УДК 62-523:62-515:629.05

ОСОБЕННОСТИ СИНТЕЗА ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ МАНЕВРИРОВАНИЕМ НЕГОЛОНОМНОЙ СИСТЕМЫ С ИНЕРЦИОННЫМИ ТОЧКАМИ

к.т.н. Б.Г. Васильев, к.т.н. Д.А. Пивнев, С.А. Марцинкевич
(представил д.т.н., проф. В.С. Харченко)

Рассматривается управляемое движение системы шарнирно связанных тел, на которые наложены неголономные связи колесного типа и которые имеют инерционные точки. Приводятся законы управления для совмещения траекторий движения инерционных и всех парных точек.

Рассматриваемые объекты управления (автопоезд, автомобиль) и задача синтеза управления для совмещения траекторий движения являются настолько специфическими, что не позволяют найти необходимые решения существующими методами теории оптимального управления. К основным особенностям следует отнести: наложение на объект управления неголономных связей колесного типа, которые описываются неинтегрируемыми трансцендентными дифференциальными уравнениями; недостаточная развитость теоретической механики движения таких неголономных систем; отсутствие необходимого теоретического базиса в области управления движением тел для совмещения траекторий необходимых точек; существенная нелинейность уравнений движения и для исследования курсовой и траекторной устойчивости. Всё это требует разработки новых подходов и методов решения названных задач, которые формируются в последнее время в виде новой дисциплины – мехатроники транспортных средств [1], объединяющей механическую, электронную и информационную технологии. Современные автомобили оснащаются бортовыми вычислительными комплексами (АБВК), способными решать достаточно сложные задачи, в том числе и управление движением. Однако для этого должны быть разработаны требования к системе измерения и обработки необходимой информации. Такие требования позволяют сформулировать законы управления поворотом [2 - 4].

Придерживаясь терминологии и принятых в [3] обозначений, остановимся предварительно на некоторых положениях, необходимых для понимания последующих законов управления поворотом неголономной связи. Принципиальное отличие введенного понятия “НГС колесного типа” (далее - НГС) состоит в том, что уравнение НГС отражает поворот вектора скорости движения в той точке звена автопоезда, в которой расположено колесо (в отличие от поворота плоскости вращения колеса или поворота площадки контакта колеса с дорогой). Это позволяет учитывать, при необходимости, боковой увод эластичных шин, юз и другие динамические явления.

Любую схему автопоезда можно охарактеризовать конфигурацией неголономной системы, состоящей из вполне определенного ограниченного множества шарнирно связанных кинематических звеньев и НГС. Задающие НГС (НГС.З) – которые имеют независимое уравнение НГС. Они могут быть поворотные (НГСП.З) и неповоротные (НГСН). Если звено автопоезда имеет две НГС.З, то звено называется независимым, если одну НГС.З – то полузависимым (пример - полуприцеп), а если ни одной – то сцепкой (пример - дышло). Все остальные НГС являются избыточными (НГСП.И) и имеют зависимые уравнения НГС. На любом звене возможно любое количество шарнирных точек, связывающих его со смежными звеньями. Но на каждом звене сумма НГС. З и задающих шарниров (ЗШ) всегда равно двум, а остальные шарниры – незадающие (НЗШ). Важной характеристикой конфигурации неголономной системы является наличие (или отсутствие) инерционной точки на звеньях автопоезда.

Инерционной точкой $\boldsymbol{\tau}$ называется такая точка базовой линии звена (продольной средней линии звена), в которой вектор скорости всегда направлен вдоль этой линии. Наличие и расположение инерционной точки определяет степень дифференциальных уравнений движения для обобщенных координат, курсовую и траекторную устойчивость звеньев автопоезда, а также область допустимых решений задачи о совмещении траекторий движения. На любом звене автопоезда может существовать не более одной $\boldsymbol{\tau}$. Она всегда совпадает с НГСН, но может существовать и при отсутствии НГСН, что определяется видом и соотношением задающих функций, под которыми понимается зависимость относительного угла $\boldsymbol{\gamma_i}$ поворота вектора скорости $\vec{\mathbf{V}}_{\mathbf{i}}$ задающей точки **i** от каких-либо обобщенных координат и параметров движения (будем обозначать $\boldsymbol{\gamma}_i = \mathbf{f}_{\gamma i}$). Задающая точка – это такая точка звена, в которой расположены или НГС.З, или ЗШ.

