УДК 681.142.01

В.А. Краснобаев[1], А.С. Янко[1], С.А. Кошман[2], С.В. Сомов[1], Ю.П. Бендес[1]

[1]*Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка, Полтава*
[2]*Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко, Харьков*

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ ДАННЫХ, ФУНКЦИОНИРУЮЩЕЙ В СИСТЕМЕ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ

В данной статье производится расчет и исследование производительности компьютерных систем обработки целочисленных данных (КСОЦД), функционирующих в непозиционной системе счисления в остаточных классах (СОК) и в двоичной позиционной системе счисления (ПСС). Результаты исследований показали, что использование СОК в качестве системы счисления КСОЦД позволяет существенно, по сравнению ПСС, повысить производительность обработки данных, которые представлены в целочисленном виде.

Ключевые слова: *компьютерная система обработки целочисленных данных, система остаточных классов, производительность вычислительной системы.*

Введение

Важной характеристикой вычислительной системы (ВС) является ее пользовательская производительность. Пользовательская производительность ВС определяется количеством вычислительной работы за единицу времени при решении одной конкретной задачи. Важнейшими факторами, влияющими на производительность ВС являются в первую очередь такие факторы, как: тактовая частота роботы процессора ВС, число команд программы (задачи, алгоритма) и число тактов для выполнения одной команды (среднее время выполнения одной команды). В свою очередь команда состоит из последовательности арифметических и других операций. В общем случае можно сказать, что количественно производительность ВС зависит от тактовой частота роботы процессора и от времени реализации арифметических и других операций, входящих в состав команды программы. В статье под производительностью понимается производительность процессора КСОЦД [1, 2].

Известно, что использование непозиционной системы счисление в классе вычетов (СОК) в компьютерной системе обработки целочисленных данных (КСОЦД) позволяет существенно повысить быстродействие реализации целочисленных арифметических операций. В тоже время требуется практическое подтверждение эффективности применения СОК для повышения производительности КСОЦД при обработке целочисленных данных. Поэтому задача расчета и сравнительного анализа производительности КСОЦД, функционирующей в СОК и в обычной двоичной позиционной системе счисления (ПСС), для конкретных вычислительных алгоритмов является актуальной и практически важной задачей.

Основная часть

Расчет и сравнительный анализ производительности КСОЦД, функционирующих в СОК и в двоичной ПСС, будем проводить на примере решения задачи определения оптимальной (кратчайшей) длины пути между любой парой узлов телекоммуникационной сети, представленной в виде неориентированного графа.

Суть данной задачи состоит в определении оптимальной (кратчайшей) длины пути между любой парой узлов телекоммуникационной сети, представленной в виде неориентированного графа. Задача решается матричным методом (метод В.Г. Лазарева), который требует знания структуры ТКС в целом и поэтому наиболее часто применяется при централизованном управлении. Он определяет дистанционную (матрица решений, матрица кратчайших длин путей, дисперсионная матрица) матрицу. При матричном методе проводятся операции над матрицей L длин ветвей сети, а оптимизируемым параметром является длина пути между любой парой узлов графа, где исходная матрица длин путей представляется в виде:

$$L^{(1)} = \left|l_{ij}\right|^{(1)},$$

где численное значение произвольного элемента $l_{ij}^{(1)}$ исходной матрицы L определяет в условных единицах расстояние между узлами i и j. Если узлы i и j не соседние (отсутствует ребро), то $l_{ij} = \infty$. Расстояние внутри узла считается нулевым ($l_{ii} = 0$). Длину кратчайших путей между всеми парами узлов сети можно определить путем использования так называемой операцией "возведения исходной матрицы L^{I} в R-ую степень" ($R \leq (N-1)$), т.е. число итераций R не может превышать значения $N-1$ (N – число узлов графа).

