

УДК 681.142.01

В.А. Краснобаев¹, А.С. Янко¹, П.Н. Гроза¹, С.А. Кошман², А.П. Гроза¹, Ю.П. Бендес¹¹ Полтавський національний технічний університет імені Ю. Кондратюка, Полтава² Харківський національний технічний університет сільського господарства імені П. Василенко, Харків

РАСЧЕТ И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ ДАННЫХ, ФУНКЦИОНИРУЮЩЕЙ В СИСТЕМЕ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ

В статье производится расчет и сравнительный анализ производительности компьютерных систем обработки целочисленных данных (КСОЦД), функционирующих в непозиционной системе счисления в остаточных классах (СОК) и в обычной двоичной позиционной системе счисления (ПСС). Результаты анализа показали, что использование СОК в качестве системы счисления КСОЦД позволяет существенно, по сравнению ПСС, повысить производительность обработки данных, представленных в целочисленном виде.

Ключевые слова: система остаточных классов, компьютерная система обработки целочисленных данных, производительность вычислительной системы.

Введение

Одной из наиболее важных характеристик вычислительной системы (ВС) является ее производительность. Производительность ВС определяется количеством вычислительной работы за единицу времени. Важнейшими факторами, влияющими на производительность ВС являются в первую очередь такие факторы, как: тактовая частота работы процессора ВС, число команд программы (задачи, алгоритма) и число тактов для выполнения одной команды (среднее время выполнения одной команды). В свою очередь команда состоит из последовательности арифметических и других операций. В общем случае можно сказать, что количественно производительность ВС зависит от тактовой частоты работы процессора и от времени реализации арифметических и других операций, входящих в состав команды программы.

Известно, что использование непозиционной системы счисления в классе вычетов (СОК) в компьютерной системе обработки целочисленных данных (КСОЦД) позволяет существенно повысить быстродействие реализации целочисленных арифметических операций [1-3]. В тоже время требуется практическое подтверждение эффективности применения СОК для повышения производительности КСОЦД при обработке целочисленных данных. Поэтому задача расчета и сравнительного анализа производительности КСОЦД, функционирующей в СОК и в обычной двоичной позиционной системе счисления (ПСС), для конкретных вычислительных алгоритмов является актуальной и практически важной.

В статье под производительностью КСОЦД понимается производительность процессора КСОЦД.

Это обусловлено тем, что система счисления (СС), принятая в данной КСОЦД, в первую очередь влияет на структуру и принципы функционирования именно процессора ВС. Сравнительный анализ производительности КСОЦД осуществляется при одинаковых характеристиках ВС: равные длины разрядных сеток, одинаковые системы команд, одинаковые способы адресации операндов и команд, одинаковая тактовая частота работы процессора, равное число команд программы и пр. Для проведения сравнительного анализа (оценки эффективности) производительности КСОЦД, используется аналитическое соотношение

$$K_{\text{эфф.}}^{(1)} = T_M^{(\text{ПСС})} / T_M^{(\text{СОК})} ?$$

где $T_M^{(\text{ПСС})}$ время решения КСОЦД в ПСС одной конкретной задачи; $T_M^{(\text{СОК})}$ время решения КСОЦД в СОК той же задачи.

В этом случае количественное значение коэффициента эффективности $K_{\text{эфф.}}^{(1)}$ зависит только от времени реализации в ПСС и в СОК арифметических и других операций, входящих в состав команд решаемой задачи.

Основная часть

Расчет и сравнительный анализ производительности КСОЦД, функционирующих в СОК и в двоичной ПСС, будем проводить на примере решения часто встречающейся практической задачи умножения двух A и B матриц

Рассмотрим задачу умножения двух A и B квадратных матриц равной размерности $N \times N$. В узлах матрицы содержатся целые числа. Матрицы A и B представляются соответственно в виде:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1N} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N1} & b_{N2} & \dots & b_{NN} \end{pmatrix}.$$

Результат C умножения двух матриц A и B будет представляться в виде

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{N1} & c_{N2} & \dots & c_{NN} \end{pmatrix}.$$

Известно, что базовой операцией (БО) при вычислении произведения двух матриц является операция вида

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^N (a_{ik} \cdot b_{kj}) = a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + \dots + a_{iN} \cdot b_{Nj}, \quad (i, j = \overline{1, N}),$$

где c_{ij} - соответствующий элемент лежащей на пересечении i -строки и j -столбца матрицы C . Как видно из алгоритма БО количество умножений и сложений равно соответственно N и $N - 1$. Общее количество БО в алгоритме умножения двух матриц, т.е. при определении значения $C = A \times B$, равно количеству N^2 элементов c_{ij} ($i, j = \overline{1, N}$) матрицы C размерностью $(N \times N)$.

