

# Прикладні аспекти: простежуваність вимірювань

УДК 621.317

А.А. Данилов<sup>1</sup>, Ю.В. Кучеренко<sup>1</sup>, М.В. Бержинская<sup>2</sup>, К.И. Мальцева<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ФБУ «Пензенский центр стандартизации, метрологии, сертификации», Пенза, Россия

<sup>2</sup> ФГБОУ ВПО «Пензенский государственный университет», Пенза, Россия

## КАЛИБРОВОЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ В РАБОЧИХ УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Рассматриваются вопросы представления калибровочной характеристики СИ в виде аналитической зависимости не только от измеряемой величины, но и от одной из влияющих величин, например, температуры. Приводятся варианты различных аналитических зависимостей. Даются рекомендации по их применению.

**Ключевые слова:** аппроксимация, калибровка, калибровочная характеристика, средства измерений, неопределенность измерений.

### Введение

**Постановка проблемы.** При проведении калибровки средств измерений (СИ) экспериментальные исследования обычно проводятся не во всех точках диапазона измерений СИ, а лишь в некоторых из них. При этом «при заданных условиях на первом этапе устанавливают соотношение между значениями величин с неопределённостями измерений, которые обеспечивают эталоны, и соответствующими показаниями с присущими им неопределённостями» [1]. Другими словами, на первом этапе калибровки получают некоторую связь между значениями величины, воспроизводимыми с помощью эталона, и показаниями прибора, которую обычно представляют в форме табл. 1.

Таблица 1

Таблица показаний СИ и соответствующие суммарные стандартные неопределённости

№	$X_{\text{ref}}$	$Y_{\text{cal}}$	$U(x)$
1	$X_{\text{ref } 1}$	$Y_{\text{cal } 1}$	$U(x_1)$
2	$X_{\text{ref } 2}$	$Y_{\text{cal } 2}$	$U(x_2)$
...	...	...	...
n	$X_{\text{ref } n}$	$Y_{\text{cal } n}$	$U(x_n)$

Здесь принято:  $X_{\text{ref}}$  и  $x_{\text{ref } i}$  – входная величина и её  $i$ -е значение, воспроизводимое с помощью эталона;  $Y_{\text{cal}}$  и  $y_{\text{cal } i}$  – показания СИ, соответствующие  $x_{\text{ref } i}$ , воспроизводимому с помощью эталона;  $U(x)$  и  $U(x_i)$  – суммарная стандартная неопределённость и её значение, соответствующее  $x_{\text{ref } i}$ , воспроизводимому с помощью эталона.

Но сама калибровка СИ на этом не заканчивается, ибо «на втором этапе на основе этой информации устанавливают соотношение, позволяющее получать результат измерения исходя из показания» [1]. Другими словами, необходимо установить связь между показаниями СИ, в которых калибровка СИ не производилась, и показаниями СИ, в которых она была проведена. Эту связь проще всего выразить аналитически.

В качестве аналитической зависимости могут быть использованы различные аппроксимации, например, кусочно-линейные, полиномиальные и др. Так, при кусочно-линейной аппроксимации диапазон измерений СИ делится на  $(n - 1)$  участков, на каждом из которых калибровочная характеристика представляется отрезком прямой, проведенной через точки с координатами

$$(x_{\text{ref } i-1}; y_{\text{cal } i-1}) \text{ и } (x_{\text{ref } i}; y_{\text{cal } i}):$$

$$y = y_{\text{cal } i-1} + \frac{y_{\text{cal } i} - y_{\text{cal } i-1}}{x_{\text{ref } i} - x_{\text{ref } i-1}} \cdot (x - x_{\text{ref } i-1}).$$

При полиномиальной же аппроксимации вида

$$y = a_0 + a_1x + \dots + a_kx^k \quad (1)$$

коэффициенты полинома  $a_j$  могут быть получены, например, методом наименьших квадратов [2].

Таким образом, проведенные два этапа калибровки СИ позволяют уменьшить неопределенность результатов измерений, получаемых с помощью такого СИ, но лишь при некоторых «заданных условиях». Однако зачастую СИ применяется совершенно в других условиях. Учитывая, что СИ обладают некоторой зависимостью от влияющих величин, следовательно, при других сочетаниях значений

влияющих величин, отличающихся от «заданных условий», придется ставить вопрос о правомочности применения калибровочной характеристики СИ. Именно в этом и состоит проблема.

**Анализ последних достижений и публикаций.** Вопросы интервальной аппроксимации функции двух переменных (по аналогии с кусочно-линейной аппроксимацией функции одной переменной) рассмотрены в работе [3].

Методы построения калибровочных характеристик СИ путем аппроксимации экспериментальных данных линейными и полиномиальными функциями, а также функциями, приводимыми к линейным, рассмотрены в МИ 2175 [4]. Однако в этом документе не рассматриваются вопросы аппроксимации экспериментальных данных некоторыми функциями двух аргументов, хотя такие задачи возникают достаточно часто, например, при введении температурной поправки в показания СИ.