Обычное возведение матрицы в степень есть последовательное умножение ее саму на себя $(R-1)-n$ раз (умножение "слева", т.е. $L^{(R)} = L^{(1)} \cdot L^{(R-1)}$). Если $l_{im}^{(1)}$ – элемент i-й строки и m-го столбца матрицы $L^{(1)}$, а $l_{mj}^{(R-1)}$ – элемент m-й строки и j-го столбца матрицы $L^{(R-1)}$, то, по правилу умножения матриц, элемент $l_{ij}^{(R^*)}$ матрицы $L^{(R)}$ равен:

$$\begin{aligned} l_{ij}^{(R^*)} &= l_{i1}^{(1)} \cdot l_{1j}^{(R-1)} + l_{i2}^{(1)} \cdot l_{2j}^{(R-1)} + \ldots + \\ &+ l_{im}^{(1)} \cdot l_{mj}^{(R-1)} + \ldots + l_{iN}^{(1)} \cdot l_{Nj}^{(R-1)}. \end{aligned} \tag{1}$$

В случае решения задачи маршрутизации в выражении (1) для определения значения $l_{ij}^{(R^*)}$ заменим операцию "умножение" обычным сложением, а операцию "сложения" – выбором минимума из полученных значений сумм:

$$l_{ij}^{(R)} = \min\left\{\sum_{i,j}^{N}\left(l_{im}^{(1)} + l_{mj}^{(R-1)}\right)\right\},\ m = \overline{1, N}. \tag{2}$$

Покажем, что значение $l_{in}^{(R)}$ равно "весу" x_{in} узла i по отношению к выделенному узлу n, т.е. минимальному расстоянию до него. Действительно,

$$\begin{cases} x_{in}^{(1)} = l_{in}^{(1)}, \\ x_{in}^{(2)} = \min\limits_{m}\left(l_{im}^{(1)} + x^{(1)}{}_{mn}\right) = \\ \qquad = \min\limits_{m}\left(l_{im}^{(1)} + l^{(1)}{}_{mn}\right) = l_{in}^{(2)}, \\ \qquad \vdots \\ x_{in}^{(R)} = \min\limits_{m}\left(l_{im}^{1} + x_{mn}^{R-1}\right) = \\ \qquad = \left(l_{im}^{(1)} + l^{(R-1)}{}_{mn}\right) = l_{in}^{(R)}. \end{cases} \tag{3}$$

Следовательно, значение $l_{ij}^{(R)}$, при $R \le N-1$ (R – число проходимых ветвей графа) является длиной кратчайшего пути между узлом i и узлом j ТКС.

Для конкретной сети вычисляют матрицу, $L^{(R)}$ для которой $L^{(R)} = L^{(R-1)}$.

В этом случае получим матрицу решений. После этого вычисления прекращаются. Как видно, базовая операция (2) для данного целочисленного алгоритма состоит из двух основных операций сложения и сравнения.

Общее количество базовых операций типа

$$c_{ij} = \sum_{i,j}^{N}(a_{ik} \cdot b_{kj}) = a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + $$
$$+ a_{i3} \cdot b_{3j} + \ldots + a_{iN} \cdot b_{Nj} \quad (i, j = \overline{1, N}),$$

равно N^2.

Отметим, что приведенный матричный метод оптимизации может быть использован не только для отыскания пути минимальной длины, но и самого надежного пути – пути с минимальным значением вероятности потерь сообщений. Для этого необходимо найти такой путь, в котором произведение вероятностей ω_{ij} исправного состояния отдельных его участков l_{ij} имеет максимальную величину:

$$P_K = \max\prod_{\rho=1}^{n}\omega_{ij}, \tag{4}$$

где n – число транзитных участков K-го в пути ($K = 1, 2, 3, \ldots$).

На основании использования формулы (2), рассмотрим метод быстрой (ускоренной) реализации алгоритма маршрутизации. В этом случае во времени совмещаются все операции сложения вида $\left\{l_{im}^{(1)} + l_{mj}^{(R-1)}\right\}$ (рис. 1).

Время $T_{\text{марш.}}^{(\text{ПСС})}$ решения алгоритма маршрутизации в ПСС (определения длины кратчайшего пути между произвольной парой вершин графа) в соответствии с выражением (2), (3) определится формулой

$$\begin{aligned} T_{\text{марш.}}^{(\text{ПСС})} &= \tau_{\text{сл.}}^{(\text{ПСС})} + N_{\text{ср.}} \cdot \tau_{\text{ср.}}^{(\text{ПСС})} = \\ &= (2 \cdot \rho - 1) \cdot \tau + \left(\left]\log_2 N\right[\right) \cdot 5\tau/2 \end{aligned}$$

или
$$T_{\text{марш.}}^{(\text{ПСС})} = \frac{\left[2 \cdot (2\rho - 1) + 5\left(\left]\log_2 N\right[\right)\right] \cdot \tau}{2}. \tag{5}$$

