УДК 681.5

С.В. Герасимов, О.І. Тимочко

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

МЕТОД АНАЛІЗУ ВИХІДНОГО СИГНАЛУ ЗА НОРМАЛЬНИХ ЗАКОНАХ РОЗПОДІЛУ ПЕРЕШКОДИ ТА ПАРАМЕТРІВ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Запропонований удосконалений метод обробки вихідних сигналів при визначенні технічного стану динамічних систем. Розроблений методи дозволяє спростити оптимальні методи обробки вихідних сигналів для випадку нормальних розподілів перешкоди та параметрів контролю динамічних систем. Цей метод дозволяє підвищити перешкодозахищеність і точність при обробці вихідних вимірювальних сигналів і підвищити оперативність визначення технічного стану динамічних систем.

Ключові слова: *вихідний вимірювальний сигнал, контроль технічного стану, динамічні системи.*

Вступ

Постановка проблеми та аналіз літератури. Перевід динамічних систем (ДС) на експлуатацію за технічним станом передбачає розробку та обґрунтування методів визначення параметрів, які дозволяють обґрунтувати доцільність (або недоцільність) подальшої експлуатації таких систем.

Відомо, що процес визначення технічного стану ДС полягає у дії на вхід відомим вимірювальним сигналом $u(t)$, який формується генератором тестових сигналів і має певні характеристики. Під впливом вхідного вимірювального сигналу $u(t)$ на виході системи, що контролюється, утворюється вихідний сигнал (сигнал-відгук) $y(t)$, або реакція певної форми залежно від форми вхідного сигналу та параметрів контролю. Вхідний $u(t)$ і вихідний сигнали $y(t)$ подаються до вимірювального приладу (аналізатору), за допомогою якого визначаються параметри контролю динамічної системи q_j, $j=\overline{1,n}$, де n – кількість параметрів контролю системи, або апостеріорні (узагальнені) параметри z_i, $i=\overline{1,m}$, m – апостеріорна кількість параметрів контролю, значення яких дозволяють визначити технічний стан системи, що контролюється [1, 2].

Метою статті є удосконалення методу обробки вихідного сигналу ДС при припущені про нормальний закон розподілу перешкоди і параметрів контролю. Отримані результати дозволяють спростити алгоритм роботи вимірювальних приладів (аналізаторів) для контролю (визначення) технічного стану ДС.

Основна частина

З нормальним законом розподілу перешкоди приходиться часто зустрічатися в практиці контролю. Необхідність розгляду цього випадку полягає в наступному. Для всіх функцій розподілу, які мають один достатньо різкий максимум і швидко убувають поза областю максимуму, середнє значення та дисперсія визначаються поведінкою функції розподілу поблизу максимуму. Однак, поблизу максимуму будь-яка достатньо гостра функція розподілу є нормальною. Тому результати, які справедливі для нормальної функції розподілу, будуть справедливі також й для будь-якої функції розподілу, яка має різкий максимум [3].

Що стосується залежності узагальнених параметрів z_i від параметрів контролю q_j, то розглянемо, по-перше, випадок лінійної залежності $z_i=\sum_{j=1}^{n}\alpha_{ij}q_j$ і, по-друге, випадок квадратичної залежності $z_i=\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\gamma_{ij}q_j^2}$. Перший випадок має місто, коли параметри z_i співпадають з частиною або зі всіма q_j, або, наприклад, коли в процесі контролю необхідно отримати інформацію про малий розкид параметрів z_i, так що довільна залежність $z_i=z_i(q_j)$ приблизно може вважатися лінійною.

З другим випадком доводиться стикатися, коли в процесі контролю необхідно отримати інформацію про середньоквадратичний розкид параметрів.

