

УДК 515.122.4: 004.891.2

В.Г. Малюга<sup>1</sup>, В.В. Грідіна<sup>1</sup>, О.М. Козак<sup>2</sup><sup>1</sup> Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків<sup>2</sup> Командування Повітряних Сил Збройних сил України, Вінниця

## СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ СКЛАДНИХ ІЄРАРХІЧНИХ СИСТЕМ В ПРОЦЕСІ ПЛАНУВАННЯ ВОГНЕВОГО УРАЖЕННЯ

Розглянуто задачу структурного аналізу складних ієрархічних систем, показано, що об'єкти противника, які підлягають вогневому ураженню є складною ієрархічною системою. Запропоновано математичну модель складної ієрархічної системи, що ґрунтується на представленні у вигляді  $k$ -гіпермережі. Для даної моделі розв'язана задача підняття відображення алгебраїчної топології, доведено, що наявність розв'язання даної задачі і відповідає наявності зв'язку у складній ієрархічній системі. Дані математичні моделі можуть бути використані при розробці алгоритмів системи підтримки прийняття рішень в частині планування вогневого ураження противника.

**Ключові слова:** вогневе ураження, зв'язаність, комплекс, множина, об'єкт ураження, планування, структурний аналіз, системний аналіз, складна система, топологія.

### Вступ

**Постановка проблеми та аналіз літературних джерел.** В останній час задача вогневого ураження об'єктів противника набуває особливого значення для Збройних Сил України. Об'єктами удару зазвичай вибираються типові об'єкти (скупчення військ, табори, блок-пости, пункти управління, об'єкти інфраструктури), однак не слід забувати, що військовий організм противника – це, насамперед система, яка функціонує, згідно теорії систем, для досягнення певної мети. При цьому слід зауважити, що всі об'єкти взаємопов'язані між собою, наявність зв'язку і визначає спроможність об'єктів об'єднуватися у систему.

Планування вогневого ураження повинно проводитися з урахуванням зв'язків для ураження саме тих об'єктів противника, що визначають структурну стійкість системи та її здатність до функціонування за призначенням.

Дана стаття є продовженням досліджень [1 – 3] щодо застосування методів когнітивного та полієдрального аналізу для оцінки структурної складності систем противника для планування вогневого ураження. Відносно статичної системи біли розглянуті методи, що зводяться до застосування  $q$ -аналізу [1] та отримання значень показника ексцентриситету симплексів [2], за яким можна отримати ранжування об'єктів по важливості. Звичайно, такі моделі були спрощеними відносно такої складної системи як противник. Традиційно теоретичним підґрунтям досліджень є література з когнітивного аналізу [4], системного аналізу [5], топології [6] та схожі дослідження, що виконувалися для задач оцінки структурної складності та топології інформаційно-комунікаційних мереж, пошуку критичних точок для автотраєкторій [4].

**Метою статті** є розробка математичних моделей та методів дослідження структур ієрархічних систем та їх зв'язаності.

### Основна частина

У випадку, коли множина елементів об'єднана в систему по певній ознаці, то завжди можна ввести деякі додаткові ознаки для поділу цієї множини на підмножини, виділяючи тим самим із системи її складові частини - підсистеми. Можливість багаторазового розподілу системи на підсистеми приводить до того, що будь-яка система містить ряд підсистем, отриманих виділенням з вихідної системи. У свою чергу, ці підсистеми складаються з більше дрібних підсистем.

Підсистеми, отримані виділенням з однієї вихідної системи, відносять до підсистем одного рівня або рангу. При подальшому розподілі одержуємо підсистеми більше низького рівня. Такий розподіл і називають ієрархією [5]. Відмітимо, що одну і ту ж саму систему можна ділити на підсистеми по-різному - це залежить від обраних правил об'єднання елементів у підсистеми. Раціональним буде застосування правила, що забезпечує системі, яка аналізується, для максимальної ефективності досягнення мети.

При розподілі системи на підсистеми варто дотримувати наступних правил такої розбивки:

- кожна підсистема повинна реалізовувати єдину функцію системи;
- виділена в підсистему функція повинна бути логічна та зрозуміла незалежно від складності її реалізації;
- зв'язок між підсистемами повинен вводитися тільки при наявності зв'язку між відповідними функціями системи;
- зв'язки між підсистемами повинні бути простими (наскільки це можливо).