Используя выражения (2), (3) определим время $T_{\text{марш.}}^{(\text{СОК})}$ реализации алгоритма маршрутизации в СОК, которое представится в виде выражения

$$\begin{aligned} T_{\text{марш.}}^{(\text{СОК})} &= \tau_{\text{сл.}}^{(\text{СОК})} + N_{\text{ср.}} \cdot \tau_{\text{ср.}}^{(\text{СОК})} = \\ &= \tau_T + N_{\text{ср.}} \cdot \tau_{\text{ср.}}^{(\text{СОК})} = \tau_И + N_{\text{ср.}} \cdot \tau_{\text{ср.}}^{(\text{СОК})} = \\ &= \tau/2 + \left(\left]\log_2 N\right[\right) \cdot 5 \cdot \tau \end{aligned}$$

или
$$T_{\text{марш.}}^{(\text{СОК})} = \frac{\left\{1 + \left(\left]\log_2 N\right[\right) \cdot 10\right\} \cdot \tau}{2}. \tag{6}$$

Эффективность $K_{\text{эфф.}}^{(1)}$ применения СОК для повышения производительности реализации алгоритма маршрутизации можно определить выражением

$$\begin{aligned} K_{\text{эфф.}}^{(1)} &= T_{\text{марш.}}^{(\text{ПСС})} \Big/ T_{\text{марш.}}^{(\text{СОК})} = \\ &= \frac{2 \cdot (2 \cdot \rho - 1) + 5 \cdot \left(\left]\log_2 N\right[\right)}{1 + 10 \cdot \left(\left]\log_2 N\right[\right)}. \end{aligned} \tag{7}$$

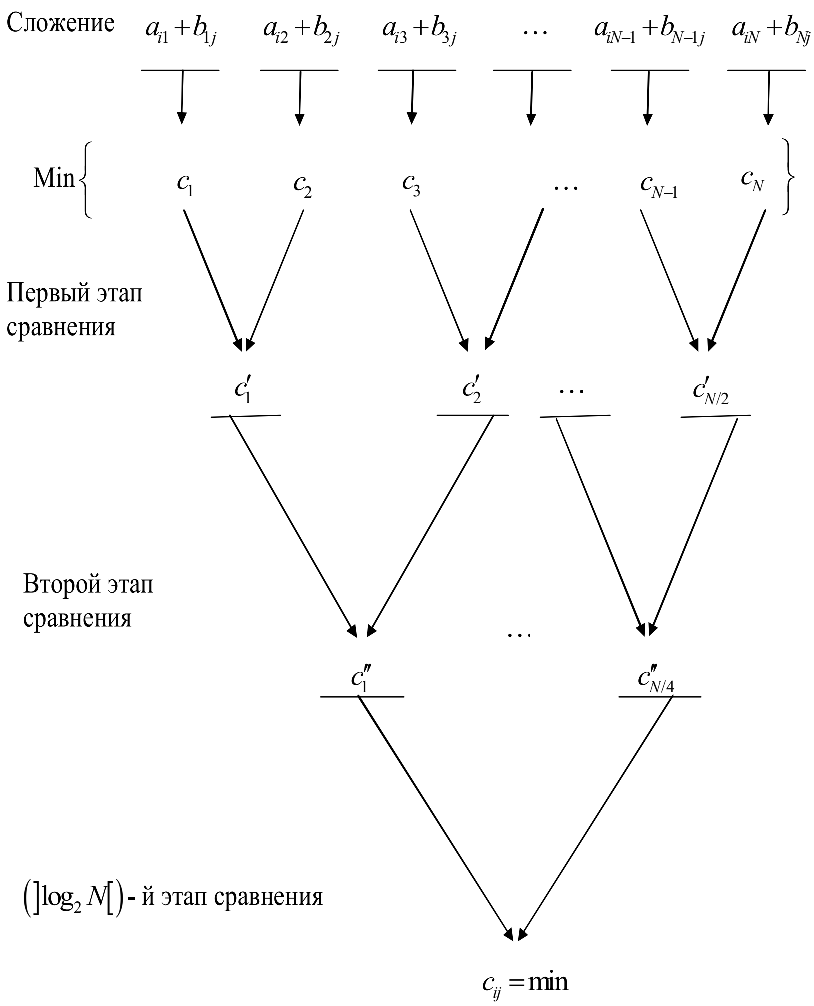

Рис. 1. Схема реализации алгоритма ускоренной маршрутизации

Вариант 1. Расчет для $l = 1$ $(\rho = 8)$, где $N = 2$:

$$K^{(1)}_{\text{эфф.}} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 8 - 1) + 5 \cdot \left(\left]\log_2 2\right[\right)}{1 + 10 \cdot \left(\left]\log_2 2\right[\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot (16 - 1) + 5}{1 + 10} = \frac{35}{11} = 3{,}18.$$

