

БЫСТРАЯ ПИРАМИДАЛЬНАЯ БИНОМИНАЛЬНО-ПОЛИАДИЧЕСКАЯ ДЕНУМЕРАЦИЯ

к.т.н. В.В. Баранник
(представил проф. А.В. Королёв)

Излагается быстрое восстановление биномиально-полиадических чисел на основе перехода от денумерации по всему диапазону значений восстанавливаемого элемента к денумерации, учитывающей сразу несколько возможных значений искомого разряда.

Введение. Одним из критериев эффективности подсистем сжатия видеоданных является суммарное время на обработку и передачу информации. Это объясняется требованием по доведению информации в реальном времени. Существующие объемы видеоданных, несущих необходимую информацию, настолько велики (до 100 Г бит/с), что их передача в реальном времени невозможна. Снижение времени на передачу данных по каналу связи достигается за счет их компактного представления. При этом увеличиваются временные затраты на обработку, обусловленные сжатием и восстановлением данных [1, 2]. Если время на обработку превысит время передачи несжатых данных по каналу связи, то сколь велики не были бы коэффициенты компактного представления, не удастся обеспечить доведения информации в реальном времени. Поэтому возникает необходимость в повышении коэффициента сжатия и в сдерживании роста времени на обработку при сохранении достоверности получаемой информации.

Одно из направлений повышения степени сжатия состоит в биномиально-полиадическом кодировании исходных последовательностей. Однако, такой подход к компактному представлению характеризуется большими временными затратами на кодирование T_k и декодирование T_d (порядка $O(n^4)$) [3 – 5].

Таким образом, **целью статьи** является разработка быстрой пирамидальной биномиально-полиадической денумерации без внесения по-

грешности $\sigma = 0$ и при сохранении высоких значений коэффициента сжатия $k_{\text{н\ddot{a}e}}: (T_k + T_d) \rightarrow \min$ при $k_{\text{н\ddot{а}e}} = \text{const}$ и $\sigma = 0$.

В соответствии с поставленной целью необходимо решить следующие задачи:

- исследовать свойства весовых коэффициентов разрядов биномиально-полиадических чисел;
- разработать денумерацию, учитывающую полиадические свойства весовых коэффициентов;
- разработать способы дополнительного снижения количества операций на вычисление биномиально-полиадических коэффициентов.

Разработка быстрой пирамидальной биномиально-полиадической денумерации. Последовательный процесс восстановления элементов БП числа задается выражением

$$\sum_{h=0}^{a'_i-1} V \left(w-h-\sum_{\gamma=1}^{i-1} a_{\gamma}, \Lambda^{(\eta)} \right)_{m-i} \leq N(w, \Lambda)_i < \sum_{h=0}^{a'_i} V \left(w-h-\sum_{\gamma=1}^{i-1} a_{\gamma}, \Lambda^{(\eta)} \right)_{m-i}, \quad (1)$$

$$\eta = \overline{i+1, m}, \quad i = \overline{1, m-1},$$

где $V \left(w-h-\sum_{\gamma=1}^{i-1} a_{\gamma}, \Lambda^{(\eta)} \right)_{m-i}$ – базисный коэффициент h -го значения вос-

становливаемого i -го элемента биномиально-полиадического (БП) числа, равный количеству допустимых БП чисел в $(m-i)$ -мерной биномиально-полиадической линейке, у которой начальный индекс равен $\xi=h$, т.е. количеству БП чисел, у которых значение i -го элемента не превышает

значение a_i и находится в интервале $0 \leq h \leq a_i - 1$; $w - \sum_{\gamma=1}^{i-1} a_{\gamma}$ – значение

остаточной суммы после $(i-1)$ -го шага обработки; a_{γ} – значение восста-

новленного γ -го элемента биномиально-полиадического числа; $\sum_{\gamma=1}^{i-1} a_{\gamma}$ –

значение суммы для $(i-1)$ -го восстановленных элементов БП числа.

Для определения неявно заданных элементов на основе выражения (1) требуется проводить последовательную подстановку в качестве значений a'_i числа, начиная с 0 и увеличивая на 1 каждый раз при невыполнении хотя бы одного из указанных неравенств. Процесс вычисления значе-

ний считается законченным, если для текущего значения a'_i выполняются одновременно два неравенства, заданные соотношением (1). В этом случае $a'_i = a_i$. После того, как определен i -й элемент БП числа, осуществляется переход на восстановление очередного $(i+1)$ -го элемента. Для этого значение кода $N(w_i, \Lambda^{(i)})_{m-i+1}$ надо уменьшить на величину, равную весовому коэффициенту a_i -го элемента. Структурная интерпретация процесса восстановления заключается в получении длин БП сечений от m -го до 2-го порядка. В случае последовательного восстановления искомая длина $(m-i+1)$ -мерного БП сечения формируется путем последовательного добавления к сечению единичной длины очередной $(m-i)$ -мерной БП линейки.

