УДК 629.391

# БЫСТРАЯ ПИРАМИДАЛЬНАЯ БИНОМИНАЛЬНО-ПОЛИАДИЧЕСКАЯ ДЕНУМЕРАЦИЯ

к.т.н. В.В. Баранник
(представил проф. А.В. Королёв)

*Излагается быстрое восстановление биноминально-полиадических чисел на основе перехода от денумерации по всему диапазону значений восстанавливаемого элемента к денумерации, учитывающей сразу несколько возможных значений искомого разряда.*

**Введение.** Одним из критериев эффективности подсистем сжатия видеоданных является суммарное время на обработку и передачу информации. Это объясняется требованием по доведению информации в реальном времени. Существующие объемы видеоданных, несущих необходимую информацию, настолько велики (до 100 Г бит/с), что их передача в реальном времени невозможна. Снижение времени на передачу данных по каналу связи достигается за счет их компактного представления. При этом увеличиваются временные затраты на обработку, обусловленные сжатием и восстановлением данных [1, 2]. Если время на обработку превысит время передачи несжатых данных по каналу связи, то сколь велики не были бы коэффициенты компактного представления, не удастся обеспечить доведения информации в реальном времени. Поэтому возникает необходимость в повышении коэффициента сжатия и в сдерживании роста времени на обработку при сохранении достоверности получаемой информации.

Одно из направлений повышения степени сжатия состоит в биноминально-полиадическом кодировании исходных последовательностей. Однако, такой подход к компактному представлению характеризуется большими временными затратами на кодирование $T_k$ и декодирование $T_d$ (порядка $O(n^4)$) [3 – 5].

Таким образом, **целью статьи** является разработка быстрой пирамидальной биноминально-полиадической денумерации без внесения погрешности $\sigma = 0$ и при сохранении высоких значений коэффициента сжатия $k_{ñæ}: \left(T_k + T_d\right) \rightarrow \min$ при $k_{ñæ} = \text{const}$ и $\sigma = 0$.

В соответствии с поставленной целью необходимо решить следующие задачи:

- исследовать свойства весовых коэффициентов разрядов биномиально-полиадических чисел;
- разработать денумерацию, учитывающую полиадические свойства весовых коэффициентов;
- разработать способы дополнительного снижения количества операций на вычисление биномиально-полиадических коэффициентов.

**Разработка быстрой пирамидальной биномиально-полиадической денумерации.** Последовательный процесс восстановления элементов БП числа задается выражением

$$\sum_{h=0}^{a_i'-1} V\left(w-h-\sum_{\gamma=1}^{i-1} a_\gamma,\ \Lambda^{(\eta)}\right)_{m-i} \le N(w,\Lambda)_i < \sum_{h=0}^{a_i'} V\left(w-h-\sum_{\gamma=1}^{i-1} a_\gamma,\ \Lambda^{(\eta)}\right)_{m-i}, \quad (1)$$

$$\eta = \overline{i+1,\ m}, \qquad i = \overline{1, m-1},$$

где $V\left(w-h-\sum_{\gamma=1}^{i-1} a_\gamma,\ \Lambda^{(\eta)}\right)_{m-i}$ – базисный коэффициент h-го значения восстанавливаемого i-го элемента биномиально-полиадического (БП) числа, равный количеству допустимых БП чисел в $(m-i)$-мерной биномиально-полиадической линейке, у которой начальный индекс равен $\xi = h$, т.е. количеству БП чисел, у которых значение i-го элемента не превышает значение $a_i$ и находится в интервале $0 \le h \le a_i - 1$; $w - \sum_{\gamma=1}^{i-1} a_\gamma$ – значение остаточной суммы после $(i-1)$-го шага обработки; $a_\gamma$ – значение восстановленного γ-го элемента биномиально-полиадического числа; $\sum_{\gamma=1}^{i-1} a_\gamma$ – значение суммы для $(i-1)$-го восстановленных элементов БП числа.

