УДК 621. 396 . 96 : 621. 396 . 26

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМАХ РАДИОЛОКАЦИИ

к.т.н. Ю.А. Сиротин
(представил д.т.н., проф. О.И. Сухаревский)

Для многопозиционных систем радиолокации предлагается статистическая модель задачи отождествления, которая учитывает возможные пропуски, неразрешения, наличие ложных обнаружений, ошибок первичных измерений обнаружителей – измерителей (ОИ), входящих в систему.

В многопозиционных системах радиолокации (МПСРЛ) решение задачи обнаружения-разрешения воздушных объектов (целей) и измерения их координат осуществляется в два этапа.

На первом этапе каждый обнаружитель - измеритель (радиолокационная станция или измерительная база), входящий в МПСРЛ, проводит обнаружение целей и измерение их первичных координат в системах координат этих обнаружителей - измерителей. Окончательное решение задачи обнаружения - разрешения в МПСРЛ и измерения пространственных координат целей осуществляется на центральном пункте управления (ЦПУ) и возлагается на систему отождествления и оценки пространственных координат – систему объединения первичной координатной информации (ОПКИ).

На ЦПУ в текущий момент наблюдения от **M** обнаружителей - измерителей (входящих в МПСРЛ), поступают **M** разнородных, статистически не связанных между собой списков $< \mathbf{X_1}, \mathbf{X_2}, \dots \mathbf{X_M} >$ - отметок первичных измерений от неизвестного числа **s** целей в текущей лоцируемой зоне.

Каждый поступивший от **k** - го ОИ список $\mathbf{X_k} = < \mathbf{s_k}, \{ \mathbf{x_k(j_k)} \} >$ содержит $\mathbf{s_k}$ статистически независимых векторов первичных измерений $\mathbf{x_k(j_k)}$, полученных в системе координат **k** -го ОИ. Среди этих отметок могут быть как истинные (порожденные лоцируемыми целями), так и ложные. Среди истинных отметок могут быть отметки как от одиночных, так и от групповых (неразрешаемых) целей.

В каждом списке $\boldsymbol{X_k}$, в силу независимости принятия решений каждым ОИ, его различной разрешающей способности, возможного необнаружения, число отметок $\mathbf{s_k}$ различно. По этим же причинам, нумерация $\mathbf{N_k} = \{\mathbf{к_i}\}$ каждого **k**-го списка $\mathbf{X_k}$ произвольна, а нумерации $\mathbf{N_k}$ и $\mathbf{N_m}$ любой пары **(k, m)** списков $\mathbf{X_k}$ и $\mathbf{X_m}$ не связаны между собой.

Система ОПКИ должна по полученным на ЦПУ спискам первичных измерений $< \mathbf{X_1}, \mathbf{X_2}, \dots \mathbf{X_M} >$ установить соответствие между отметками, порожденными одной и той же целью (согласовать нумерации $\mathbf{N_1}, \mathbf{N_2}, \dots \mathbf{N_M}$), т.е.

отождествить первичные измерения и для принятого условия отождествления вычислить пространственные координаты целей в системе координат ЦПУ. Число таких соответствий отождествления существенно зависит от числа целей и числа ОИ. Для исключения малоправдоподобных соответствий отождествления используются различные приемы предварительного (эвристического) отождествления [1]. Однако, в условиях различного и непредсказуемого разрешения различными ОИ применение таких приемов становится проблематичным. Для близко расположенных целей, при низкой вероятности обнаружения такие методы сокращения вычислительных затрат неэффективны и приводят к потере качества.

Следует отметить, что мощность современных вычислительных средств такова, что из двух критериев (высокое качество обработки и малые вычислительные затраты), обычно используемых для оценки работоспособности такого типа систем, на первое место выходит задача обеспечения максимально высоких показателей качества. Высокое качество решения рассматриваемой задачи может быть получено при условии использования адекватной математической модели, которая учитывает перечисленные выше особенности полученной на ЦПУ информации от ОИ.

Вероятностный характер решаемых обнаружителями - измерителями МПСРЛ задач обуславливает соответствующее математическое описание задачи ОПКИ: статистическую структуру - семейство вероятностных распределений $\mathbf{P}=\{\mathbf{P_H},\ \mathbf{H}\in\mathbf{\Delta}\}$.

Структура каждого распределения $\mathbf{P_H}\in\mathbf{P}$ однозначно определяется структурой гипотезы отождествления **H** (в дальнейшем гипотеза совместного отождествления). Описать все семейство распределений - это значит, описать все множество $\mathbf{\Delta}=\mathbf{\Delta(X)}$ гипотез совместного отождествления.

