

## СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ПАРНЫМИ САТЕЛЛИТАМИ МИНИМАЛЬНОЙ МАССЫ

к.т.н. В.Т. Абрамов, О.Ю. Довгополая  
(представил д.т.н., проф. В.Д. Жихарев)

*В работе рассмотрены вопросы, связанные с синтезом планетарных механизмов с парными сателлитами простых схем с минимальной массой.*

Проектирование механизмов выполняется на основании учета требований, обусловленных их назначением. Среди этих требований есть главные, которые относятся к эксплуатационной способности механизма (обеспечение диапазона передаточного отношения скорости исполнительного органа, прочности, надежности и т.п.) и дополнительные требования, указывающие на желательные особенности проектируемого механизма (малые габариты, вес, малая инерционность, высокий КПД и т.п.). Зачастую дополнительные требования выступают как основные при проектировании механизмов систем автоматического регулирования и систем управления летательными аппаратами, в которых механизмы должны обладать высокой надежностью, быстродействием и малой массой.

Наиболее эффективным средством решения поставленной задачи является применение планетарных механизмов, и, в частности, с парными сателлитами. Эти механизмы обладают компактностью и простотой решения задач сложения и разложения движений, что особенно важно для повышения надежности приводов. Большое разнообразие возможных типов планетарных передач с одним и тем же передаточным отношением и недостаточность сведений об их сравнительных характеристиках делают затруднительным выбор варианта механизма с оптимальными параметрами.

В данной статье рассматриваются вопросы, связанные с синтезом планетарных механизмов с парными сателлитами простых схем (рис. 1) с минимальной массой. При определении масс механизмов принимались следующие допущения: материал всех звеньев механизма одинаков; массы подшипников и валов не учитываются; масса подвижных колес считается равной массе диска, диаметр и ширина которого равны диаметру делительной окружности и ширине соответствующего колеса [1]; масса корпуса водила и неподвижного колеса принимается пропорциональной массе условного диска, диаметр которого равен межосевому расстоянию первой ступени механизма, а ширина равна ширине ведущего зубчатого колеса [1]. Масса каждого из планетарных механизмов, показанных на рис. 1, равна