В этом случае время умножения в ПСС двух матриц представится выражением:

$$T_M^{(ПСС)} = N^2 \cdot [N \cdot t_{умн.} + (N - 1) \cdot t_{слож.}]. \quad (1)$$

Известно, что время сложения $t_{слож.}$ и время умножения $t_{умн.}$ ρ -разрядных чисел в ПСС определяется соответственно формулами

$$t_{умн.} = 2 \cdot \tau \cdot \rho^2 \text{ и } t_{слож.} = \tau \cdot (2\rho - 1),$$

где $\tau_T = \tau_I = \tau_{или} = \tau/2$. (2)

Время умножения в СОК двух матриц представится выражением:

$$T_M^{(СОК)} = N^2 \cdot [N \cdot \tau_y + (N - 1) \cdot \tau_c],$$

где τ_y и τ_c время реализации операции соответственно умножения и сложения ρ -разрядных чисел в СОК.

С учетом выбора табличного метода реализации арифметической операции предыдущее (2) выражения представится в виде

$$T_M^{(СОК)} = N^2 \cdot [N \cdot \tau_T + (N - 1) \cdot \tau_I],$$

где $\tau_y = \tau_c = \tau_T = \tau_I = \tau_{или} = \tau/2$.

С учетом введенных обозначений предыдущее выражения $T_M^{(СОК)}$ представится в виде

$$T_M^{(СОК)} = N^2 \cdot [N \cdot 2 + (N - 1) \cdot 2] \cdot \tau/2. \quad (3)$$

Выражения (1) и (3) являются рабочими формулами для определения времени умножения двух матриц. На основании данных формул проведем расчет, и сравнительный анализ эффективности $K_{эфф.}^{(1)} = T_M^{(ПСС)} / T_M^{(СОК)}$ по времени реализации (по производительности) операции умножения двух матриц для ПСС и СОК при различных значениях l - байтовой разрядной сетки КСОЦД

$$K_{эфф.}^{(1)} = \frac{N \cdot 2 \cdot \tau \cdot \rho^2 + (N - 1) \cdot \tau \cdot (2\rho - 1)}{(4 \cdot N - 2) \cdot \frac{\tau}{2}} = \frac{2 \cdot [N \cdot 2 \cdot \rho^2 + (N - 1) \cdot (2\rho - 1)] \cdot \tau}{(4 \cdot N - 2)\tau} = \frac{2 \cdot [N \cdot 2 \cdot \rho^2 + (N - 1) \cdot (2\rho - 1)]}{4 \cdot N - 2}. \quad (4)$$

В соответствии с формулой (4) проведем расчет и сравнительный анализ эффективности $K_{эфф.}^{(1)} = T_M^{(ПСС)} / T_M^{(СОК)}$ использования СОК по производительности реализации задачи для вариантов матриц конечной размерности $N \times N$ при $N=2, 4, 8, 10$ и 100 .

Вариант 1. Пусть $l = 1$ ($\rho = 8$). В этом случае формула (4) будет иметь вид

$$K_{эфф.}^{(1)} = \frac{2 \cdot [N \cdot 2 \cdot 8^2 + (N - 1) \cdot (2 \cdot 8 - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [128 \cdot N + 15 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2}.$$

Пусть $N = 2$. В этом случае коэффициент эффективности равен

$$K_{эфф.}^{(1)} = \frac{2 \cdot [128 \cdot 2 + 15 \cdot 1]}{4 \cdot 2 - 2} = \frac{542}{6} \approx 90.$$

Пусть $N = 4$.

$$K_{эфф.}^{(1)} = \frac{2 \cdot [128 \cdot N + 15(N - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [512 + 15 \cdot (3)]}{16 - 2} = \frac{2 \cdot [512 + 45]}{14} = 80.$$

Пусть $N = 8$.

$$K_{эфф.}^{(1)} = \frac{2 \cdot [128 \cdot 8 + 15 \cdot 7]}{4 \cdot 8 - 2} = \frac{2258}{30} \approx 75.$$