Пусть $N = 4$. В этом случае коэффициент эффективности равен

$$K^{(1)}_{\text{эфф.}} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 8 - 1) + 5 \cdot \left(\left]\log_2 4\right[\right)}{1 + 10 \cdot \left(\left]\log_2 4\right[\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 15 + 5 \cdot 2}{1 + 10 \cdot 2} = \frac{40}{21} \approx 1{,}9\ .$$

Пусть $N = 8$.

$$K^{(1)}_{\text{эфф.}} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 8 - 1) + 5 \cdot \left(\left]\log_2 8\right[\right)}{1 + 10 \cdot \left(\left]\log_2 8\right[\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 15 + 5 \cdot 3}{1 + 10 \cdot 3} = \frac{45}{31} = 1{,}4\ .$$

Пусть $N = 10$.

$$K^{(1)}_{\text{эфф.}} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 8 - 1) + 5 \cdot \left(\left]\log_2 10\right[\right)}{1 + 10 \cdot \left(\left]\log_2 10\right[\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 15 + 5 \cdot 4}{1 + 10 \cdot 4} = \frac{50}{41} = 1{,}2\ .$$

Пусть $N = 100$.

$$K^{(1)}_{\text{эфф.}} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 8 - 1) + 5 \cdot \left(\left]\log_2 100\right[\right)}{1 + 10 \cdot \left(\left]\log_2 100\right[\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 15 + 5 \cdot 7}{1 + 10 \cdot 7} = \frac{65}{71} = 0{,}91\ .$$

Вариант 2. Расчет для $l = 2$ $(\rho = 16)$, где $N = 2$:

$$K^{(1)}_{\text{эфф.}} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 16 - 1) + 5 \cdot \left(\left]\log_2 2\right[\right)}{1 + 10 \cdot \left(\left]\log_2 2\right[\right)} =$$

$$\frac{2 \cdot (32 - 1) + 5}{1 + 10} = \frac{62 + 5}{11} = 6\ .$$

Пусть $N = 4$. В этом случаи коэффициент эффективности равен

$$K^{(1)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 16-1)+5\cdot(]\log_2 4[)}{1+10\cdot(]\log_2 4[)} =$$

$$= \frac{2\cdot 31+5\cdot 2}{1+10\cdot 2} = \frac{72}{21} = 3{,}4\,.$$

Пусть $N = 8$.

$$K^{(1)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 16-1)+5\cdot(]\log_2 8[)}{1+10\cdot(]\log_2 8[)} =$$

$$= \frac{2\cdot 31+5\cdot 3}{1+10\cdot 3} = \frac{77}{31} = 2{,}5\,.$$

Пусть $N = 10$.

$$K^{(1)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 16-1)+5\cdot(]\log_2 10[)}{1+10\cdot(]\log_2 10[)} =$$

$$= \frac{2\cdot 31+5\cdot 4}{1+10\cdot 4} = \frac{82}{41} = 2\,.$$

Пусть $N = 100$.

$$K^{(1)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 16-1)+5\cdot(]\log_2 100[)}{1+10\cdot(]\log_2 100[)} =$$

$$= \frac{2\cdot 31+5\cdot 7}{1+10\cdot 7} = \frac{62+35}{71} = 1{,}4\,.$$

Вариант 3. Расчет для $1 = 3$ $(\rho = 24)$, где $N = 2$:

$$K^{(3)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 24-1)+5\cdot(]\log_2 2[)}{1+10\cdot(]\log_2 2[)} =$$

$$= \frac{2\cdot(48-1)+5}{1+10} = \frac{99}{11} = 9\,.$$

Пусть $N = 4$. В этом случае коэффициент эффективности равен

$$K^{(3)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 24-1)+5\cdot(]\log_2 4[)}{1+10\cdot(]\log_2 4[)} =$$

$$= \frac{2\cdot 47+5\cdot 2}{1+10\cdot 2} = \frac{94+10}{21} = 4{,}9\,.$$

Пусть $N = 8$.