Условия существования единственной $\boldsymbol{\tau}$ на звене определяет следующая теорема. Если звено имеет две задающие точки, то необходимым и достаточным условием существования на этом звене единственной инерционной точки является или тождественное равенство отличному от единицы числу отношения тангенсов задающих функций или тождественное равенство в одном из задающих шарниров этого звена задающей функции смежного звена углу складывания этих двух звеньев, взятому со знаком плюс, если смежное звено является последующим, и со знаком минус – если смежное звено является предшествующим.

Рассмотрим, например, три звена (с порядковыми номерами 1, 2 и 3), последовательно соединенные шарнирами 4 и 5, которые совпадают с НГСП. Тогда согласно условий теоремы, на звене 2 возможно существование единственной точки $\boldsymbol{\tau_2}$ только в одном из следующих случаев:

$$\frac{\mathbf{tgf}_{\gamma\mathbf{4.2}}}{\mathbf{tgf}_{\gamma\mathbf{5.2}}} \equiv \mathbf{K}_{\mathbf{tg4/5}} \neq \mathbf{1}\,; \qquad (1)$$

$$f_{\gamma 4.2} \equiv -\lambda_4 ; \tag{2}$$

$$f_{\gamma 5.3} \equiv \lambda_5 , \tag{3}$$

где $K_{tg4/5}$ – вещественное число; λ_4, λ_5 – углы складывания смежных звеньев в шарнирной точке, указанной в индексе; $\gamma_{4.1}$, $\gamma_{4.2}, \gamma_{5.2}, \gamma_{5.3}$ – относительные углы поворота вектора скорости точки, соответствующей первой цифре в индексе, относительно звена, соответствующего второй цифре в индексе; относительные углы связаны следующими отношениями:

$$\gamma_{4.2} - \gamma_{4.1} - \lambda_4 = 0 ; \tag{4}$$

$$\gamma_{5.3} - \gamma_{5.2} - \lambda_5 = 0 . \tag{5}$$

Для случая (1) инерционная точка τ_2 находится от точки 4 на расстоянии

$$L_{\tau 2.4} = \frac{L_{5.4}}{1 - K_{tg4/5}} , \tag{6}$$

где $L_{5.4}$ – база от 5 к 4.

При $L_{\tau 2.4} > 0$ точка τ_2 откладывается от точки 4 в сторону точки 5, а при $L_{\tau 2.4} < 0$ – в противоположном направлении. В частности, при $K_{tg4/5} = -1$, что равносильно тождеству $\gamma_{4.2} \equiv -\gamma_{5.2}$, точка располагается посередине между 4 и 5. Для случая (2) инерционная точка τ_2 совпадает с шарнирной точкой 4, а для случая (3) – с шарнирной точкой 5. В отличие от инерционной точки у нулевой точки относительный угол равен нулю нетождественно.

Задающие НГС (или задающие точки) и задающие функции будем называть эквивалентными, если при замене на них не изменятся подвижные центроиды. Поэтому траектории движения точек звена не изменятся, если одну (или сразу обе) задающую НГС (или точку) заменить на эквивалентную (или на две эквивалентные).