За нормальними законами розподілу параметрів q_j і перешкоди ξ_i для функцій розподілу $\rho_1(q)$ і $\rho_2[y-y_0(q)]$ можна записати:

$$\rho_1(q)=(2\pi)^{-n/2}[\det Q]\exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}Q_{ij}^{-1}q_iq_j\right\}; \quad (1)$$

$$\rho_2[y-y_0(q)]=(2\pi)^{n/2}\sigma_\xi^{-4}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\xi^2}\sum_{i=1}^{n}[y(t_i)-y_0(t_i,\ q)]^2\right\}. \quad (2)$$

У формулі (1) матриця Q є апріорно кореляційною матрицею параметрів q_j: $Q_{ij} = \langle q_i\ q_j \rangle$. У виразі (2) передбачається, що значення перешкоди $\xi(t)$ у різних точках відліку нескорельовані. Після перетворення виразів (1) і (2), отримаємо систему рівнянь, яка визначає найбільш ймовірне значення q^*:

$$-\sum_{j,i=1}^{n} Q_{ji}^{-1} q_j + \frac{1}{\sigma_\xi^2} \sum_{k=1}^{s} f(y) \frac{\partial y_0(t_k,\ q)}{\partial q_j} dt = 0, \quad (3)$$

де $f(y) = \left[y(t_k) - y_0(t_k,\ q) \right]$.

У випадку безперервного вимірювання вихідного сигналу на інтервалі часу [0, T] відповідне рівняння для параметрів q_j^* має вигляд:

$$-\sum_{j,i=1}^{n} Q_{ji}^{-1} q_j + \frac{1}{\tau_0 \sigma_\xi^2} \int_0^T f(y) \frac{\partial y_0(t,\ q)}{\partial q_j} dt = 0. \quad (4)$$

Величина τ_0 у (4) є інтервал кореляції перешкоди, який пов'язаний з ефективною смугою частот Δf_e спектра потужності перешкоди співвідношенням $\tau_0 = 1/2\Delta f_e$.

Рівняння (3) і (4) у випадку нелінійної залежності величини $y_0(t,\ q)$ від параметрів системи q_j є нелінійними й для їх реалізації можуть бути використані різні відомі методи розв'язання нелінійних рівнянь, наприклад, метод послідовних наближень. Якщо функція розподілу $\rho(q/y) = \rho_1(q)\ \rho_2\left[y - y_0(q) \right]$ має одиничний максимум, то для його знаходження пропонується використати метод градієнту. Принципово розв'язання рівнянь (3) і (4) при нелінійній залежності величини $y_0(t,\ q)$ від параметрів системи q_j і не викликає труднощів, фактично рішення може бути пов'язане з великим об'ємом розрахунків, особливо при значній кількості параметрів q_j, тому необхідно застосовувати ЕОМ.

Розглянемо випадок, коли величина $y_0(t,\ q)$ лінійно залежить від параметрів контролю ДС q_j. Такий випадок має місце, якщо відхилення параметрів системи від номінальних значень незначні, так що в розкладі функції $y_0(t,\ q)$ за степенями відхилень параметрів від номінальних значень можна обмежити лінійними членами. Якщо відхилення параметрів у дійсності настільки незначні, що допускають подібну лінеаризацію, отримані в результаті розв'язання лінеаризованих рівнянь значення параметрів q_j будуть співпадати з їх фактичними значеннями. Коли відхилення параметрів від номінальних значень значні, то отримані в результаті розв'язання лінеаризованих рівнянь значення параметрів q_j можна узяти як перше наближення та потім уточнить ці значення методом ітерацій. Якщо такого уточнення значень параметрів не проводиться, то розв'язання лінеаризованих рівнянь дозволяє встановити факт виходу параметрів за межі допусків, але величина виходу таким чином не може бути знайдена.

З іншого боку, лінеаризовані рівняння приводять до такого алгоритму визначення величин $z^* = z(q^*)$, який досить просто може бути реалізований в апаратурі аналізатора.