Пусть $N = 10$.

$$K_{эфф.}^{(1)} = \frac{2 \cdot [128 \cdot N + 15(N - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [1280 + 15 \cdot (9)]}{40 - 2} = \frac{2 \cdot [1280 + 135]}{38} = 74.$$

Пусть $N = 100$.

$$K_{эфф.}^{(1)} = \frac{2 \cdot [128 \cdot N + 15(N - 1)]}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot [12800 + 15 \cdot (99)]}{400 - 2} = \frac{2 \cdot [12800 + 1485]}{398} = 72.$$

Варіант 2. Пусть $l = 2$ ($\rho = 16$). В этом случае формула (4), будет иметь вид

$$K_{\text{эфф.}}^{(2)} = \frac{2 \cdot [N \cdot 2 \cdot 16^2 + (N - 1) \cdot (2 \cdot 16 - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [512 \cdot N + 31 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2}.$$

Пусть $N = 2$. В этом случаи коэффициент эффективности равен

$$K_{\text{эфф.}}^{(2)} = \frac{2 \cdot [512 \cdot 2 + 31 \cdot 1]}{4 \cdot 2 - 2} = \frac{2110}{6} \approx 352.$$

Пусть $N = 4$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(2)} = \frac{2 \cdot [512 \cdot N + 31 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [2048 + 31 \cdot (3)]}{16 - 2} = \frac{2 \cdot [2048 + 93]}{14} = 306$$

Пусть $N = 8$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(2)} = \frac{2 \cdot [512 \cdot 8 + 31 \cdot 7]}{4 \cdot 8 - 2} = \frac{8626}{30} \approx 287.$$

Пусть $N = 10$. В этом случае

$$K_{\text{эфф.}}^{(2)} = \frac{2 \cdot [512 \cdot N + 31 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [5120 + 31 \cdot (9)]}{40 - 2} = \frac{2 \cdot [5120 + 279]}{38} = 284.$$

Пусть $N = 100$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(2)} = \frac{2 \cdot [512 \cdot N + 31 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [51200 + 31 \cdot (99)]}{400 - 2} = \frac{2 \cdot [51200 + 3069]}{398} = 273.$$

Варіант 3. Пусть $l = 3$ ($\rho = 24$). В этом случае формула (4), будет иметь вид

$$K_{\text{эфф.}}^{(3)} = \frac{2 \cdot [N \cdot 2 \cdot 24^2 + (N - 1) \cdot (2 \cdot 24 - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [1152 \cdot N + 47 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2}.$$

Пусть $N = 2$. В этом случае коэффициент эффективности равен

$$K_{\text{эфф.}}^{(3)} = \frac{2 \cdot [1152 \cdot 2 + 47 \cdot 1]}{4 \cdot 2 - 2} = \frac{4702}{6} \approx 784.$$

Пусть $N = 4$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(3)} = \frac{2 \cdot [1152 \cdot N + 47 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [4608 + 47 \cdot (3)]}{16 - 2} = \frac{2 \cdot [4608 + 141]}{14} = 678.$$

Пусть $N = 8$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(3)} = \frac{2 \cdot [1152 \cdot 8 + 47 \cdot 7]}{4 \cdot 8 - 2} = \frac{19090}{30} \approx 636.$$

Пусть $N = 10$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(3)} = \frac{2 \cdot [1152 \cdot N + 47 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [11520 + 47 \cdot (9)]}{40 - 2} = \frac{2 \cdot [11520 + 423]}{38} = 629.$$

Пусть $N = 100$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(3)} = \frac{2 \cdot [1152 \cdot N + 47 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [115200 + 47 \cdot (99)]}{400 - 2} = \frac{2 \cdot [115200 + 4653]}{398} = 602.$$

Варіант 4. Пусть $l = 4$ ($\rho = 32$). В этом случае формула (4), будет иметь вид

$$K_{\text{эфф.}}^{(4)} = \frac{2 \cdot [N \cdot 2 \cdot 32^2 + (N - 1) \cdot (2 \cdot 32 - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [2048 \cdot N + 63 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2}.$$

Пусть $N = 2$. В этом случае коэффициент эффективности равен

$$K_{\text{эфф.}}^{(4)} = \frac{2 \cdot [2048 \cdot 2 + 63 \cdot 1]}{4 \cdot 2 - 2} = \frac{8318}{6} \approx 1386.$$