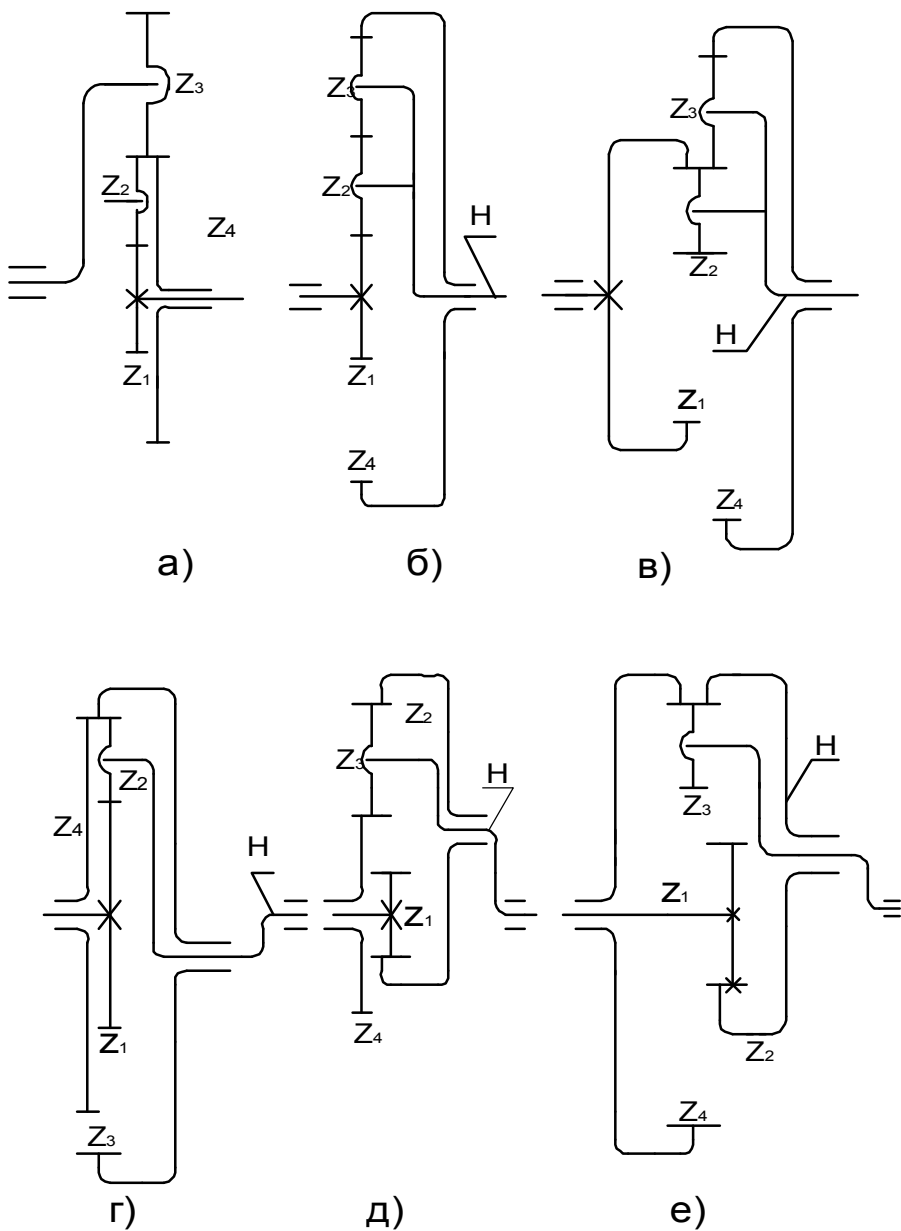


Рис. 1. Схемы планетарных механизмов с одновенцовыми спутниками

$$M = M_1 + k(M_2 + M_3) + n_M M_A, \quad (1)$$

где  $K$  - число сателлитов (для схем, показанных на рис. 1 г, д, е,  $K = 1$ );  $n_M$  - коэффициент приведения масс водила, корпуса и неподвижного колеса к массе условного диска [1];  $M_A$  - масса условного диска.

Масса подвижных колес ( $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_3$ ) определяется зависимостью

$$M_1 = \frac{\pi\rho}{4} b_1 d_1^2, \quad (2)$$

а масса условного диска в зависимости от схемы механизма определяется по одной из следующих формул:

$$M_A = \frac{\pi\rho}{4} b_1 (d_1 + d_2)^2 \quad (3)$$

для схем а), б), г) (рис.1);

$$M_A = \frac{\pi\rho}{4} \cdot b_1 \cdot (d_1 - d_2)^2 \quad (4)$$

для схем в);

$$M_A = \frac{\pi\rho}{4} \cdot b_1 \cdot (d_2 - d_1)^2 \quad (5)$$

для схем д) и е).

Ширины колес, находящихся в зацеплении, будут зависеть от схемы механизма и расположения сателлитов (табл.1).

Таблица 1

Расположение сателлитов

Параметр	Радиальное расположение сателлитов			Окружное расположение сателлитов			г)	д) е)
	а)	б)	в)	а)	б)	в)		
$\varphi_1 = b_2/b_1$	1	1	2	2	2	2	1	2
$\varphi_2 = b_3/b_2$	2	1	0.5	1	1	1	2	1

Таким образом, с учетом (2) - (5) выражение (1) можно представить как

$$M = \frac{\pi\rho}{4} b_1 d_1^2 \left( 1 + k\varphi_1 \cdot U_1^2 (1 + \varphi_2 y^2) + n_M (1 - U_1)^2 \right), \quad (6)$$

где  $U_1 = \pm d_2/d_1$  (“+” – для внутреннего, а “-“ – для внешнего зацеплений);  $y = d_3/d_2$ .

Обеспечение контактной прочности в функции массы может быть учтено множителем  $b_1 d_1^2$ , который равен [2] :

$$b_1 d_1^2 \geq \frac{0.7 \cdot T_1 \cdot K_{HV} \cdot K_{H\beta} \cdot \Omega \cdot E_{IP}}{K \cdot \cos^2 \alpha \cdot \text{tg} \alpha_\omega \cdot [\delta_H]^2} \cdot \frac{U_1 - 1}{U_1}. \quad (7)$$

Массу (6) с учетом (7) удобно представить в виде

$$\overline{M_H} = \frac{M}{C_{MH}} = \frac{U_1 - 1}{U_1} \cdot \left( \frac{1}{k} + k\varphi_i U_1^2 \cdot (1 + \varphi_2 y^2) + \frac{n_M}{k} \cdot (1 - U_1)^2 \right), \quad (8)$$

где  $C_{MH} = \frac{\pi\rho \cdot 0.7T_1 K_{HV} K_{H\beta} \cdot \Omega \cdot E_{HP}}{4 \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha_\omega \cdot [\delta_H]^2}$ .