Запишемо величину $y_0(t,\ q)$ у вигляді:

$$y_0(t,\ q) = y_0(t,\ q_н) + \sum_{j=1}^{n} a_j(t,\ q_н) q_j. \quad (5)$$

У формулі (5) враховані відхилення параметрів q_j від номінальних значень $q_{j\,н}$, а величина $a_j(t,\ q_н)$ відповідно з прийнятим раніше позначеннями дорівнює:

$$a_j(t,\ q_н) = \frac{\partial y_0(t,\ q_н)}{\partial q_j}.$$

Після введення позначення $\Delta y(t) = y(t) - y_0(t,\ q_н)$, отримаємо з (3) систему лінійних рівнянь для визначення оцінок q_j^*:

$$\sigma_\xi^2 \sum_{j,i=1}^{n} Q_{ji}^{-1} q_j^* + \sum_{k=1}^{s} \sum_{i,j=1}^{n} a_i(t_k) a_j(t_k) q_j^* = \sum_{k=1}^{s} \Delta y(t_k) a_j(t_k).$$

Отримана система рівнянь може бути записана:

$$\sum_{j,i=1}^{n} P_{ji} q_j^* = f_k; \quad (6)$$

$$f_k = \sum_{k=1}^{s} a_j(t_k) \Delta y(t_k);\ P_{ji} = \sigma_\xi^2 Q_{ji}^{-1} + \sum_{k=1}^{s} a_j(t_k) a_i(t_k).$$

Матриця P_{ji} визначається апріорними дисперсіями та коефіцієнтами кореляції параметрів q_j (величини Q_{ji}), оператором системи при номінальних значеннях параметрів і вхідним сигналом $u(t)$ (величини $a_j(t_k) \equiv a_j(t_k,\ q_н,\ \{u\})$). Для кожної ДС при відомому вхідному сигналі ця матриця може бути розрахована заздалегідь. З системи рівнянь (6) отримаємо

$$q_j^* = \sum_{j,i=1}^{n} P_{ji}^{-1} f_k. \quad (7)$$

Матриця P_{ji}^{-1}, яка входить у (7), є зворотною до матриці P_{ji} й теж може бути заздалегідь розрахована. Зі співвідношення (7) можуть бути знайдені параметри z_i або їх оцінки:

$$z_i^* = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} q_j^* = \sum_{i,j=1}^{n} \sum_{k=1}^{s} \alpha_{ij} P_{ij}^{-1} a_j(t_k) \Delta y(t_k).$$

Використаємо скорочені матричні позначення для оцінок z_i^*, запишемо:

$$z^* = \alpha P^{-1} a^{\text{т}} \Delta y. \quad (8)$$

Величина $\beta = \alpha P^{-1} a^{\text{т}}$ складається з відомих величин і також може бути обчислена заздалегідь. Позначимо:

$$\beta(t_k) = \sum_{j,i=1}^{n} \alpha_{ji} P_{ji}^{-1} a_j(t_k).$$

Тоді співвідношення (8) приймає вигляд:

$$z_i^* = \sum_{k=1}^{s} \beta(t_k) \Delta y(t_k). \quad (9)$$

У випадку безперервного вимірювання вихідного сигналу на інтервалі [0, T] з системи рівнянь (4) аналогічним чином отримаємо

$$z_i^* = \int_0^T \tilde{\beta}_k(t) \Delta y(t) dt, \quad (10)$$

де $\tilde{\beta}_k(t) = \sum_{j,i=1}^{n} \alpha_{ji} \tilde{P}_{ji}^{-1} a_j(t)$; $\tilde{P}_{ji} = \sigma_\xi^2 \tau_0 Q_{ji}^{-1} + \int_0^T a_j(t) a_i(t) dt$.

Формули (9), (10) визначають алгоритм роботи аналізатора. Як видно з (9) і (10) цей алгоритм є нескладним і полягає у вимірювані миттєвих значень вихідного сигналу, множені цих миттєвих значень на відомі числа або функції й подальшому підсумовуванню або інтегруванню. Найбільш складна задача розрахунку величин $\beta(t_k)$ або $\tilde{\beta}_k(t)$ повинна бути зроблена заздалегідь, але один раз, бо для всіх ДС одної структури ці величини рівні.