Пусть $N = 4$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(4)} = \frac{2 \cdot [2048 \cdot N + 63 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [8192 + 63 \cdot (3)]}{16 - 2} = \frac{2 \cdot [8192 + 189]}{14} = 1197.$$

Пусть $N = 8$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(4)} = \frac{2 \cdot [2048 \cdot 8 + 63 \cdot 7]}{4 \cdot 8 - 2} = \frac{33650}{30} \approx 1122.$$

Пусть $N = 10$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(4)} = \frac{2 \cdot [2048 \cdot N + 63 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [20480 + 63 \cdot (9)]}{40 - 2} = \frac{2 \cdot [20480 + 567]}{38} = 1108.$$

Пусть $N = 100$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(4)} = \frac{2 \cdot [2048 \cdot N + 63 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [204800 + 63 \cdot (99)]}{400 - 2} = \frac{2 \cdot [204800 + 6237]}{398} = 1060.$$

Варіант 5. Пусть $l = 8$ ($\rho = 64$). В этом случае формула (4), будет иметь вид

$$K_{\text{эфф.}}^{(8)} = \frac{2 \cdot [N \cdot 2 \cdot 64^2 + (N - 1) \cdot (2 \cdot 64 - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [8192 \cdot N + 127 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2}.$$

Пусть $N = 2$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(8)} = \frac{2 \cdot [8192 \cdot 2 + 127 \cdot 1]}{4 \cdot 2 - 2} = \frac{33022}{6} \approx 5504.$$

Пусть $N = 4$.

$$K_{эфф.}^{(8)} = \frac{2 \cdot [8192 \cdot N + 127 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [32768 + 127 \cdot (3)]}{16 - 2} = \frac{2 \cdot [32768 + 381]}{14} = 4736.$$

Пусть $N = 8$.

$$K_{эфф.}^{(8)} = \frac{2 \cdot [8192 \cdot 8 + 127 \cdot 7]}{4 \cdot 8 - 2} = \frac{132850}{30} \approx 4428.$$

Пусть $N = 10$.

$$K_{эфф.}^{(8)} = \frac{2 \cdot [8192 \cdot N + 127 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot [81920 + 127 \cdot (9)]}{40 - 2} = \frac{2 \cdot [81920 + 1143]}{38} = 4372.$$

Пусть $N = 100$.

$$K_{эфф.}^{(8)} = \frac{2 \cdot [8192 \cdot N + 127 \cdot (N - 1)]}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot [819200 + 127 \cdot (99)]}{400 - 2} = \frac{2 \cdot [819200 + 12573]}{398} = 4180.$$

Результаты расчета и сравнительного анализа эффективности $K_{эфф.}^{(l)}$ использования СОК приведены в табл. 1.

Таблица 1

Расчетные данные и сравнительный анализ эффективности использования СОК

l	N	T/τ					
		Обычная процедура			Ускоренная процедура		
		$T_M^{(ПСС)}$	$T_M^{(СОК)}$	$K_{эфф.}^{(l)}$	$T_M^{(ПСС)}$	$T_M^{(СОК)}$	$K_{эфф.}^{(l)}$
1 = 1	2	1084	12	90	147	3	47
	4	8912	112	80	158	7	22,6
	8	72256	960	75	173	15	11,5
	10	$1415 \cdot 10^2$	$19 \cdot 10^2$	74	188	19	9,8
	100	$14285 \cdot 10^4$	$199 \cdot 10^4$	72	233	199	1,2
1 = 2	2	4220	12	352	543	3	181
	4	34256	112	306	574	7	82
	8	276032	960	287	605	15	40,3
	10	$5399 \cdot 10^2$	$19 \cdot 10^2$	284	636	19	33,5
	100	$54269 \cdot 10^4$	$199 \cdot 10^4$	273	729	199	3,6
1 = 3	2	9404	12	784	1199	3	399,6
	4	75984	112	678	1246	7	178
	8	610880	960	636	1293	15	86,2
	10	$11943 \cdot 10^2$	$19 \cdot 10^2$	629	1340	19	70,5
	100	$119853 \cdot 10^4$	$199 \cdot 10^4$	602	1481	199	7,4
1 = 4	2	16636	12	1386	2111	3	703,6
	4	134096	112	1197	2174	7	310,6
	8	$10768 \cdot 10^2$	960	1122	2237	15	149,1
	10	$21047 \cdot 10^2$	$19 \cdot 10^2$	1108	2300	19	121
	100	$211037 \cdot 10^4$	$199 \cdot 10^4$	1060	2489	199	12,5
1 = 8	2	66044	12	5504	8319	3	2773
	4	530384	112	4736	8446	7	1207
	8	$42512 \cdot 10^2$	960	4428	8573	15	572
	10	$83063 \cdot 10^2$	$19 \cdot 10^2$	4372	8700	19	458
	100	$831773 \cdot 10^4$	$199 \cdot 10^4$	4180	9081	199	46