Если одна из задающих точек i имеет задающую функцию $f_{\gamma i}$, а вторая точка этого звена является инерционной, то эквивалентной задающей функцией произвольной точки j базовой линии этого звена является

$$\gamma_j = f\gamma j = \mathrm{arctg}\left(K_{tgj/i} \cdot \mathrm{tg} f_{\gamma i}\right) = \mathrm{arctg}\left(\frac{L_{\tau.j}}{L_{\tau.i}} \mathrm{tg} f_{\gamma i}\right) . \tag{7}$$

Если из двух задающих точек i и j одного звена одна имеет задающую функцию $f_{\gamma i}$, а вторая – связана соотношением (1), то эквивалентной задающей функцией произвольной точки K базовой линии этого звена является

$$\gamma_k = f_{\gamma k} = \mathrm{arctg}\left[\left(\frac{L_{k.i}}{L_{j.i}} K_{tgj/i} - \frac{L_{k.j}}{L_{j.i}}\right) \mathrm{tg} f_{\gamma i}\right] . \tag{8}$$

Если звено имеет в задающих точках i и j произвольные задающие функции $f_{\gamma i}$ и $f_{\gamma j}$, то эквивалентной задающей функцией произвольной точки K базовой линии этого звена является

$$\gamma_k = f_{\gamma k} = \mathbf{arctg}\left(\frac{L_{k.i}}{L_{j.i}}\mathbf{tg}f_{\gamma i} - \frac{L_{k.j}}{L_{j.i}}\mathbf{tg}f_{\gamma i}\right). \quad (9)$$

Два звена являются эквивалентными одно другому, если имеют эквивалентные НГС (или точки), т.е. с эквивалентными задающими функциями.

Две точки двух эквивалентных звеньев будем называть парными точками, если они расположены на одинаковых расстояниях от инерционных точек (или от начальных нулевых) и в одинаковых направлениях. Эти точки совпадают при наложении эквивалентных звеньев друг на друга и при совмещении инерционных точек. Поэтому парные точки имеют одинаковые задающие функции и одинаковые траектории движения при равных начальных условиях.

Любая НГС, имеющая эквивалентную задающую функцию (7) – (9), имеет зависимое уравнение НГС и поэтому является НГСП.И. И наоборот – любая НГС, не совпадающая с двумя задающими точками звена, должна быть НГСП.И. и иметь задающую функцию вида (7) – (9). Задающая функция НГСП совпадает с законом управления поворотом этой НГСП и несет всю необходимую информацию – какие переменные необходимо измерять и по каким математическим зависимостям необходимо обрабатывать информацию, чтобы получить требуемое управляющее воздействие. Закон управления и условия для совмещения траекторий движения инерционных и всех парных точек двух звеньев автопоезда определяет следующая теорема.

Теорема. Если звенья $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ $(\mathbf{i} < \mathbf{j})$ имеют инерционные точки $\boldsymbol{\tau}_\mathbf{i}$ и $\boldsymbol{\tau}_\mathbf{j}$, то для асимптотического сближения траекторий этих точек и всех парных точек, при возмущенном движении, необходимо и достаточно, чтобы звенья были несмежными, чтобы точка $\mathbf{i_1}$, образующая задающую траекторию, располагалась впереди от $\boldsymbol{\tau}_\mathbf{i}$ (т.е. $\mathbf{i_1} < \boldsymbol{\tau}_\mathbf{i}$), и чтобы закон управления поворотом НГС, расположенной в любой точке $\mathbf{j_2}$ звена $\mathbf{j}$, был в виде задающей функции

$$\gamma_{j2} = f_{\gamma j2} = \mathbf{arctg}\left[\frac{L_{\tau j.j2}}{L_{\tau i.i1}}\mathbf{tg}\left(\gamma_{i1-si1-cj1} + \Psi_{i-si1-cj1} - \Psi_j + f_{cj1}\right)\right], \quad (10)$$

