchiy

The content of two structural identification technologies for multidimensional object with an arbitrary dynamics working in a close loop automatic control system on the base of experimental data have been represented, the mathematical fundamentals content of their realization have been formulated and the known frequency statistical identification algorithm have been extended in the case of the dynamics model evaluation for the multidimensional unsteady object working in a close loop control system.

Keywords: *structural identification, multidimensional object, spectral density.*