Рассмотрим более быстрый (ускоренный) метод реализации процедуры умножения в ПСС двух матриц (рис. 1).

Данный метод ускорения позволяет совместить во времени реализацию умножения вида

$$\{a_{ik} \times b_{ik}\}$$

для $k = \text{const}$ (см. состав БО).

При этом $i, j, k = \overline{1, N}$.

В этом случае время $T_M^{(\text{ПСС})}$ реализации операции ускоренного умножения двух матриц А и В в СОК равно

$$T_M^{(\text{ПСС})} = \tau_{\text{умн.}}^{(\text{ПСС})} + N_{\text{сл.}} \cdot \tau_{\text{сл.}}^{(\text{ПСС})} = 2 \cdot \rho^2 \cdot \tau + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot (2\rho - 1) \cdot \tau = \quad (5)$$

$$= \tau \cdot \{2 \cdot \rho^2 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot (2\rho - 1)\} \quad (5)$$

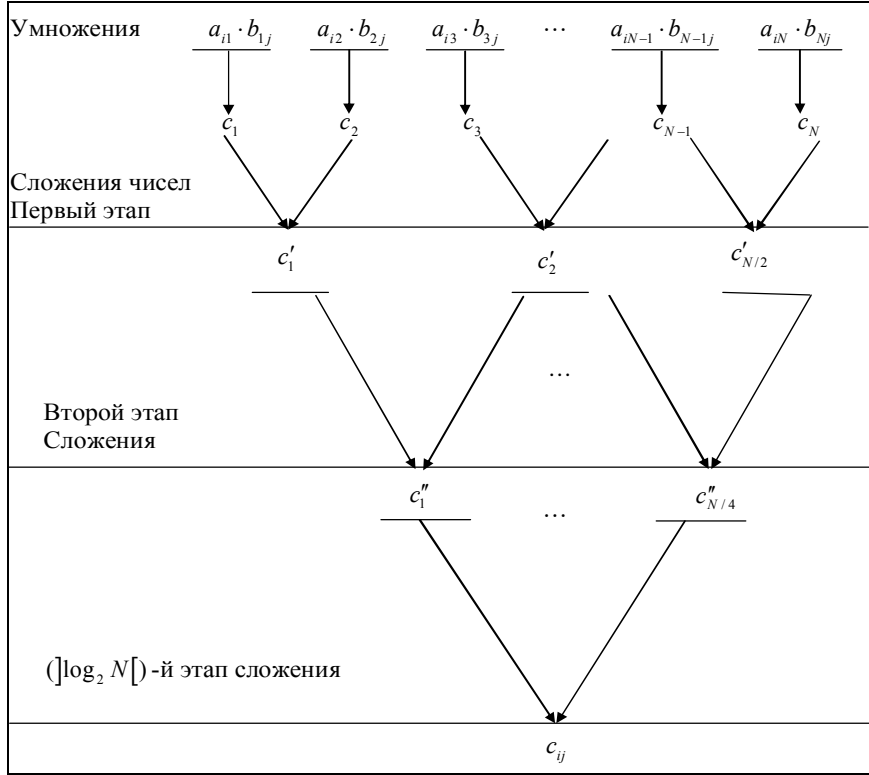


Рис. 1. Схема реализации алгоритма ускоренного умножения двух матриц в СОК

Для ускоренного умножения $K_{\text{эфф.}}^{(1)}$ эффективности определится выражением

$$K_{\text{эфф.}}^{(1)} = \frac{\tau \cdot \{2 \cdot \rho^2 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot (2 \cdot \rho - 1)\}}{(4 \cdot N - 2) \cdot (\tau/2)},$$

или

$$K_{\text{эфф.}}^{(1)} = \frac{2 \cdot \{2 \cdot \rho^2 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot (2 \cdot \rho - 1)\}}{4 \cdot N - 2}. \quad (6)$$

В соответствии с формулой (6) проведем расчет и сравнительный анализ эффективности $K_{\text{эфф.}}^{(1)}$ реализации рассмотренного алгоритма в ПСС и в СОК для вариантов матриц конечной размерности $N \times N$ при $N=2, 4, 8, 10$ и 100 .

