УДК 623. 021: 005

ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ НЕОДНОРОДНЫХ СИЛ И СРЕДСТВ

к.т.н. В.Б. Кононов
(представил д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

В статье рассматривается решение задач оптимального управления распределением неоднородных сил и средств конфликтующей стороны по критериям максимума среднего суммарного количества основных сил в конце конфликтной ситуации, минимума среднего суммарного количества основных сил противника и максимума среднего суммарного количества основных сил за весь период конфликтной ситуации.

Постановка задачи. При решении задач планирования боевых действий в ходе конфликтных ситуаций необходимо определить законы управления распределением неоднородных сил и средств, имеющихся у оперирующей стороны, в зависимости от поставленных руководством целей, складывающейся ситуации и вероятных действий противника.

Планирование и последующее управление распределением неоднородных сил и средств, а также управление распределением сил и средств резерва в условиях современного боя представляет собой важную военно-научную проблему, актуальность которой определяется необходимостью создания в Вооруженных Силах Украины автоматизированной системы управления войсками и оружием.

Анализ литературы. Задачи управления распределением сил и средств оперирующей стороны рассматривались в работах [1, 2]. Так, в [1] описывается методика решения задач определения соотношения сил и средств сторон для случая разнородных средств. В [2] было рассмотрено оптимальное управление распределением неоднородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества основных сил противника в конфликтной ситуации. Однако в этих работах не рассматривались варианты управления распределением разнородных боевых средств по критериям максимума среднего суммарного количества основных сил в конце конфликтной ситуации, минимума среднего суммарного количества основных сил противника и максимума среднего суммарного количества основных сил за весь период конфликтной ситуации.

Цель статьи. Целью статьи является разработка метода решения задач оптимального управления неоднородных сил и средств конфликтующих сторон по критериям максимума среднего суммарного количества основных сил в конце конфликтной ситуации, минимума среднего суммарного количества основных сил противника и максимума среднего суммарного количества основных сил за весь период конфликтной ситуации.

Основной материал. Рассмотрим задачу оптимального распределения неоднородных сил и средств стороны A, в которой данная сторона выбирает свои управляющие параметры $\alpha = \left\| \alpha_{ji} \right\|_{n,m}$ так, чтобы к концу боя максимизировать среднее суммарное количество своих основных сил при отсутствии резерва у обеих сторон и требований на потери сил и средств.

Математическая модель данной задачи имеет вид:

$$\max_{\{\alpha\}} \sum_{i=1}^{m_1} x_i(T) = \max_{\{\alpha\}} J(\alpha); \tag{1}$$

$$\begin{cases} dx_i / dt = -\sum\limits_{j=1}^{n} \beta_{ij} b_{ij} y_j(t), \quad i = \overline{1,m}; \\ dy_j / dt = -\sum\limits_{i=1}^{m} \alpha_{ji} a_{ji} x_i(t), \quad j = \overline{1,n}; \end{cases} \tag{2}$$

$$x_i(0) = x_i^0, \quad i = \overline{1,m}; \quad y_j(0) = y_j^0, \quad j = \overline{1,n};$$

$$\begin{gathered} \sum_{i=1}^{m} \beta_{ij} = 1; \; j = \overline{1,\ n}; \; \beta_{ij} \ge 0, \; i = \overline{1,m}, \; j = \overline{1,n}; \\ \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ji} = 1; \; i = \overline{1,m}; \; \alpha_{ji} \ge 0, \; j = \overline{1,n}, \; i = \overline{1,m}, \end{gathered} \tag{3}$$

где $J(\alpha)$ – некоторая функция от управляющих параметров α; $\beta_{ij}\left(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}\right)$ – параметры распределения сил и средств стороны B; T – заданное время боя.

Задача (1) – (3) является задачей оптимального управления с терминальным функционалом, закрепленным временем и свободным правым концом. Функция Гамильтона-Понтрягина для этой задачи и соответствующая ей сопряженная система записывается следующим образом:

$$\begin{cases} d\varphi_i(t)/dt = \sum\limits_{j=1}^{n} \alpha_{ji} a_{ji} \eta_j(t), \quad i = \overline{1,m}; \\ d\eta_j(t)/dt = \sum\limits_{i=1}^{m} \beta_{ij} b_{ij} \varphi_i(t), \quad j = \overline{1,n}, \end{cases} \tag{4}$$

а условия трансверсальности имеют вид:

$$\varphi_i(T)=1,\ \ i=\overline{1,m}\ ;\ \varphi_i(T)=0,\ \ j=\overline{m+1,m};\ \eta_j(T)=0,\ \ j=\overline{1,n}. \qquad (5)$$

Метод условного градиента, использованный для решения задачи (1) – (3) в [2], можно применить и для рассматриваемой задачи.