Для определения неявно заданных элементов на основе выражения (1) требуется проводить последовательную подстановку в качестве значений $a_i'$ числа, начиная с 0 и увеличивая на 1 каждый раз при невыполнении хотя бы одного из указанных неравенств. Процесс вычисления значений считается законченным, если для текущего значения $a_i'$ выполняются одновременно два неравенства, заданные соотношением (1). В этом случае $a_i' = a_i$. После того, как определен i-й элемент БП числа, осуществляется переход на восстановление очередного $(i+1)$-го элемента. Для этого значение кода $N\left(w_i,\, \Lambda^{(i)}\right)_{m-i+1}$ надо уменьшить на величину, равную весовому коэффициенту $a_i$-го элемента. Структурная интерпретация процесса восстановления заключается в получении длин БП сечений от m-го до 2-го порядка. В случае последовательного восстановления искомая длина $(m-i+1)$-мерного БП сечения формируется путем последовательного добавления к сечению единичной длины очередной $(m-i)$-мерной БП линейки.

Из анализа выражения (1) следует, что основным недостатком последовательной схемы денумерации является необходимость вычисления весовых коэффициентов $V\left(w-h-\sum_{\gamma=1}^{i-1} a_\gamma,\, \Lambda^{(\eta)}\right)_{m-i}$ по всему диапазону значений восстанавливаемого элемента от 0 до $a_i - 1$. Поэтому для снижения времени обработки требуется разработать быструю схему получения исходных биноминально-полиадических чисел, которая позволяет исключить необходимость полного перебора по всему диапазону значений каждого элемента.

Разработаем быструю организацию определения диапазона значений восстанавливаемых элементов. Для этого воспользуемся свойством биноминально-полиадических коэффициентов, состоящим в возможности определения количества допустимых последовательностей непосредственно по значению элемента БП числа. Тогда быстрая денумерация, в отличие от последовательной денумерации, будет основана на свойстве биноминально-полиадических коэффициентов определять количество допустимых последовательностей $V\left(w_i,\, a_i,\, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$ сразу по всей длине БП сечения [4]. В этом случае весь процесс восстановления разбивается на два основных этапа. На первом этапе осуществляется приближенное получение искомого элемента БП числа. Второй этап связан с уточнением приближенного значения до исходного значения восстанавливаемого элемента биноминально-полиадического числа. Организация двух этапов включает в себя:

1. При восстановлении i-го элемента определяется среднее количество допустимых последовательностей $\overline{V\left(w_i,\ \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i}}$ в одной $(m-i)$-мерной БП линейке. Для этого суммарное количество допустимых БП чисел $V\left(w_i,\lambda_i,\Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$, содержащихся в полной $(m-i+1)$-мерной БП линейке, делится на ее длину $\lambda_i$.

2. Находится приближенное значение $a_i'$ восстанавливаемого элемента $a_i$:

$$a_i' = \frac{N\left(w_i,\Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}}{\overline{V\left(w_i,\ \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i}}}, \tag{2}$$

где $N\left(w_i,\Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$ – значение кода на i-м шаге восстановления.

3. Для проверки равенства $a_i' = a_i$ проводится сравнение выражений $V\left(w_i, a_i'+1, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1} - V\left(w_i, a', \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$ и $N\left(w_i,\Lambda^{(i)}\right)_{m-i+1} -$ $- V\left(w_i, a', \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$. Если результат сравнения $''\geq''$, то приближенное значение $a_i'$ совпадает с истинным значением $a_i$. В противном случае $a_i' < a_i$.

4. Если равенство $a_i' = a_i$ выполняется, то текущее значение кода уменьшается на количество допустимых БП чисел, содержащихся в $(m-i+1)$-мерном $a_i$-м биноминально-полиадическом сечении

$$N\left(w_i,\Lambda^{(i+2)}\right)_{m-i} = N\left(w_i,\Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1} - V\left(w_i, a_i, \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}, \tag{3}$$

где $N\left(w_i,\Lambda^{(i+2)}\right)_{m-i}$ – значение кода для $(m-i)$ невосстановленных элементов.

5. Если приближенное значение меньше исходного, то определяется среднее значение $\overline{V\left(w_i,\ \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i}}$ количества допустимых БП чисел в одной линейке для $(m-i+1)$-мерного сечения, состоящего из $a_i'$-го числа $(m-i)$-мерных БП линеек

$$\overline{V\left(w_i,\ \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i}} = \frac{V\left(w_i, a_i', \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}}{a_i'}, \tag{4}$$

где $V\left(w_i, a_i', \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$ – количество допустимых БП чисел в $a_i'$-м сечении $(m-i+1)$-мерного биномиально-полиадического прямоугольника.