Каждая гипотеза совместного отождествления **H** должна содержать:

1) гипотезу о числе воздушных объектов;

2) **M** гипотез о разрешении/неразрешении этих гипотетических объектов каждым **к** - м ОИ;

3) **M** гипотез об обнаружении/необнаружении этих гипотетических объектов (одиночных или групповых) каждым **к** - м ОИ;

4) **M** гипотез о соответствии гипотетически обнаруженных одиночных и групповых объектов отметкам, полученным от каждого **к -** го ОИ;

5) **M** гипотез о ложных отметках в соответствующих списках.

Построим множество $\mathbf{\Delta}=\mathbf{\Delta(X)}$ гипотез отождествления, удовлетворяющих сформулированным требованиям.

Обозначим $\mathbf{(S)=[1,2,\ldots,s]}$ - отрезок натурального ряда с естественной нумерацией. Пусть $\mathbf{s_k}$ **-** число отметок, которое получено от **к** - го ОИ (**к = 1…M**). Обозначим $\mathbf{(N_k)=[1,2,\ldots,s_k]}$ - отрезок натурального ряда с естественной нумерацией. Для учета возможных пропусков дополним каждый из этих отрезков $(\mathbf{N_k})$ каким либо специальным символом, например #. Обозначим $\widehat{N}_k = [1, 2, \ldots, s_k, \#]$ - расширенный отрезок натурального ряда. Рассмотрим отображение множества (S) в прямое произведение расширенных отрезков $\varphi : (S) \to \widehat{N}_1 \times \widehat{N}_2 \times \ldots \times \widehat{N}_M$.

Введенное отображение φ и определяет гипотезу отождествления задачи ОПКИ, которая учитывает все описанные выше особенности решения радиолокационной задачи обнаружителями - измерителями МПСРЛ.

Каждое отображение φ однозначно описывается набором отображений $\varphi_k : (S) \to \widehat{N}_k$ $(к = 1 \ldots M)$. Образ множества (S) обозначим как $\varphi_k(S)$ ($\varphi_k(S) \subseteq \widehat{N}_k$). Тогда отметки из множества $\varphi_k(S) \cap N_k$ классифицируются как гипотетически обнаруженные **к**-м ОИ цели (одиночные или групповые) из множества (S) гипотетически находящихся в текущей лоцируемой зоне целей.

Отметки $m \in (N_k) \setminus \varphi_k(S)$ из множества (N_k), не вошедшие в образ $\varphi_k(S)$, этой гипотезой классифицируются как ложные отметки, поступившие от **к**-го ОИ. Если $\varphi_k(j) = \#$, то j -ая гипотетическая цель ($j \in (S)$) отображением φ классифицируется как пропущенная **к**-м ОИ.

Обозначим $b_m^{(k)} = \varphi_k^{-1}(m)$ - прообраз отметки $m \in \hat{N}_k$. Если $m \in \varphi_k(S)$, то $b_m^{(k)}$ состоит из нескольких (одного) элементов и классифицируется как групповая (одиночная) цель, которая гипотетически была обнаружена **к**-м ОИ как отметка с номером **m**. Если $m = \#$, то $b_{\Gamma_\varphi^k + 1}^{(k)} = \varphi_k^{-1}(\#)$ - множество всех необнаруженных **к** - м ОИ целей из (S) гипотетических целей. Ясно, что если $m_1 \neq m_2$, то множества $\varphi_k^{-1}(m_1)$ и $\varphi_k^{-1}(m_2)$ не пересекаются и задают различные групповые цели (для **к**-го ОИ) с соответствующим составом $b_{m_1}^{(k)}$ и $b_{m_2}^{(k)}$.

Таким образом, каждое отображение φ однозначно определяет **М** наборов $\{\pi_k\}_{k=1 \ldots M}$ разбиений множества (S). Каждое разбиение $\pi_k = \left\{b_m^{(k)}\right\}_{m=1 \ldots \Gamma_\varphi^{(k)} + 1}$ задает гипотезу о разрешении **к** - м ОИ, где Γ_φ^k - число гипотетически обнаруженных **к**-м ОИ групповых (одиночных) целей (группа $\Gamma_\varphi^k + 1$ – это группа всех необнаруженных **к**-м ОИ целей).

Из приведенного анализа следует, что каждое отображение φ определяет некоторую гипотезу совместного отождествления. Все такие отображения дают полный состав $\Delta = \Delta(X)$ гипотез отождествления, удовлетворяющих сформулированным требованиям.

В дальнейшем будем обозначать гипотезу совместного отождествления, определяемую отображением φ как H_φ; $P_\varphi = P(X/H_\varphi)$ - соответствующее условное распределение. Ясно, что $H_\varphi = \{H_\varphi^k\}_{k=1...M}$, где H_φ^k соответствующая отображению φ_k подгипотеза для **к**-го обнаружителя - измерителя. Отметим, что каждая H_φ^k может быть представлена как слово длины **S** из алфавита $\hat{N}_k$. При фиксированном **S** возможное число таких слов $-(s_k+1)^S$.