Вариант 1. Пусть $l = 1$ ($\rho = 8$), где $N = 2$

$$K_{\text{эфф.}}^{(1)} = \frac{2 \cdot \{128 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 15\}}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot \{128 + (\lceil \log_2 2 \rceil) \cdot 15\}}{4 \cdot 2 - 2} = \frac{2 \cdot \{128 + 15\}}{6} = 47.$$

Пусть $N = 4$. В этом случае коэффициент эффективности равен

$$K_{\text{эфф.}}^{(1)} = \frac{2 \cdot \{128 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 15\}}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot \{128 + (\lceil \log_2 4 \rceil) \cdot 15\}}{4 \cdot 4 - 2} = \frac{2 \cdot \{128 + 30\}}{14} = 22,6.$$

Пусть $N = 8$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(1)} = \frac{2 \cdot \{128 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 15\}}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot \{128 + (\lceil \log_2 8 \rceil) \cdot 15\}}{4 \cdot 8 - 2} = \frac{2 \cdot \{128 + 45\}}{30} = 11,5.$$

Пусть $N = 10$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(1)} = \frac{2 \cdot \{128 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 15\}}{4 \cdot N - 2} = \frac{2 \cdot \{128 + (\lceil \log_2 10 \rceil) \cdot 15\}}{4 \cdot 10 - 2} = \frac{2 \cdot \{128 + 60\}}{38} = 9,8.$$

Пусть $N = 100$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(1)} = \frac{2 \cdot \{128 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 15\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{128 + (\lceil \log_2 100 \rceil) \cdot 15\}}{4 \cdot 100 - 2} = \frac{2 \cdot \{128 + 105\}}{398} = 1,2.$$

Вариант 2. Пусть $l = 2$ ($\rho = 16$), где $N = 2$

$$K_{\text{эфф.}}^{(2)} = \frac{2 \cdot \{512 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 31\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{512 + (\lceil \log_2 2 \rceil) \cdot 31\}}{4 \cdot 2 - 2} = \frac{2 \cdot \{512 + 31\}}{6} =$$

$$= 181.$$

Пусть $N = 4$. В этом случае коэффициент эффективности равен

$$K_{\text{эфф.}}^{(2)} = \frac{2 \cdot \{512 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 31\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{512 + (\lceil \log_2 4 \rceil) \cdot 31\}}{4 \cdot 4 - 2} = \frac{2 \cdot \{512 + 62\}}{14} = 82.$$

Пусть $N = 8$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(2)} = \frac{2 \cdot \{512 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 31\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{512 + (\lceil \log_2 8 \rceil) \cdot 31\}}{4 \cdot 8 - 2} = \frac{2 \cdot \{512 + 93\}}{30} = 40,3.$$

Пусть $N = 10$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(2)} = \frac{2 \cdot \{512 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 31\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{512 + (\lceil \log_2 10 \rceil) \cdot 31\}}{4 \cdot 10 - 2} = \frac{2 \cdot \{512 + 124\}}{38} = 33,5.$$

Пусть $N = 100$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(2)} = \frac{2 \cdot \{512 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 31\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{512 + (\lceil \log_2 100 \rceil) \cdot 31\}}{4 \cdot 100 - 2} = \frac{2 \cdot \{512 + 217\}}{398} =$$

$$= 3,6.$$

Вариант 3. Пусть $l = 3$ ($\rho = 24$), где $N = 2$

$$K_{\text{эфф.}}^{(3)} = \frac{2 \cdot \{1152 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 47\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{1152 + (\lceil \log_2 2 \rceil) \cdot 47\}}{4 \cdot 2 - 2} = \frac{2 \cdot \{1152 + 47\}}{6} = 399,6.$$

Пусть $N = 4$. В этом случае коэффициент эффективности равен

$$K_{\text{эфф.}}^{(3)} = \frac{2 \cdot \{1152 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 47\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{1152 + (\lceil \log_2 4 \rceil) \cdot 47\}}{4 \cdot 4 - 2} = \frac{2 \cdot \{1152 + 94\}}{14} = 178.$$