Некоторые вопросы множественной регрессии рассматриваются в смежных науках – эконометрике [5] и хеометрике [6]. Они также основаны на аппроксимации экспериментальных данных методом наименьших квадратов, т.е. опираются на предположение о нормальном распределении экспериментальных данных.

Однако результаты измерений могут обладать распределениями, отличными от нормальных [7], в том числе асимметричными [8].

При таких условиях в работе [9] предлагается использовать конфлюентные методы построения калибровочных характеристик.

**Формулирование цели статьи.** Цель статьи состоит в анализе вариантов аппроксимации калибровочной характеристики СИ с целью повышения точности измерений, полученных с его помощью, посредством введения поправки в показания СИ.

### Изложение основного материала исследования

Предположим, что в результате первого этапа калибровки СИ получена таблица его показаний (табл. 2).

Таблица 2

Таблица показаний СИ

$\Theta_{ref}$	$X_{ref}$			
	$X_{ref 1}$	$X_{ref 2}$	...	$X_{ref n}$
$\Theta_{ref 1}$	$Y_{cal 11}$	$Y_{cal 12}$	...	$Y_{cal 1n}$
$\Theta_{ref 2}$	$Y_{cal 21}$	$Y_{cal 22}$	...	$Y_{cal 2n}$
...	...	...	...	...
$\Theta_{ref m}$	$Y_{cal m1}$	$Y_{cal m2}$	...	$Y_{cal mn}$

Здесь принято:  $X_{ref}$  и  $x_{ref i}$  – входная величина и её i-е значение, воспроизводимое с помощью

эталона;  $\Theta_{ref}$  и  $\Theta_{ref j}$  – температура окружающего воздуха и её j-е значение, воспроизводимое с помощью камеры тепла и холода;  $Y_{cal ji}$  – показания СИ, соответствующие i-му значению входной величины, воспроизводимому с помощью эталона, и j-му значению температуры, воспроизводимому с помощью камеры тепла и холода.

В случае номинальной линейной функции преобразования СИ  $y = a_0 + a_1x$  экспериментальные данные, приведенные в каждой строке табл. 2, могут быть аппроксимированы прямыми:

$$y_j = a_{0j} + a_{1j}x, \quad (2)$$

т.е. для каждого значения температуры  $\Theta_j$  могут быть получены свои значения параметров аппроксимирующей прямой  $a_{0j}$  и  $a_{1j}$ .

Очевидно, что в случае существенной зависимости показаний СИ от температуры усреднение параметров

$$\bar{a}_0 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m a_{0j} \quad \text{и} \quad \bar{a}_1 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m a_{1j}$$

не даст желаемого результата, т.к. в этом случае введение температурной поправки в показания СИ не предусмотрено.

Поэтому пользоваться прямыми (2) имеет смысл только в том случае, если температура окружающего воздуха совпадает с температурой, при которой была выполнена калибровка СИ, что редко реализуемо на практике.

Если же в качестве СИ используется многозначная мера, то экспериментальные данные, приведенные в каждом столбце таблицы 2 (т.е. для каждого номинального значения многозначной меры), могут быть аппроксимированы линейной функцией:

$$y_i = a_{0i} + b_{1i}\Theta, \quad (3)$$

в которой параметры  $a_{0i}$  и  $b_{1i}$  могут быть определены методом наименьших квадратов:

$$a_{0i} = \frac{\sum_{j=1}^m \Theta_{ref j}^2 \sum_{j=1}^m Y_{cal ji} - \sum_{j=1}^m \Theta_{ref j} \sum_{j=1}^m \Theta_{ref j} Y_{cal ji}}{m \sum_{j=1}^m \Theta_{ref j}^2 - \left(\sum_{j=1}^m \Theta_{ref j}\right)^2},$$

$$b_{1i} = \frac{m \sum_{j=1}^m \Theta_{ref j} Y_{cal ji} - \sum_{j=1}^m \Theta_{ref j} \sum_{j=1}^m Y_{cal ji}}{m \sum_{j=1}^m \Theta_{ref j}^2 - \left(\sum_{j=1}^m \Theta_{ref j}\right)^2}.$$

В общем случае же формулы (2) и (3) целесообразно объединить:

$$y = a_0 + a_1x + b_1\Theta, \quad (4)$$

а в случае применения СИ в широком диапазоне изменений температуры окружающего воздуха и повышенных требованиях к точности измерений,

целесообразно учесть ещё одно слагаемое, учитывающее взаимное влияние  $x$  и  $\Theta$ :

$$y = a_0 + a_1x + b_1\Theta + b_{11}x\Theta, \quad (5)$$

Параметры  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_1$  и  $b_{11}$ , входящие в формулы (4) и (5), также могут быть определены методом наименьших квадратов [4]. В случае же номинальной нелинейной функции преобразования СИ экспериментальные данные, приведенные в табл. 2, целесообразно аппроксимировать полиномом вида:

$$y = a_0 + a_1x + \dots + a_kx^k + b_1\Theta + b_{11}x\Theta. \quad (6)$$

Параметры этого полинома могут быть определены конфлюентными методами [9].