Изгибная прочность в функции массы учитывается раскрытием множителя  $b_1 d_1^2$  [2]:

$$b_1 d_1^2 \geq \frac{2 \cdot T_1 \cdot K_{FV} K_{F\beta} \cdot \Omega \cdot Y_{F1} \cdot Z_1}{K \cdot [\delta]_F}$$

Уравнение (6) с учетом (8) представим в виде

$$\overline{M_F} = \frac{M}{C_{MF}} = \frac{1}{K} + \varphi_1 U_1^2 (1 + \varphi_2 y^2) + \frac{n_M}{K} (1 - U_1)^2, \quad (9)$$

где  $C_{MF} = \frac{\pi\rho \cdot T_1 K_{FV} K_{F\beta} \cdot \Omega \cdot Y_{F1} \cdot Z_1}{2 \cdot [\delta]_F}$ .

В полученных функциях (8) и (9) имеются три переменных величины  $U$ ,  $U_1$  и  $y$ . Независимо изменяющимся параметрам, в пределах заданного общего передаточного отношения  $U$ , может быть либо  $U_1$ , либо  $y$ . Анализ взаимосвязи  $U_1$  и  $y$  доказал, что в качестве варьируемого параметра удобнее выбрать  $y$ . В связи с этим для всех анализируемых схем механизмов были введены зависимости  $U_1$  от  $y$ , которые приведены в табл. 2.

Таблица 2

Зависимости  $U_1$  от  $y$  и  $U$

Схема	Зависимости	
	Радиальное расположение спутников	Окружное расположение спутников
а)	$U_1 = \frac{2 - U}{2}$	$U_1 = \frac{U - 2}{y - 1}$
б)	$U_1 = \frac{U}{2(1 + y)}$	$U_1 = \frac{U}{y + 1}$
в)	$U_1 = \frac{U - 2}{2y}$	$U_1 = \frac{U - 2}{y - 1}$
г), е)	$U_1 = \frac{2 - U}{2}$	-
д)	$U_1 = \frac{U}{2(1 - y)}$	-

Для ряда исследуемых механизмов (схемы а), б), в) на рис.1) область возможного изменения величины  $y$  определенная ранее и представлена графически в [2].

Для оставшейся группы механизмов (схемы г), д), е) на рис.1) ограничения на параметр  $y$  определялись, исходя из условия  $18 \leq Z_i \leq 180$ . С учетом дополнительного ограничения на возможные величины зубьев, накладываемого условием соосности, получены следующие системы неравенств для исследуемых механизмов:

$$\left. \begin{aligned} 0.125 < \frac{z_2}{z_1} = \frac{U-2}{2} < 4.5, \\ 1.25 < \frac{z_3}{z_1} = y \frac{U-2}{2} < 10, \\ 1.25 < \frac{z_4}{z_1} = U-1 < 10, \\ 2.22 < \frac{z_3}{z_2} = y < 10, \\ 2.22 < \frac{z_4}{z_2} = \frac{2(U-1)}{U-2} < 10, \\ 0.3 < \frac{z_4}{z_3} = \frac{2(U-1)}{y(U-2)} < 1, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

для схемы г) (рис. 1);

$$\left. \begin{aligned} 1 < \frac{z_2}{z_1} = \frac{U}{2(1-y)} < 10, \\ 0.1 < \frac{z_3}{z_1} = \frac{Uy}{2(1-y)} < 9, \\ 0.1 < \frac{z_4}{z_1} = U-1 < 10, \\ 0.1 < \frac{z_3}{z_2} = y < 0.9, \\ 0.1 < \frac{z_4}{z_2} = \frac{2(U-1)(1-y)}{U} < 1.5, \\ 0.1 < \frac{z_4}{z_3} = \frac{2(U-1)(1-y)}{yU} < 10, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

для схемы д);

$$\left. \begin{aligned} 1.05 < \frac{z_2}{z_1} = \frac{2-U}{2} < 5.5, \\ 0.11 < \frac{z_3}{z_1} = y \frac{2-U}{2} < 5, \\ 1.11 < \frac{z_4}{z_1} = 1-U < 10, \\ 1.05 < \frac{z_3}{z_2} = y < 0.9, \\ 0.5 < \frac{z_4}{z_2} = \frac{2(1-y)}{2-U} < 1.8, \\ 0.1 < \frac{z_4}{z_3} = \frac{2(1-y)}{y(2-U)} < 5, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

для схемы е).