где $L_{\tau j.j2}, L_{\tau i.i1}$ – базы для точек, указанных в индексе; $\gamma_{i1-si1-cj1}$ – относительный угол НГС в точке $\mathbf{i_1}$, записанный в память в зависимости от дуговой координаты $\mathbf{Si_1}$ и считываемый из памяти, когда расстояние между точками равно нормали; $\Psi_{i-si1-cj1}$ – абсолютный угол поворота базовой линии звена $\mathbf{i}$, записываемый в память и считываемый аналогично предыдущему параметру; Ψ_j – абсолютный угол поворота базовой линии звена $\mathbf{j}$ в текущий момент движения; $\mathbf{j_1}$ - точка звена $\mathbf{j}$, парная точке $\mathbf{i_1}$; $\mathbf{f_{cj1}}$ – закон управления поворотом НГС при невозмущенном движении в виде функции

$$f_{cj_1} = \frac{dC_{j1.i1}}{dS_{i1-cj1}} = f_{cj1}(C_{j1.i1}), \quad (11)$$

где $\mathbf{C_{j1.i1}}$ - смещение точки $\mathbf{j_1}$ относительно траектории точки $\mathbf{i_1}$ (по нормали); $\mathbf{S_{i1-cj1}}$ - дуговая координата точки $\mathbf{i_1}$ в момент определения $\mathbf{C_{j1.i1}}$, причем функция (11) должна быть в зависимости от переменной $\mathbf{C_{j1.i1}}$ функцией однозначной, непрерывной, гладкой и нечетной со знаком, противоположным знаку $\mathbf{C_{j1.i1}}$ (т.е. график этой функции должен располагаться во втором и четвертом квадрантах), и которая должна асимптотически стремиться к нулю при $\mathbf{S_{i1-cj1}} \to \infty$.

Наиболее простой функцией, отвечающей (11), является

$$\mathbf{f_{cj1} = k_c c_{j1.i1}}, \tag{12}$$

где $\mathbf{k_c}$ – коэффициент пропорциональности.

Все необходимые параметры, входящие в (10) - (12), можно вычислить из уравнений НГС. Тогда достаточно измерять лишь два относительных угла НГСП.З и дуговую координату $\mathbf{S_{i1}}$.

Таким образом, предложенные новые подходы и методы позволяют синтезировать закон управления маневрированием для совмещения инерционных и всех парных точек звеньев автопоезда. Получаемые результаты представляют собой математические точные решения, инвариантные к любым скоростным режимам движения и динамическим характеристикам в пределах действия неголономных связей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Туренко А.Н. и др. Мехатроника транспортных средств // Вестник ХГАДТУ. – Харьков: ХНАДУ. – 2001. – Вып.15 - 16. – С. 11 7- 119.*
2. *Васильев Б.Г. Синтез законов управления для совмещения траекторий движения точек неголономной системы тел // Информационные системы. – Харьков: НАНУ, ПАНИ, ХВУ. – 1994. – Вып.2. – С. 69 - 77.*
3. *Васильев Б.Г., Марцинкевич С.А. Основы теории маневренности систем с неголономными управляемыми колесными связями // Автомобильный транспорт. – Харьков: ХНАДУ. – 2001. – Вып. 7 - 8. – С. 126 - 128.*
4. *Васильев Б.Г., Марцинкевич С.А. Решение проблемы управления транспортной машиной для совмещения траекторий колес и габаритных точек // Вестник ХГАДТУ.– Харьков: ХНАДУ, 2001. – Вып. 15 - 16. – С. 171 - 173.*

Поступила 23.01.2002

ВАСИЛЬЕВ Борис Георгиевич*, канд. техн. наук, доцент, ведущий научный сотрудник Научного центра ХВУ. В 1972 году закончил Харьковское ВВКИУ. Область научных интересов – системы управления маневрированием и поворотом автопоездов и автомобилей.*

ПИВНЕВ Дмитрий Анатольевич*, канд. техн. наук, старший научный сотрудник Научного центра ХВУ. В 1988 году закончил Днепропетровское ВЗРКУ. Область научных интересов – применение информационных и компьютерных технологий на автомобилях.*

МАРЦИНКЕВИЧ Сергей Александрович*, доцент кафедры ХВУ. В 1978 году закончил Рязанское ВВКАУ. Область научных интересов – системы управления маневрированием и поворотом автопоездов.*