$$K^{(3)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 24-1)+5\cdot(]\log_2 8[)}{1+10\cdot(]\log_2 8[)} =$$

$$= \frac{2\cdot 47+5\cdot 3}{1+10\cdot 3} = \frac{94+15}{31} = 3{,}5\,.$$

Пусть $N = 10$.

$$K^{(3)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 24-1)+5\cdot(]\log_2 10[)}{1+10\cdot(]\log_2 10[)} =$$

$$= \frac{2\cdot 47+5\cdot 4}{1+10\cdot 4} = \frac{94+20}{41} = 2{,}8\,.$$

Пусть N=100.

$$K^{(1)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 24-1)+5\cdot(]\log_2 100[)}{1+10\cdot(]\log_2 100[)} =$$

$$= \frac{2\cdot 47+5\cdot 7}{1+10\cdot 7} = \frac{94+35}{71} = 1{,}8\,.$$

Вариант 4. Расчет для $1 = 4$ $(\rho = 32)$, $N = 2$:

$$K^{(4)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 32-1)+5\cdot(]\log_2 2[)}{1+10\cdot(]\log_2 2[)} =$$

$$= \frac{2\cdot(64-1)+5}{1+10} = \frac{126+5}{11} = 11{,}9\,.$$

Пусть $N = 4$. В этом случаи коэффициент эффективности равен

$$K^{(4)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 32-1)+5\cdot(]\log_2 4[)}{1+10\cdot(]\log_2 4[)} =$$

$$= \frac{2\cdot 63+5\cdot 2}{1+10\cdot 2} = \frac{126+10}{21} = 6{,}5\,.$$

Пусть $N = 8$.

$$K^{(4)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 32-1)+5\cdot(]\log_2 8[)}{1+10\cdot(]\log_2 8[)} =$$

$$= \frac{2\cdot 63+5\cdot 3}{1+10\cdot 3} = \frac{126+15}{31} = 4{,}5\,.$$

Пусть $N = 10$.

$$K^{(4)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 32-1)+5\cdot(]\log_2 10[)}{1+10\cdot(]\log_2 10[)} =$$

$$= \frac{2\cdot 63+5\cdot 4}{1+10\cdot 4} = \frac{126+20}{41} = 3{,}5\,.$$

Пусть N=100.

$$K^{(4)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 32-1)+5\cdot(]\log_2 100[)}{1+10\cdot(]\log_2 100[)} =$$

$$= \frac{2\cdot 63+5\cdot 7}{1+10\cdot 7} = \frac{126+35}{71} = 2{,}3\,.$$

Вариант 5. Расчет для $1 = 8$ $(\rho = 64)$, $N = 2$

$$K^{(8)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 64-1)+5\cdot(]\log_2 2[)}{1+10\cdot(]\log_2 2[)} =$$

$$= \frac{2\cdot(128-1)+5}{1+10} = \frac{254+5}{11} = 23{,}54\,.$$

Пусть $N = 4$.

$$K^{(8)}_{\text{эфф.}} = \frac{2\cdot(2\cdot 64-1)+5\cdot(]\log_2 4[)}{1+10\cdot(]\log_2 4[)} =$$

$$= \frac{2\cdot 127+5\cdot 2}{1+10\cdot 2} = \frac{254+10}{21} = 12{,}5\,.$$

Пусть $N = 8$.

$$K_{эфф.}^{(8)} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 64 - 1) + 5 \cdot \left(\left]\log_2 8\right[\right)}{1 + 10 \cdot \left(\left]\log_2 8\right[\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 127 + 5 \cdot 3}{1 + 10 \cdot 3} = \frac{254 + 15}{31} = 8,6 .$$

Пусть $N = 10$.

$$K_{эфф.}^{(8)} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 64 - 1) + 5 \cdot \left(\left]\log_2 10\right[\right)}{1 + 10 \cdot \left(\left]\log_2 10\right[\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 127 + 5 \cdot 4}{1 + 10 \cdot 4} = \frac{254 + 20}{41} = 6,7 .$$

Пусть $N = 100$.

$$K_{эфф.}^{(8)} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 64 - 1) + 5 \cdot \left(\left]\log_2 100\right[\right)}{1 + 10 \cdot \left(\left]\log_2 100\right[\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 127 + 5 \cdot 7}{1 + 10 \cdot 7} = \frac{254 + 35}{71} = 4 .$$

Результаты расчета и сравнительного анализа эффективности использования СОК представлены в табл. 1.