Совместное решение каждой из систем неравенств позволило получить область изменения варьируемого параметра  $y$ , описываемую следующими неравенствами:

$$\frac{2(U-1)}{U-2} < y < \begin{cases} \frac{20}{U-2} & (4 \leq U \leq 11); \\ 10 & (2.25 \leq U \leq 4), \end{cases} \quad (13)$$

для схемы г);

$$\left. \begin{aligned} (1.1 \leq U \leq 1.8) \frac{U-1}{2} \\ (1.8 \leq U \leq 2.25) 0.1 \\ (2.25 \leq U \leq 8.5) \frac{U-1}{6U-1} \\ (8.5 \leq U \leq 11) \frac{0.5U-2}{2(U-1)} \end{aligned} \right\} < y < \begin{cases} \frac{1.9U-2}{2(U-1)} & (1.1 \leq U \leq 2) \\ \frac{20-U}{20} & (2 \leq U \leq 11) \end{cases} \quad (14)$$

для схемы д) и

$$\frac{0.4(1-U)}{2-U} < y < 0.9 \quad (-8 \leq U \leq -0.11) \quad (15)$$

для схемы е).

Подстановкой в формулы (8) и (9) зависимостей  $U_1$  от  $y$  (табл. 2) получены функции суммарной массы анализируемых механизмов в безразмерном виде. Эти функции оптимизации приведены в табл. 3, в которых индекс "Н" означает учет контактной, а индекс "F" - изгибной прочности.

## Целевые функции оптимизации

Схема	Расположение спутников	Функция
1	2	3
а)	радиальное	$\overline{M}_H = \frac{U}{K(U-2)} \left( 1 + \frac{K(2-U)^2(1+2y^2)}{4} + n_M \frac{U^2}{4} \right);$ $\overline{M}_F = \frac{1}{K} + \frac{(2-U)^2(1+2y^2)}{4} + n_M \frac{U^2}{4K};$
	окружное	$\overline{M}_H = \frac{U-y-1}{K(U-2)} \left( 1 + \frac{2K(U-2)^2(1+y^2)}{(y-1)^2} + n_M \left( \frac{y-U+1}{y-1} \right)^2 \right);$ $\overline{M}_F = \frac{1}{K} + \frac{2(U-2)^2(1+y^2)}{(y-1)^2} + \frac{n_M}{K} \left( \frac{y-U+1}{y-1} \right)^2;$
б)	радиальное	$\overline{M}_H = \frac{U-2(1+y)}{KU} \left( 1 + \frac{2KU^2(1+y^2)}{4(y+1)^2} + \frac{n_M}{4} \left( \frac{2(1+y)-U^2}{y+1} \right)^2 \right);$ $\overline{M}_F = \frac{1}{K} + \frac{U^2(1+y^2)}{4(y+1)^2} + \frac{n_M}{4K} \left( \frac{2(1+y)-U}{y+1} \right)^2;$
	окружное	$\overline{M}_H = \frac{U-y-1}{KU} \left( 1 + \frac{2KU^2(1+y^2)}{(y+1)^2} + n_M \left( \frac{1+y-U^2}{y+1} \right)^2 \right);$ $\overline{M}_F = \frac{1}{K} + \frac{2U^2(1+y^2)}{(y+1)^2} + \frac{n_M}{K} \left( \frac{1+y-U}{y+1} \right)^2;$
в)	радиальное	$\overline{M}_H = \frac{2(1+y)-U}{2Ky} \left( 1 + \frac{K(U-2)^2(2+y^2)}{4y^2} + \frac{n_M}{4} \frac{(2(1+y)-U)^2}{y^2} \right);$ $\overline{M}_F = \frac{1}{K} + \frac{(U-2)^2(2+y^2)}{4y^2} + \frac{n_M}{4K} \frac{(2(1+y)-U)^2}{y^2};$