Для решения задачи минимума среднего суммарного количество основных сил противника за весь период боя при отсутствии ограничений на потери сил и средств, а также резерва сторон составим математическую модель данной задачи в виде:

$$\min_{\{\alpha\}} \frac{1}{T}\int_0^T \sum_{j=1}^{n_1} y_j(t)\,dt = \min_{\{\alpha\}} J(\alpha) \qquad (6)$$

при ограничениях (2) – (3). Это задача оптимального управления Лагранжа с закрепленным временем и свободным правым концом [3].

Определим для задачи (6), (2) – (3) функцию Гамильтона-Понтрягина:

$$H(x,y,\varphi,\eta,\alpha)=-\frac{1}{T}\sum_{j=1}^{n_1} y_j(t)-\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left[\beta_{ij} b_{ij} y_j(t)\varphi_i(t)+\alpha_{ji} a_{ji} x_i(t)\eta_j(t)\right] \qquad (7)$$

и соответствующую сопряженную систему:

$$\begin{cases} d\varphi_i(t)/dt=\sum_{j=1}^{n}\alpha_{ji} a_{ji}\eta_j(t), & i=\overline{1,m}\ ; \\ d\eta_j(t)/dt=1/T+\sum_{i=1}^{m}\beta_{ij} b_{ij}\varphi_i(t), & j=\overline{1,n}\ . \end{cases} \qquad (8)$$

Необходимые условия оптимальности аналогичны условиям оптимальности рассмотренных выше задач, а условия трансверсальности примут следующий вид:

$$\varphi_i(T)=0,\ \ i=\overline{1,m}\ ;\ \ \eta_j(T)=0,\ \ j=\overline{1,n}. \qquad (9)$$

Метод условного градиента применим также для задачи (6) при ограничениях (2) – (3).

Рассмотрим задачу оптимального распределения неоднородных сил и средств стороны A, в которой данная сторона выбирает свои управляющие параметры $\alpha=\left\|\alpha_{ji}\right\|_{n,m}$ так, чтобы максимизировать среднее суммарное количество основных сил за весь период боя при отсутствии ограничений на потери сил и средств, а также резерва сторон.

Математическая модель данной задачи имеет вид:

$$\max_{\{\alpha\}} \frac{1}{T}\int_0^T \sum_{i=1}^{m_1} x_i(t)\,dt = \max_{\{\alpha\}} J(\alpha) \qquad (10)$$

при ограничениях (2) – (3). Это задача оптимального управления Лагранжа с закрепленным временем и свободным правым концом [3].

Определим для задачи (10), (2) – (3) функцию Гамильтона-Понтрягина:

$$H(x,y,\varphi,\eta,\alpha)=\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{m_1}x_i(t)-\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left[\beta_{ij}b_{ij}y_j(t)\varphi_i(t)+\alpha_{ji}a_{ji}x_i(t)\eta_j(t)\right] \quad (11)$$

и соответствующую сопряженную систему:

$$\begin{cases} d\varphi_i(t)/dt=-\dfrac{1}{T}+\sum\limits_{j=1}^{n}\alpha_{ji}a_{ji}\eta_j(t), \quad i=\overline{1,m}, \\ d\eta_j(t)/dt=\sum\limits_{i=1}^{m}\beta_{ij}b_{ij}\varphi_i(t), \quad j=\overline{1,n}. \end{cases} \quad (12)$$

Необходимые условия оптимальности аналогичны условиям оптимальности рассмотренных выше задач, а условия трансверсальности имеют вид (9). Как и ранее, аналогично обосновывается применимость метода условного градиента для задачи (10) при ограничениях (2) – (3).

Выводы. Результаты решения задач (1), (6), (10) при ограничениях (2) – (3) дают возможность проанализировать оптимальное управление распределением неоднородных сил и средств по критериям максимума среднего суммарного количества основных сил в конце конфликтной ситуации, минимума среднего суммарного количества основных сил противника и максимума среднего суммарного количества основных сил за весь период конфликтной ситуации, а также могут быть положены в основу разработки алгоритма оптимального управления распределением средств резерва.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кононов В.Б. Метод решения задачи распределения сил и средств в конфликтной ситуации // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 2 (18). – С. 155 – 158.*
2. *Кононов В.Б., Нестеренко А.П., Кожушко Я.Н., Задачи оптимального управления распределением резерва сил и средств в ходе боя двух группировок // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 6 (22). – С. 277 – 280.*
3. *Брайсон А., Хо-Ю-ши. Прикладная теория оптимального управления. – М.: Мир, 1972. – 544 с.*

Поступила 27.01.2003

КОНОНОВ Владимир Борисович, *кандидат технических наук, доцент, зам. нач. факультета ХВУ. В 1987 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – исследование операций.*