У випадку, коли „ширина” функції розподілу перешкоди параметрів ДС $\sigma_\xi << \sigma_q$, критерій максимуму апостеріорної функції розподілу заміню-ється критерієм максимальної правдоподібності, так що оцінки параметрів q^* повинні визначатися з умови максимуму функції $\rho(y/q) = \rho_2[y - y_0(q)]$. Для нормального закону розподіл, як видно з (4), умова максимуму функції $\rho_2[y - y_0(q)]$ еквівалентна умові мінімуму суми відповідних квадратів різниць $y(t) - y_0(t, q)$. При цьому визначення оцінок q^* полягає у застосуванні методу найменших квадратів [4]. Відповідні результати можуть бути отримані з формул (3), (4) з урахуванням граничного переходу $\sigma_\xi \to 0$.

Оскільки для нормального закону середнє значення співпадає з найбільш імовірним, то критерій мінімального середньоквадратичного ризику, який приводить до оцінки за середнім значенням, фактично співпадає з розглянутим вище критерієм максимальної апостеріорної ймовірності та не потребує окремого розгляду.

Величина ε_{min} є сумою середньоквадратичної похибки вимірювання сукупності параметрів z_i. Середньоквадратична похибка вимірювання кожного параметра z_i дорівнює:

$$\varepsilon_{i\ min} = \left\langle \left(z_i - z_i^* \right) \right\rangle = \sigma_\xi^2 \sum_{k,j=1}^{n} \alpha_{ik} \alpha_{ij} P_{kj}^{-1}. \quad (11)$$

Як видно з (11) похибка вимірювання не залежить (при нормальному законі розподілу) від величини розкиду параметрів і визначається відомими величинами $\sigma_\xi^2 \alpha_{ij}$ і P_{ji}, так що ця похибка також може бути розрахована при відомій структурі ДС і дисперсії перешкоди.

Контроль ДС, який проводиться відповідно до алгоритму (9) або (10), є максимально повним (особливо при незначних відхиленнях параметрів від номінальних значень), так що у результаті такого контролю можуть бути знайдені значення усіх параметрів z_i (або q_j), які характеризують технічний стан ДС.

У багатьох випадках відсутня необхідність у глибокому контролі, за результатами якого отримуємо значення усіх параметрів z_i або q_j, а можливо обмежитися тільки визначення сумарної характеристики відхилень всіх параметрів ДС. Одною з таких можливих сумарних характеристик є сумарна величина квадратів відхилень параметрів від номінальних значень, зважена відповідно до коефіцієнтів значимості (ваги) кожного параметра:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \gamma_j \Delta q_j^2. \quad (12)$$

У цій формулі Δq_j є відхиленнями параметрів від номінальних значень, а коефіцієнти γ_j – відповідні коефіцієнти значимості (ваги). У більш загальному випадку величина Z може бути зваженою сумою квадратів відхилень параметрів $\Delta z_i(q)$ від номінальних значень:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i \Delta z_i^2, \quad (13)$$

де Δz_i є відхилення від номінальних значень.

При лінійній залежності параметрів z_i від q_j співвідношення (13) запишемо:

$$Z = \sum_{i,j=1}^{n} \gamma_{ji} q_j q_i, \quad (14)$$

де $$\gamma_{ji} = \sum_{k=1}^{n} \gamma_k \alpha_{kj} \alpha_{ki} .$$

Отримане співвідношення несуттєво відрізняється від (12) і вибором інших змінних q'_j може бути приведено до його вигляду. Тому розглянемо тільки співвідношення (12). Введемо позначення q_j^* для апостеріорного середнього параметру q_j і через Δq_j відхилення від цього середнього, так що $q_j = q_j^* + \Delta q_j$. Формулу (14) можна записати в наступному вигляді:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \gamma_j \left(q_j^* + \Delta q_j\right)^2 . \qquad (15)$$