Кількість рівнів та підсистем кожного рівня може бути різним. Однак завжди необхідно дотримувати одне важливе правило: підсистеми, що безпосередньо входять в одну систему більшого рівня, діючи спільно, повинні виконувати всі функції цієї системи, у яку вони входять.

Таким чином, ієрархічна система - це багаторівнева форма організації об'єктів з суворою відповідністю об'єктів нижнього рівня певному об'єкту верхнього рівня (рис. 1).

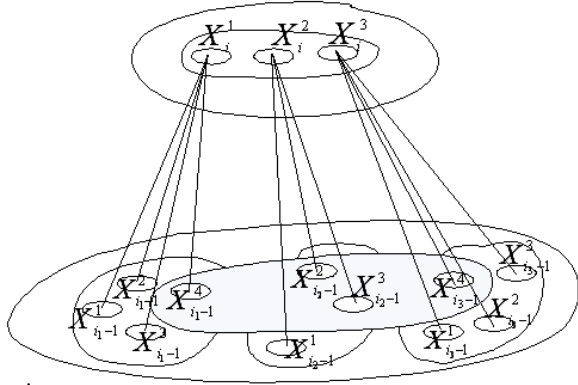


Рис. 1. Взаємний зв'язок вершин (вертикальний та горизонтальний) у ієрархічній системі

Наявність ребер  $(X_i^k, X_{i-1}^k)$ , де  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $k = \overline{1, l}$  визначає вертикальні зв'язки, а існування окремих підсистем виду

$$\bigcap_{k=1}^l X_i^k = (X_i^1, X_i^2, X_i^3)$$

та

$$X_{i-1}^k \cap X_{i-2}^k \cap X_{i-3}^k = (X_{i-1}^4, X_{i-2}^2, X_{i-2}^3, X_{i-3}^4)$$

визначає горизонтальні зв'язки ієрархічних систем, де  $i$  - кількість рівнів, а  $j$  - кількість підсистем кожного рівня, при цьому  $k$  - це кількість елементів в кожній підсистемі ієрархічної системи.

Між ієрархічною організацією системи противника в рішенні задачі планування вогневого ураження та способом зв'язку її підсистем існує очевидна залежність. Тому виникає задача розширення поняття топологічної зв'язаності для урахування ієрархічного аспекту. Пропонується використовувати теоретико-множинне поняття покриття [3].

Існує можливість визначення ієрархії  $H$  за допомогою відношення  $\mu$ , що задається за допомогою умови  $(X_i^k, x_j) \in \mu$  в тому випадку, коли  $x_j \in X_i^k$ . Дана ідея може бути використана та розповсюджена і на додаткові рівні ієрархії та зв'язки між рівнями, тобто існування елементів  $x_j \in A_i$  визначає наявність шарів в ієрархії, а існування відношення  $\mu$  зв'язки між ними (рис. 2).

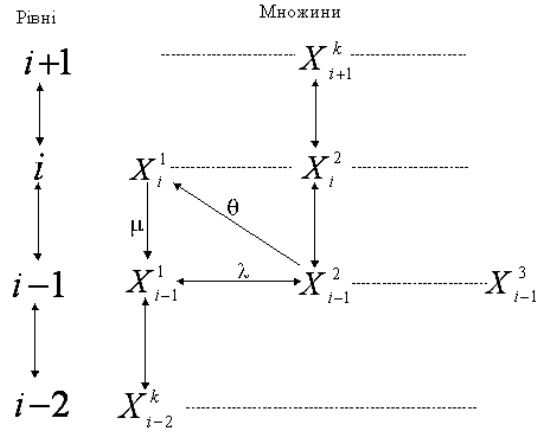


Рис. 2. Рівні ієрархії множин та відношень

Таким чином, отримується розширення деякого ієрархічного простору, що визначається таким чином: розширення є трійка  $(X_i^k, \mu, X_{i-1}^k)$ , де  $\mu : X_i^k \rightarrow X_{i-1}^k$  відображення. При цьому простір  $X_{i-1}^k$  є базою розширення, а  $X_i^k$  - простором розширення, відображення  $\mu$  - проекцією розширення. Для кожної точки  $x^k \in X_{i-1}^k$  простір  $\mu^{-1}(x^k)$  є шаром розширення над точкою  $x^k$ .