Обозначим $\Delta_S = \Delta_S(X)$ – множество всех совместных гипотез отождествления с гипотетическим числом целей, равным **S**. Общее число таких гипотез совместного отождествления равно $[(s_1+1)(s_2+1)...(s_M+1)]^S$. Множества Δ_{S_1} и Δ_{S_2} не пересекаются. Для множества $\Delta = \Delta(X)$ всех совместных гипотез отождествления имеем $\Delta = \bigcup\limits_{S \geq 0} \Delta_S(X)$. Ясно, что не все гипотезы правдоподобны. При высоких вероятностях правильного обнаружения обнаружителями-измерителями, естественна интервальная оценка числа целей $[S_{min}, S_{max}]$, где $S_{min} = \min\limits_{k=1...M}\{S_k\}$ и $S_{max} = \max\limits_{k=1...M}\{S_k\}$. Поэтому в дальнейшем будем считать, что $\Delta = \bigcup\limits_{S=S_{min}...S_{max}} \Delta_S(X)$.

Исключение малоправдоподобных гипотез существенно зависит от состава МПСРЛ. Так, среди допустимых (правдоподобных) гипотез для МПСРЛ, состоящих из ОИ, каждый из которых измеряет три координаты цели (в своей системе координат), естественно оставить гипотезы о разрешении целей хотя бы одним ОИ. Для МПСРЛ, состоящих из ОИ, которые измеряют только одну координату цели (по своей измерительной шкале), естественно оставить гипотезы о разрешении целей хотя бы тремя ОИ. В дальнейшем будем обозначать множество всех допустимых (правдоподобных) гипотез для МПСРЛ как $\Delta^* = \Delta^*(X)$ (свое для каждой конкретной системы).

Выясним, как структура гипотезы $H\varphi = \{H_\varphi^{(k)}\}_{k=1...M}$ определяет структуру распределения P_φ, а точнее, функцию правдоподобия (условную плотность распределения) $L(X/H_\varphi, KO_\varphi)$, где $KO_\varphi = \langle S_\varphi, \{\vec{R}_1(\varphi), ..., \vec{R}_{\hat{S}}(\varphi)\}\rangle$ - неизвестная координатная обстановка, совместная с гипотезой $H\varphi$.

В силу независимости наблюдений каждой компоненты многомерного наблюдения $X = \langle X_1, X_2, ... X_M \rangle$, справедлива следующая формула:

$$L(X/H_\varphi, KO) = \prod_{k=1}^{M} L_k\left(X_k / H_\varphi^{(k)}, KO_\varphi\right),$$

где многомодовая структура функции правдоподобия $\mathbf{L_k\left(X_k/H_\varphi^{(k)},KO_\varphi\right)}$ ($\mathbf{к = 1…M}$) определяется соответствующей подгипотезой $\mathbf{H_\varphi^{(k)}} \in \mathbf{H_\varphi}$. Каждая $\mathbf{m}$-я мода соответствует отметке, гипотетически порожденной одной (групповой / одиночной) целью $\mathbf{b_m^{(k)} = \varphi_k{}^{-1}(m)}$ из соответствующего разбиения $\pi_\varphi^{(k)} = \{\mathbf{b_i^{(k)}}\}_{i=1...\Gamma_\varphi^{(k)}}$, т.е.

$$\mathbf{L_k\left(X_k / H_\varphi^{(k)}, KO_\varphi\right) = \prod_{m=1}^{\Gamma_\varphi} L_k\left(x_k(m) / H_\varphi^{(k)}, KO_\varphi\right)}.$$

Если ошибки измерения первичных координат предполагать аддитивными, то каждая мода имеет вид

$$\mathbf{L_k\left(x_k(m) / H_\varphi^{(k)}, KO_\varphi\right) = L_k\left(x_k(m) - x_k\left(\vec{R}\left(b_m^{(k)}\right)\right)\right)},$$

где $\mathbf{\vec{R}\left(b_m^{(k)}\right)}$ – радиус - вектора центра групповой цели $\mathbf{b_i^{(k)} = \varphi_k{}^{-1}(m)}$ для $\mathbf{к}$ - го ОИ.

Функциональная зависимость $\mathbf{x_k = x_k(\vec{R})}$ между радиус - вектором $\mathbf{\vec{R}}$ любой точки лоцируемой зоны относительно ЦПУ и ее координатами в системе координат $\mathbf{к}$-го ОИ детерминирована, всегда известна и определяется положением соответствующей радиолокационной станции или измерительной базы и используемым методом локации.