Величина Z є випадковою та її закон розподілу залежить від закону розподілу відхилень Δq_j, тобто від апріорної функції розподілу $\rho(q/y)$:

$$\rho(z) = \int_0^n \rho(\Delta q / y) \xi \left[Z - \sum_{j=1}^{n} \gamma_j \left(q_j^* + \Delta q_j\right)^2 \right] \prod_{j=1}^{n} d\Delta q_j . \qquad (16)$$

Таким чином, для оцінки z^* отримаємо

$$z^* = \sum_{j=1}^{n} \gamma_j \left(q_j^*\right)^2 + \sigma_\xi^2 \sum_{i,j=1}^{n} \gamma_j P_{ji}^{-1} . \qquad (17)$$

Отже, отримане співвідношення (17) може бути використане як алгоритм роботи аналізатора вихідного сигналу ДС при визначенні їх технічного стану.

Висновки

Запропоновані методи обробки вихідного сигналу ДС, що контролюються, пропонується використовувати для контролю (визначення) параметрів систем за критерієм максимальної інформації, яка є у вихідному сигналі. З іншого боку, обробка цієї сукупності миттєвих значень ведеться так, щоб забезпечити мінімальну при даному рівні перешкоди похибку (зменшення впливу перешкоди при використанні оптимальної методики забезпечується, як видно з (9) і (10), застосуванням кореляційної фільтрації вихідного сигналу).

Тому розглянуті методи обробки вихідних сигналів при контролі (визначенні) технічного стану динамічних систем мають найбільшу серед усіх методів перешкодозахищеність і тому є оптимальними.

Список літератури

1. *Чинков В.М. Дослідження та обґрунтування критеріїв оптимізації вимірювальних сигналів для контролю технічного стану систем автоматичного управління / В.М. Чинков, С.В. Герасимов // Український метрологічний журнал. – 2013. – № 4. – С. 43-47.*
2. *Чинков В.М. Варіаційний метод і методики синтезу оптимального вимірювального сигналу для контролю технічного стану системи автоматичного управління / В.М. Чинков, С.В. Герасимов // Український метрологічний журнал. – 2014. – № 1. – С. 59-64.*
3. *Герасимов С.В. Розрахунок функції розподілу вихідного сигналу об'єкту контролю при визначенні його технічного стану / С.В. Герасимов // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2014. – Вип. 1 (117). – С. 13-17.*
4. *Бронштейн И.Н. Справочник по математике / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука, 1986. – 544 с.*

Надійшла до редколегії 16.07.2014

Рецензент: д-р техн. наук, доц. М.А. Павленко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

МЕТОД АНАЛИЗА ВЫХОДНОГО СИГНАЛА ПРИ НОРМАЛЬНЫХ ЗАКОНАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОМЕХИ И ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

С.В. Герасимов, А.И. Тимочко

Предложен усовершенствованный метод обработки выходных сигналов при определении технического состояния динамических систем. Разработанный методы позволяет упростить оптимальные методы обработки выходных сигналов для случая нормальных распределений помехи и параметров контроля динамических систем. Этот метод позволяет повысить помехозащищенность и точность при обработке выходных измерительных сигналов и повысить оперативность определения технического состояния динамических систем.

Ключевые слова: *выходной измерительный сигнал, контроль технического состояния, динамические системы.*

METHOD OF EVALUATION OF OUTPUT CALL AT NORMAL LAWS OF DISTRIBUTION NOISE BACKGROUND AND CHARACTERISTICS OF DYNAMIC COLLECTIONS

S.V. Gerasimov, A.I. Tymochko

The improved method of treatment of output calls is offered at definition of engineering condition of dynamic collections. Designed allows to simplify methods optimum methods of treatment of output calls for the case of normal distributions of noise background and characteristics of check of dynamic collections. This method allows to improve protecting from a noise and exactness at treatment of output measuring calls and to decrease time of definition of engineering condition of dynamic collections.

Keywords: *output measuring call, check of engineering condition, dynamic collections.*