1	2	3
	окруж- ное	$\overline{M}_H = \frac{1+y-U}{K(y-1)} \left( 1 + \frac{2K(U-2)^2(1+y^2)}{(y-1)^2} + n_M \left( \frac{1+y-U^2}{y-1} \right)^2 \right);$ $\overline{M}_F = \frac{1}{K} + \frac{2(U-2)^2(1+y^2)}{(y-1)^2} + \frac{n_M}{K} \left( \frac{1+y-U}{y-1} \right)^2;$
г)	ради- альное	$\overline{M}_H = \frac{U}{U-2} \left( 1 + \frac{(2-U)^2(1+2y^2)}{4} + \frac{n_M U^2}{4} \right);$ $\overline{M}_F = 1 + \frac{(2-U)^2(1+2y^2)}{4} + \frac{n_M U^2}{4};$
д)	ради- альное	$\overline{M}_H = \frac{U-2(1-y)}{U} \left( 1 + \frac{U^2(1+y^2)}{2(1-y)^2} + \frac{n_M}{4} \left( \frac{2(1-y)-U}{1-y} \right)^2 \right);$ $\overline{M}_F = 1 + \frac{U^2(1+y^2)}{2(1-y)^2} + \frac{n_M}{4} \left( \frac{2(1-y)-U}{1-y} \right)^2;$
е)	ради- альное	$\overline{M}_H = \frac{U}{U-2} \left( 1 + \frac{(2-U)^2(1+y^2)}{2} + \frac{n_M U^2}{4} \right);$ $\overline{M}_F = 1 + \frac{(2-U)^2(1+y^2)}{2} + \frac{n_M U^2}{4}.$

Оптимальными параметрами механизмов будут такие, при которых суммарная масса будет минимальной. Найти такое значение  $y$  можно одним из двух способов. При первом, задавшись общим передаточным отношением, необходимо просчитать целевую функцию при всех возможных значениях  $y$  и выбрать ту его величину, при которой целевая функция минимальна. При втором способе нужно найти значение  $y$ , удовлетворяющее уравнению

$$\frac{\partial \overline{M}}{\partial y} = 0. \quad (16)$$

Следует заметить, что уравнение (16) не всегда имеет решение, лежащее в области допустимых значений  $y$ . Часть этих значений выходят за область, и оптимальными значениями  $y$  в этом случае следует считать те его величины, которые лежат на той границе, за которую выходят решения уравнения (16).

Для примера приведем оптимальные значения  $y$ , обеспечивающие минимальную массу при условии обеспечении изгибной прочности.



Для схемы а) (рис.1) с радиальным расположением спутников оптимальными будут минимально возможные значения  $y$ :

$$y_{opt} = y_{min} \quad (17)$$

Для схемы а) с окружным расположением спутников оптимальные значения  $y$  также располагаются на границе области существования механизма:

$$y_{opt} = 0.1(U \geq 3); \quad y_{opt} = y_{min} (3 \geq U \geq 2); \quad y_{opt} = y_{max} (2 < U). \quad (18)$$

Для схемы б) с радиальным расположением спутников решение уравнения (16) имеет вид

$$y_{opt} = \frac{U(2K + n_M)}{UK + 2n_M} - 1. \quad (19)$$

При окружном расположении спутников для схемы б) оптимальными будут максимально возможные значения  $y$ :

$$y_{opt} = y_{max} \quad (20)$$

Для схемы в) с радиальным расположением спутников, а также для схем г), д) и е) оптимальное значение  $y$  будет минимальным

$$y_{opt} = y_{min} \quad (21)$$

Для схемы в) с окружным расположением спутников оптимальные значения  $y$  лежат внутри области существования механизма и определяются как

$$y_{opt} = 1 + \frac{(U - 2)(4K + n_M)}{n_M - 2K(U - 2)}. \quad (22)$$

Для проектирования механизма минимальной массы с учетом изгибной прочности необходимо в зависимости от схемы по одному из уравнений (17)...(22) найти  $y_{opt}$  и, подставив его в генеральные уравнения [2], подобрать числа зубьев. Для других вариантов оптимизации  $y_{opt}$  находится по уравнению (16) с учетом выше описанных особенностей.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамов В.Т. Определение весовых и инерционных характеристик элементов планетарных механизмов // Теория механизмов и машин. – 1982. – Вып. 32. – С. 85 - 87.
2. Ткаченко В.А., Абрамов В.Т., Коровкин М.Д. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам. – Харьков : ХАИ, 1983. – 110 с.

Поступила 03.01.2002

*АБРАМОВ Владимир Тимофеевич, канд. техн. наук, доцент кафедры НКАУ ХАИ. Окончил ХАИ в 1964 г. Область научных интересов – теоретическая механика.*

*ДОВГОПОЛАЯ Ольга Юрьевна, аспирантка НКАУ ХАИ. Окончила ХАИ в 1998 г. Область научных интересов – теоретическая механика.*