Пусть $N = 8$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(3)} = \frac{2 \cdot \{1152 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 47\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{1152 + (\lceil \log_2 8 \rceil) \cdot 47\}}{4 \cdot 8 - 2} = \frac{2 \cdot \{1152 + 141\}}{30} = 86,2.$$

Пусть $N = 10$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(3)} = \frac{2 \cdot \{1152 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 47\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{1152 + (\lceil \log_2 10 \rceil) \cdot 47\}}{4 \cdot 10 - 2} = \frac{2 \cdot \{1152 + 188\}}{38} = 70,5.$$

Пусть $N = 100$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(3)} = \frac{2 \cdot \{1152 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 47\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{1152 + (\lceil \log_2 100 \rceil) \cdot 47\}}{4 \cdot 100 - 2} = \frac{2 \cdot \{1152 + 329\}}{398} = 7,4.$$

Вариант 4. Пусть $l = 4$ ($\rho = 32$), где $N = 2$

$$K_{\text{эфф.}}^{(4)} = \frac{2 \cdot \{2048 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 63\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{2048 + (\lceil \log_2 2 \rceil) \cdot 63\}}{4 \cdot 2 - 2} = \frac{2 \cdot \{2048 + 63\}}{6} = 703,6.$$

Пусть $N = 4$. В этом случае коэффициент эффективности равен

$$K_{\text{эфф.}}^{(4)} = \frac{2 \cdot \{2048 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 63\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{2048 + (\lceil \log_2 4 \rceil) \cdot 63\}}{4 \cdot 4 - 2} = \frac{2 \cdot \{2048 + 126\}}{14} = 310,6.$$

Пусть $N = 8$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(4)} = \frac{2 \cdot \{2048 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 63\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{2048 + (\lceil \log_2 8 \rceil) \cdot 63\}}{4 \cdot 8 - 2} = \frac{2 \cdot \{2048 + 189\}}{30} = 149,1.$$

Пусть $N = 10$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(4)} = \frac{2 \cdot \{2048 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 63\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{2048 + (\lceil \log_2 10 \rceil) \cdot 63\}}{4 \cdot 10 - 2} = \frac{2 \cdot \{2048 + 252\}}{38} =$$

$$= 121.$$

Пусть $N = 100$.

$$K_{\text{эфф.}}^{(4)} = \frac{2 \cdot \{2048 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 63\}}{4 \cdot N - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{2048 + (\lceil \log_2 100 \rceil) \cdot 63\}}{4 \cdot 100 - 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \{2048 + 441\}}{398} = 12,5.$$

Вариант 5. Пусть $l = 8$ ($\rho = 64$), где $N = 2$

$$\begin{aligned} K_{\text{эфф.}}^{(8)} &= \frac{2 \cdot \{8192 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 127\}}{4 \cdot N - 2} = \\ &= \frac{2 \cdot \{8192 + (\lceil \log_2 2 \rceil) \cdot 127\}}{4 \cdot 2 - 2} = \\ &= \frac{2 \cdot \{8192 + 127\}}{6} = 2773. \end{aligned}$$

Пусть $N = 4$. В этом случаи коэффициент эффективности равен

$$\begin{aligned} K_{\text{эфф.}}^{(8)} &= \frac{2 \cdot \{8192 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 127\}}{4 \cdot N - 2} = \\ &= \frac{2 \cdot \{8192 + (\lceil \log_2 4 \rceil) \cdot 127\}}{4 \cdot 4 - 2} = \frac{2 \cdot \{8192 + 254\}}{14} = 1206,6. \end{aligned}$$

Пусть $N = 8$.

$$\begin{aligned} K_{\text{эфф.}}^{(8)} &= \frac{2 \cdot \{8192 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 127\}}{4 \cdot N - 2} = \\ &= \frac{2 \cdot \{8192 + (\lceil \log_2 8 \rceil) \cdot 127\}}{4 \cdot 8 - 2} = \frac{2 \cdot \{8192 + 381\}}{30} = 571,5. \end{aligned}$$

Пусть $N = 10$.