Для наочного представлення ієрархічності багаторівневої системи та пошуку зв'язків, що визначають зв'язок між шарами та структурну складність системи противника застосуємо модель, що представлена в [7]. Зміст даної моделі полягає у визначенні поняття ієрархічної  $k$ -гіпермережі у вигляді послідовності відображень гіперграфів.

$$\{\Phi_i\} : WS_k \xrightarrow{\Phi_k} WS_{k-1} \xrightarrow{\Phi_{k-1}} WS_{k-2} \xrightarrow{\Phi_{k-2}} \dots \xrightarrow{\Phi_3} WS_2 \xrightarrow{\Phi_2} WS_1 \xrightarrow{\Phi_1} PS \quad (1)$$

$$PS = (X, V; R) \equiv WS_0 = (Y_0, R_0; W_0);$$

де

$$WS_1 = (Y_1, R_1; W_1);$$

$$WS_2 = (Y_2, R_2; W_2); \dots; WS_k = (Y_k, R_k; W_k).$$

Вираз

$$AS_k = (PS, WS_1, WS_2, \dots, WS_k; \Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_k)$$

де  $Y_k \subseteq Y_{k-1} \subseteq Y_{k-2} \subseteq \dots \subseteq Y_1 \subseteq X, \forall i \in \overline{1, k}$

$$\forall r^i \in R_i, \exists \{r^{i-1}\} \subseteq R_{i-1}, W_{i-1}(\{r^{i-1}\}) \& \{r^{i-1}\}$$

визначають зв'язну частину гіперграфа  $WS_{i-1}$ .

Таким чином, маємо послідовність вкладених один в одній гіперграфів  $WS_i$ , тобто

$$WS_k \subset WS_{k-1} \subset WS_{k-2} \subset \dots \subset WS_2 \subset WS_1 \subset PS.$$

Для аналізу зв'язаності таких ієрархічних структур використовується задача підняття відображень алгебраїчної топології, яка є відомою [7] і в межах статті приводиться не буде. Графічно задачу підняття відображення  $\Phi_i$  для ієрархічної  $k$ -гіпермережі можна представити у вигляді (рис. 3).

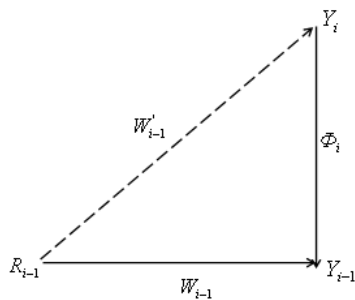


Рис. 3. Графічна інтерпретація задачі підняття відображення алгебраїчної топології

Відображення  $\mu, \lambda$  та  $\theta$  на рис. 2. відповідають відображенням  $\Phi_i, W_{i-1}$  та  $W'_{i-1}$  на рис. 3.

Задача підняття відображення алгебраїчної топології, що показана на рис. 3 має рішення для довільного простору  $R_{i-1}$  та довільного відображення  $W_{i-1} : R_{i-1} \rightarrow Y_{i-1}, i = (\overline{1, k})$  у випадку, коли відображення  $\Phi_i : WS_i \rightarrow WS_{i-1}$  або  $\Phi_i : Y_i \rightarrow Y_{i-1}, i = (\overline{1, k})$  має перетин  $S_i : Y_{i-1} \rightarrow Y_i$ . Дійсно, якщо  $S_i : Y_{i-1} \rightarrow Y_i$  існує, то відображення  $W'_{i-1} = S_i \circ W_{i-1}$  накриває відображення  $W_{i-1}$ . Таким чином, існування відображення  $W'_{i-1} : R_{i-1} \rightarrow Y_i, i = (\overline{1, k})$  означає, що між шарами  $i$ -го та  $i-1$ -го рівня в ієрархії існує зв'язок, тобто ієрархічна система є зв'язаною.