Для СИ, применяемых в широком диапазоне изменений температуры окружающего воздуха, в некоторых случаях в формулы (5) и (6) приходится вводить дополнительно слагаемое вида  $b_2\Theta^2$ :

$$y = a_0 + a_1x + \dots + a_kx^k + b_1\Theta + b_2\Theta^2 + b_{11}x\Theta. \quad (7)$$

Отдельного рассмотрения требуют вопросы оценивания неопределенности измерений полученной калибровочной характеристики.

В качестве оценки «сверху» может служить максимальная из оценок неопределенности измерений, соответствующих  $j$ -му показанию СИ  $U_{cal ji}$ , приведенному в таблице 2. Каждая из этих оценок неопределенности измерений при калибровке СИ может быть получена известными методами [10, 11].

В случае необходимости получения более оптимистичных оценок могут быть использованы два способа. Первый способ заключается в оценке неопределенности каждого из параметров  $a_1$ ,  $b_1$ , входящих в формулы (4)-(7), и дальнейшей оценке неопределенности измерений полученной калибровочной характеристики. Второй же способ основан на получении оценки неопределенности измерений моделированием, основанным на применении метода Монте-Карло [12].

## Выводы

Рассмотренные варианты представления калибровочных характеристик могут быть использо-

ваны на практике при реализации предложенного ранее способа калибровки СИ в рабочих условиях эксплуатации [13].

## Список литературы

1. *Международный словарь по метрологии: основные и общие понятия и соответствующие термины / ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, БелГИМ. – СПб.: НПО «Профессионал». – 2010. – 84 с.*
2. *JCGM 107 Evaluation of measurement data – Applications of the least-squares method (ISO/IEC Guide 98-5).*
3. *Дьяконов В.П. Справочник по алгоритмам и программам на языке бейсик для персональных ЭВМ / В.П. Дьяконов. – М.: Наука, 1989. – 240 с.*
4. *МИ 2175-91 ГСИ. Градуировочные характеристики средств измерений. Методы построения. Оценивание погрешностей.*
5. *Магнус Я.Р. Эконометрика / Я.Р. Магнус, П.К. Каптышев, А.А. Пересецкий. – М.: Дело, 2004. – 576 с.*
6. *Померанцев А.Л. Хемометрика в Excel / А.Л. Померанцев. – Томск: ТПУ, 2014. – 435 с.*
7. *Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / П.В. Новицкий, И.А. Зограф. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.*
8. *Данилов А.А. Об асимметрии функции плотности распределения вероятностей погрешности результатов измерений, полученных с помощью сложных измерительных каналов измерительных систем / А.А. Данилов, С.А. Шумарова // Измерительная техника. – 2012. – № 11. – С. 60-61.*
9. *Лячев В.В. Фундаментальные основы метрологии / В.В. Лячев, Т.Н. Сирая, Л.И. Довбета; под ред. В.В. Лячева. – СПб.: Элмор, 2007. – 420 с.*
10. *EA-4/02 M: 2013 Evaluation of the Uncertainty of Measurement In Calibration.*
11. *Захаров И.П. Методы, модели и бюджеты оценивания неопределенности измерений при проведении калибровок / И.П. Захаров, С.В. Водотыка, Е.Н. Шевченко // Измерительная техника. – 2011. – № 4. – С. 20-26.*
12. *ГОСТ Р 54500.3.1-2011 Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения. Дополнение 1. Трансформирование распределений с использованием метода Монте-Карло.*
13. *Калибровка средств измерений в рабочих условиях эксплуатации / М.В. Бержинская, А.А. Данилов, Ю.В. Кучеренко, Н.П. Ординарцева // Метрология. – 2014. – № 1. – С. 19-22.*

Поступила в редколлегию 26.12.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. И.П. Захаров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

## КАЛІБРУВАЛЬНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАСОБІВ ВИМІРІВ У РОБОЧИХ УМОВАХ ЕКСПЛУАТАЦІЇ

О.О. Данілов, Ю.В. Кучеренко, М.В. Бержинська, К.І. Мальцева

*Розглядаються питання представлення калібрувальної характеристики СИТ у вигляді аналітичної залежності не лише від вимірюваної величини, але і від однієї з впливаючих величин, наприклад, температури. Наводяться варіанти різних аналітичних залежностей. Даються рекомендації по їх застосуванню.*

*Ключові слова:* апроксимація, калібрування, калібрувальна характеристика, засоби вимірювань.

## CALIBRATION CHARACTERISTICS OF MEASURING INSTRUMENTS IN OPERATING CONDITIONS OF MAINTENANCE

A.A. Danilov, Yu.V. Kucherenko, M.V. Berzhinskaya, K.I. Maltseva

*Questions of submission of the calibration characteristic of measuring instruments in the form of analytical dependence not only on the measuring size, but also on one of the influencing values, for example, of temperature are considered. Options of various analytical dependences are given. Recommendations about their application are made.*

**Key words:** approximation, calibration, calibration characteristic, measuring instruments.