$$\begin{aligned} K_{\text{эфф.}}^{(8)} &= \frac{2 \cdot \{8192 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 127\}}{4 \cdot N - 2} = \\ &= \frac{2 \cdot \{8192 + (\lceil \log_2 10 \rceil) \cdot 127\}}{4 \cdot 10 - 2} = \frac{2 \cdot \{8192 + 508\}}{38} = 458. \end{aligned}$$

Пусть $N = 100$.

$$\begin{aligned} K_{\text{эфф.}}^{(8)} &= \frac{2 \cdot \{8192 + (\lceil \log_2 N \rceil) \cdot 127\}}{4 \cdot N - 2} = \\ &= \frac{2 \cdot \{8192 + (\lceil \log_2 100 \rceil) \cdot 127\}}{4 \cdot 100 - 2} = \frac{2 \cdot \{8192 + 889\}}{398} = 45,6. \end{aligned}$$

Результаты расчета и сравнительного анализа эффективности использования СОК также представлены в табл. 1.

Выводы

Результаты проведенных в статье исследований показали, что существенное влияние на производительность КСОЦД влияют способы реализации операций, входящих в состав команд программы. В тоже время способы реализации операций в большей степени зависит от СС, которая используется в КСОЦД. Так, СОК, в отличие от ПСС, определяет три принципа реализации арифметических операций: сумматорный принцип, принцип кольцевого сдвига и табличный принцип.

В свою очередь данные принципы лежат в основе множества методов реализации арифметических операций СОК. В статье использовался самый быстрый метод обработки данных, основанный на табличном принципе.

Анализ полученных в статье результатов расчетов и сравнительного анализа производительности КСОЦД, функционирующих в СОК и в двоичной ПСС, показали, что с точки зрения повышения производительности ВС предпочтительно использовать КСОЦД в СОК.

Список литературы

1. Сиора А.А. Отказоустойчивые системы с версионно-информационной избыточностью в АСУ ТП: Монография / А.А. Сиора, В.А. Краснобаев, В.С. Харченко. —Х.: МОН, НАУ им. Н.Е. Жуковского (ХАИ), 2009. — 320 с.
2. Акушский И.Я. Машинная арифметика в остаточных классах / И.Я. Акушский, Д.И. Юдицкий. — М.: Сов. радио, 1968. — 440 с.
3. Krasnobayev V.A. Method for Realization of Transformations in Public-Key Cryptography / V.A. Krasnobayev // Telecommunications and Radio Engineering (USA), 2007. — Vol. 66, Is. 17. — P. 1559-1572.

Поступила в редколлегию 10.12.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.А. Кучук, Харьковский университет Воздушных сил им. И. Кожедуба, Харьков.

РОЗРАХУНОК І ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ПРОДУКТИВНОСТІ КОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ ОБРОБКИ ЦІЛОЧИСЛОВИХ ДАНИХ, ЯКА ФУНКЦІОНУЄ У СИСТЕМІ ЗАЛИШКОВИХ КЛАСІВ

В.А. Краснобаев, А.С. Янко, П.М. Гроза, С.А. Кошман, О.П. Гроза, Ю.П. Бендес

У статті проводиться розрахунок і порівняльний аналіз продуктивності комп'ютерних систем обробки цілочислових даних (КСОЦД), що функціонують у непозиційній системі числення в залишкових класах (СЗК) і в звичайній двійковій позиційній системі числення (ПСЧ). Результати аналізу показали, що використання СЗК в якості системи числення КСОЦД дозволяє істотно, порівняно з ПСЧ, підвищити продуктивність обробки даних, що представлені у цілочислому вигляді.

Ключові слова: система залишкових класів, комп'ютерна система обробки цілочислових даних, продуктивність обчислювальної системи.

CALCULATION AND COMPARATIVE ANALYSIS OF CAPABILITY OF COMPUTER SYSTEM OF INTEGER DATA PROCESSING, WHICH FUNCTION IN RESIDUE NUMBER SYSTEM

V.A. Krasnobayev, A.S. Yanko, P.M. Hroza, S.A. Koshman, O.P. Hroza, Y.P. Bendes

Calculation and comparative analysis of the capability of computer systems of integer data processing (CSIDP) which function in nonpositional number system in residue classes (RNS) and in ordinary binary positional number system (PNS) are performed in the article. The analysis results showed, the use of RNS as radix CSIDP can significantly compared PNS improve capability of data processing which represented in integer form.

Keywords: residue number system, computer system of integer data processing, capability of computer system.