## Висновки

Таким чином, в статті показано як за допомогою методів алгебраїчної топології можна дослідити структурну складність ієрархічної системи. Підкреслено, що планування вогневого поразення повинно виходити не тільки з ситуативних задач, а протидіяти системі противника, що має визначену мету функціонування. Порушення порядку функціонування складної ієрархічної системи противника відбувається

шляхом порушення критичних зв'язків (як вертикальних, так і горизонтальних) та знищення критичних об'єктів, що ці зв'язки породжує. Запропоновані математичні моделі мають алгоритмічну реалізацію для їх подальшого застосування у системах підтримки прийняття рішення. Подальші дослідження будуть спрямовані на аналіз складних динамічних структур та розробки рекомендацій щодо методики роботи командирів (штабів) з удосконалення процесу планування вогневого ураження противника.

## Список літератури

1. Немченко С.В. До питання використання методу аналізу зв'язності структури складних систем для розв'язування задач планування вогневого ураження об'єктів противника / С.В. Немченко, А.В. Тристан, Ю.Г. Бусигін // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2011. – Вип. 8(98). – С. 102-105.
2. Тристан А.В. Застосування аналізу когнітивних моделей складних систем в комплексі задач планування вогневого ураження системи підтримки прийняття рішень / А.В. Тристан, С.В. Немченко // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2012. – Вип. 5(103). – С.53-56.
3. Тристан А.В. Застосування когнітивних підходів в слабоструктурованих системах підтримки прийняття рішень / А.В. Тристан // Збірник наукових праць Харківський університет Повітряних Сил. – Х.:Х УПС, 2013. – Вип. 3 (36). – С. 133-136.
4. Максимов В.И. Когнитивные технологии – от незнания к пониманию / В.И. Максимов // Сб. тр. 1-й Межд. конф. «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций», (CASC'2001). – М.: ИГТУ РАН, 2001. – Т. 1. – С. 4-18.
5. Касти Д. Большие системы, связность, сложность и катастрофы / Джон Касти, пер. с англ. Ю.П. Гупало. – М.: Мир, 1982. – 216 с.
6. Задачи оптимизации иерархических структур. / В.Т.Дементьев, А.И. Ерзин и др. – Н-ск: НГУ, 1996. – 167 с.
7. Попков В.К. Математические модели связности / В.К. Попков. – Н-ск: ИВМиМГ СО РАН, 2006. – 490 с.

Надійшла до редколегії 15.12.2014

Рецензент: д-р військ. наук, проф. Є.Б. Смірнов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ СЛОЖНЫХ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ПРОЦЕССЕ ПЛАНИРОВАНИЯ ОГНЕВОГО ПОРАЖЕНИЯ

В.Г. Малюга, В.В. Гридина, А.М. Козак

Рассмотрена задача структурного анализа сложных иерархических систем, показано, что объекты противника, которые подлежат огневому поражению является сложной иерархической системой. Предложена математическая модель сложной иерархической системы, которая основывается на представлении в виде  $k$ -гиперсети. Для данной модели разрешимая задача поднятия отображения алгебраической топологии, доказано, что наличие решения данной задачи и отвечает наличию связи в сложной иерархической системе. Данные математические модели могут быть использованы при разработке алгоритмов системы поддержки принятия решений в части планирования огневого поражения противника.

**Ключевые слова:** огневое поражение, связность, комплекс, множественное число, объект поражения, планирование, структурный анализ, системный анализ, сложная система, топология.

## STRUCTURAL ANALYSIS OF THE DIFFICULT HIERARCHICAL SYSTEMS IN THE PROCESS OF PLANNING OF FIRE DEFEAT

V.G. Malyuga, V.V. Gridina, A.M. Kozak

The task of structural analysis of the difficult hierarchical systems is considered, it is rotined that objects of opponent, which are subjeta fire defeat is the difficult hierarchical system. The mathematical model of the difficult hierarchical system which is based on presentation as  $k$ -hypernet is offered. For this model there is a solvable task of raising of reflection of algebraic topology, it is well-proven that presence of decision of this task and answers the presence of connection in the difficult hierarchical system. These mathematical models can be used for development of algorithms of the system of support of making a decision in part of planning of fire defeat opponent.

**Keywords:** fire defeat, compendancy, complex, plural, object of defeat, planning, structural analysis, analysis of the systems, difficult system, topology.