Таблица 1

Расчетные данные
и сравнительный анализ эффективности использования СОК

N	$l=1$			$l=2$			$l=3$			$l=4$			$l=8$		
	$T_{марш.}^{(ПСС)}$	$T_{марш.}^{(СОК)}$	$K_{эфф}^{(l)}$	$T_{марш.}^{(ПСС)}$	$T_{марш.}^{(СОК)}$	$K_{эфф}^{(l)}$	$T_{марш.}^{(ПСС)}$	$T_{марш.}^{(СОК)}$	$K_{эфф}^{(l)}$	$T_{марш.}^{(ПСС)}$	$T_{марш.}^{(СОК)}$	$K_{эфф}^{(l)}$	$T_{марш.}^{(ПСС)}$	$T_{марш.}^{(СОК)}$	$K_{эфф}^{(l)}$
2	17,5	5,5	3,18	33,5	5,5	6	49,5	5,5	9	65,5	5,5	11,9	129	5,5	23,5
4	20	10,5	1,9	36	10,5	3,4	52	10,5	4,9	68	10,5	6,5	132	10,5	12,5
8	22,5	15,5	1,4	38,5	15,5	2,5	54,5	15,5	3,5	70,5	15,5	4,5	134	15,5	8,6
10	25	20,5	1,2	41	20,5	2	57	20,5	2,8	73	20,5	3,5	137	20,5	6,7
100	32,5	35,5	-	48,5	35,5	1,4	64,5	35,5	1,8	80,5	35,5	2,3	144	35,5	4

Выводы

Анализ полученных в статье результатов расчетов и исследований производительности КСОЦД, функционирующих в СОК и в двоичной ПСС, показали следующее. С точки зрения повышения производительности ВС в качестве системы счисления КСОЦД предпочтительно использовать СОК.

Список литературы

1. Акушский И.Я. Машинная арифметика в остаточных классах / И.Я. Акушский, Д.И. Юдицкий. - М.: Сов. Радио, 1968. – 440 с.

2. Краснобаев В.А. Методы повышения надежности специализированных ЭВМ систем и средств связи / В.А. Краснобаев. – Х., МО СССР. 1990. – 173 с.

Поступила в редколлегию 27.12.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.А. Кучук, Харьковский университет Воздушных Сил им. Ивана Кожедуба, Харьков.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОДУКТИВНОСТІ КОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ ОБРОБКИ ЦІЛОЧИСЛОВИХ ДАНИХ, ЩО ФУНКЦІОНУЄ У СИСТЕМІ ЗАЛИШКОВИХ КЛАСІВ

В.А. Краснобаєв, А.С. Янко, С.О. Кошман, С.В. Сомов, Ю.П. Бендес

У даній статті проводиться розрахунок і дослідження продуктивності комп'ютерних систем обробки цілочислових даних (КСОЦД), що функціонують у непозиційній системі числення в залишкових класах (СЗК) і в двійковій позиційній системі числення (ПСЧ). Результати досліджень показали, що використання СЗК в якості системи числення КСОЦД дозволяє істотно, порівняно з ПСЧ, підвищити продуктивність обробки даних, що представлені у цілочисловому вигляді.

***Ключові слова:** комп'ютерна система обробки цілочислових даних, система залишкових класів, продуктивність обчислювальної системи.*

RESEARCH OF CAPABILITY OF COMPUTER SYSTEM OF INTEGER DATA PROCESSING, WHICH FUNCTION IN RESIDUE NUMBER SYSTEM

V.A. Krasnobayev, A.S. Yanko, S.A. Koshman, S.V. Somov, Y.P. Bendes

Calculation and research of the capability of computer systems of integer data processing (CSIDP) which function in non-positional number system in residue classes (RNS) and in binary positional number system (PNS) are performed in this article. The results showed, the use of RNS as radix CSIDP can significantly compared PNS improve capability of data processing which represented in integer form.

***Keywords:** computer system of integer data processing, residue number system, capability of computer system.*