После нахождения поправки на среднее количество допустимых БП чисел выполняются выражения (2) и (3).

6. Если при проверке значения $a_i'$ на равенство исходному значению выполняется неравенство

$$N\left(w_i, \Lambda^{(i)}\right)_{m-i+1} - V\left(w_i, a', \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1} < 0, \tag{5}$$

то приближенное значение будет больше исходного $a_i' > a_i$.

В этом случае величина $\overline{V\left(w_i, \Lambda^{(i+1)}\right)}_{m-i}$ находится для $(m-i+1)$-мерного сечения, состоящего из $(\lambda_i - a_i')$-го числа $(m-i)$-мерных БП линеек

$$\overline{V\left(w_i, \Lambda^{(i+1)}\right)}_{m-i} = \frac{V\left(w_i, (\lambda_i - a_i'), \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}}{(\lambda_i - a_i')}, \tag{6}$$

где $V\left(w_i, (\lambda_i - a_i'), \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$ – количество допустимых БП чисел в $a_i'$-м сечении $(m-i+1)$-мерного биномиально-полиадического прямоугольника.

После выполнения выражения (6) проводятся предыдущие действия.

Из предложенной схемы восстановления вытекает, что нижней границей для значения кода $N\left(w_i, \Lambda^{(i)}\right)_{m-i+1}$ в соответствии с выражением (3) будет величина $V\left(w_i, a', \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}$:

$$N\left(w_i, \Lambda^{(i)}\right)_{m-i+1} \geq V\left(w_i, a', \Lambda^{(i+1)}\right)_{m-i+1}. \tag{7}$$

Знак равенства будет тогда, когда значения оставшихся невосстановленных элементов биномиально-полиадического числа равны 0:

$$a_\eta = 0, \ \eta = \overline{i+1, m}.$$

Следовательно, если на i-м шаге восстановления выполняется неравенство (7), то все невосстановленные элементы БП числа равны 0. Учет данной особенности позволит дополнительно сократить количество операций на восстановление биномиально-полиадического числа.

Таким образом, разработана быстрая схема восстановления БП чисел, учитывающая возможность определения на основе биномиально-полиадических коэффициентов количество допустимых последовательностей, соответствующих нескольким линейкам БП прямоугольника.

**Заключение.** 1. Разработана быстрая пирамидальная биноминально-полиадическая денумерация на основе подсчета количества допустимых последовательностей сразу для нескольких БП линеек. Предложенный подход включает в себя приближенное нахождение восстанавливаемого элемента биноминально-полиадического числа с последующим уточнением до исходного значения. Разработанная денумерация обеспечивает сокращение количества операций по сравнению с денумерацией по полному диапазону значений от $a_i / \ell og_2 a_i$ до $a_i$ раз при восстановлении каждого элемента БП числа.

2. Получено выражение для определения нижней границы значения кода на i-м шаге восстановления. Это позволяет определить наличие в восстанавливаемой последовательности нулевых элементов с последующим исключением затрат арифметических операций на их получение.

3. Эксперименты по обработке реалистических изображений показали, что быстрая пирамидальная БП денумерация позволяет снизить до 90% временных затрат на восстановление данных относительно денумерации по полному перебору.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Зубарев Ю.В., Дворкович В.П. Цифровая обработка телевизионных и компьютерных изображений. – М.: Международный центр научной и технической информации, 1997. – 212 с.*
2. *Ватолин В.И., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 2002. – 384 с.*
3. *Королёв А.В., Баранник В.В., Гиневский А.М. Метод компактного представления цветовых координат и длин серий // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 1(17). – С. 3 – 12.*
4. *Баранник В.В. Метод одномерного биноминально-полиадического кодирования // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2003. – № 2. – С. 61 – 66.*
5. *Баранник В.В. Метод двумерного структурного кодирования двоичных данных // Радиоэлектроника и информатика. – 2003. – № 1. – С. 109 – 112.*

*Поступила 10.10.2003*

***БАРАННИК Владимир Викторович****, канд. техн. наук, старший научный сотрудник информационно-вычислительного центра ХВУ. В 1994 году окончил ХВУ. Область научных интересов – обработка и передача информации.*