Таким образом, для функции правдоподобия имеем

$$\mathbf{L\left(X / H_\varphi, KO_\varphi\right) = \prod_{k=1}^{M} \prod_{m=1}^{\Gamma_\varphi^{(k)}} L_k\left(x_k(m) - x_k\left(\vec{R}\left(b_m^{(k)}\right)\right)\right)}.$$

В дальнейшем будем обозначать $\mathbf{\widehat{L}\left(X / H_\varphi\right) = L\left(X / H_\varphi, \widehat{K}_\varphi\right)}$ **-** плотность вероятности, в которую вставлена оценка координатной обстановки $\mathbf{\hat{K}_\varphi} =$ $= <\mathbf{S_\varphi}, \left\{\mathbf{\widehat{\vec{R}}_1(\varphi), \widehat{\vec{R}}_2(\varphi), ..., \widehat{\vec{R}}_{\widehat{s}}(\varphi)}\right\}>$, соответствующая выдвинутой совместной гипотезе $\mathbf{H_\varphi}$. Обозначим $\mathbf{< KO\varphi >}$ - множество любых оценок радиус - векторов, совместимых с выдвинутой гипотезой $\mathbf{H_\varphi}$.

При отсутствии априорной информации о возможном неразрешении целей, для решения задачи отождествления может быть использован метод максимального правдоподобия. Алгоритм отождествления, реализующий метод максимального правдоподобия, задается соотношением

$$\mathbf{\left(\widehat{H}_\varphi, \widehat{K}_\varphi\right) = \underset{H\varphi \in \Delta,\ KO_\varphi \in < KO_\varphi >}{\arg\max} L\left(X/H_\varphi, KO_\varphi\right)}$$

и предписывает:

- выдвижение совместной гипотезы $\mathbf{H}_{\varphi}$, соответствующей отображению $\boldsymbol{\varphi}$ из множества допустимых совместных гипотез $\boldsymbol{\Delta}^{*} = \boldsymbol{\Delta}^{*}(\mathbf{X})$;

- вычисление совместных с выдвинутой гипотезой $\mathbf{H}_{\varphi}$ оценок координат $\hat{\mathbf{K}}_{\varphi} = < \hat{\mathbf{S}}_{\varphi}, \left\{ \hat{\vec{\mathbf{R}}}_{1}(\varphi), \hat{\vec{\mathbf{R}}}_{2}(\varphi), ..., \hat{\vec{\mathbf{R}}}_{\hat{s}}(\varphi) \right\} >$ согласно правилу

$$\widehat{\mathbf{K}}_{\varphi} = \underset{\mathbf{KO}_{\varphi} \in < \mathbf{KO}_{\phi} >}{\arg\max} \ \mathbf{L}\left(\mathbf{X}/\mathbf{H}_{\varphi}, \mathbf{KO}_{\varphi}\right);$$

- вычисление значения условной плотности вероятности гипотезы $\mathbf{H}_{\varphi}$ для совместной оценки $\widehat{\mathbf{K}}_{\varphi}$:

$$\widehat{\mathbf{L}}(\mathbf{X} / \mathbf{H}_{\varphi}) = \mathbf{L}\left(\mathbf{X} / \mathbf{H}_{\varphi}, \widehat{\mathbf{K}}_{\varphi}\right);$$

- сравнение условных плотностей $\widehat{\mathbf{L}}\left(\mathbf{X}/\mathbf{H}_{\varphi}\right)$ и нахождение максимально правдоподобной гипотезы $\widehat{\mathbf{H}}_{\varphi}$, т.е. решение задачи

$$- \quad \widehat{\mathbf{H}}_{\varphi} = \underset{\mathbf{H}_{\varphi} \in \Delta^{*}}{\arg\max} \, \widehat{\mathbf{L}}\left(\mathbf{X}/\mathbf{H}_{\varphi}\right).$$

В заключение отметим, что парк современных многопозиционных систем радиолокации достаточно разнороден, каждая из них требует разработки своего алгоритма совместной оценки пространственных координат (например, [2]). Разработка таких алгоритмов, а также вопросы уточнения множества допустимых совместных гипотез для каждой многопозиционной системы радиолокации требуют отдельного рассмотрения и выходят за рамки данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. – М.: Радио и связь, 1993. – 415 с.*
2. *Сиротин Ю.А., Седышев П.Ю., Терешко В.М. Оценка пространственных координат в трехбазовой системе пассивной локации с измерением пеленга на центральном пункте // Вопросы специальной радиоэлектроники. Общие вопросы радиоэлектроники. – Москва-Таганрог, ТНИИС. – 2001. – Вып.2. – С. 134 - 143.*

Поступила 22.01.2002

***СИРОТИН Юрий Александрович**, канд. техн. наук, доцент кафедры ХВУ. В 1974 году окончил Харьковский государственный университет. Область научных интересов – обработка разнородной информации в вычислительных системах, имитационное математическое моделирование.*