Из анализа выражения (1) следует, что основным недостатком последовательной схемы денумерации является необходимость вычисления весовых коэффициентов $V\left(w-h-\sum_{\gamma=1}^{i-1} a_\gamma, \Lambda^{(i)}\right)_{m-i}$ по всему диапазону значений восстанавливаемого элемента от 0 до a_i-1 . Поэтому для снижения времени обработки требуется разработать быструю схему получения исходных биномиально-полиадических чисел, которая позволяет исключить необходимость полного перебора по всему диапазону значений каждого элемента.

Разработаем быструю организацию определения диапазона значений восстанавливаемых элементов. Для этого воспользуемся свойством биномиально-полиадических коэффициентов, состоящим в возможности определения количества допустимых последовательностей непосредственно по значению элемента БП числа. Тогда быстрая денумерация, в отличие от последовательной денумерации, будет основана на свойстве биномиально-полиадических коэффициентов определять количество допустимых последовательностей $V(w_i, a_i, \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}$ сразу по всей длине БП сечения [4]. В этом случае весь процесс восстановления разбивается на два основных этапа. На первом этапе осуществляется приближенное получение искомого элемента БП числа. Второй этап связан с уточнением приближенного значения до исходного значения восстанавливаемого элемента

биномиально-полиадического числа. Организация двух этапов включает в себя:

1. При восстановлении i -го элемента определяется среднее количество допустимых последовательностей $\overline{V(w_i, \Lambda^{(i+1)})}_{m-i}$ в одной $(m-i)$ -мерной БП линейке. Для этого суммарное количество допустимых БП чисел $V(w_i, \lambda_i, \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}$, содержащихся в полной $(m-i+1)$ -мерной БП линейке, делится на ее длину λ_i .

2. Находится приближенное значение a'_i восстанавливаемого элемента a_i :

$$a'_i = \frac{N(w_i, \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}}{V(w_i, \Lambda^{(i+1)})_{m-i}}, \quad (2)$$

где $N(w_i, \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}$ – значение кода на i -м шаге восстановления.

3. Для проверки равенства $a'_i = a_i$ проводится сравнение выражений $V(w_i, a'_i + 1, \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1} - V(w_i, a', \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}$ и $N(w_i, \Lambda^{(i)})_{m-i+1} - V(w_i, a', \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}$. Если результат сравнения " \geq ", то приближенное значение a'_i совпадает с истинным значением a_i . В противном случае $a'_i < a_i$.

4. Если равенство $a'_i = a_i$ выполняется, то текущее значение кода уменьшается на количество допустимых БП чисел, содержащихся в $(m-i+1)$ -мерном a_i -м биномиально-полиадическом сечении

$$N(w_i, \Lambda^{(i+2)})_{m-i} = N(w_i, \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1} - V(w_i, a_i, \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}, \quad (3)$$

где $N(w_i, \Lambda^{(i+2)})_{m-i}$ – значение кода для $(m-i)$ невосстановленных элементов.

5. Если приближенное значение меньше исходного, то определяется среднее значение $\overline{V(w_i, \Lambda^{(i+1)})}_{m-i}$ количества допустимых БП чисел в одной линейке для $(m-i+1)$ -мерного сечения, состоящего из a'_i -го числа $(m-i)$ -мерных БП линеек

$$\overline{V(w_i, \Lambda^{(i+1)})}_{m-i} = \frac{V(w_i, a'_i, \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}}{a'_i}, \quad (4)$$

где $V(w_i, a'_i, \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}$ – количество допустимых БП чисел в a'_i -м сечении $(m-i+1)$ -мерного биномиально-полиадического прямоугольника.

После нахождения поправки на среднее количество допустимых БП чисел выполняются выражения (2) и (3).

6. Если при проверке значения a'_i на равенство исходному значению выполняется неравенство

$$N(w_i, \Lambda^{(i)})_{m-i+1} - V(w_i, a', \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1} < 0, \quad (5)$$

то приближенное значение будет больше исходного $a'_i > a_i$.

В этом случае величина $\overline{V(w_i, \Lambda^{(i+1)})_{m-i}}$ находится для $(m-i+1)$ -мерного сечения, состоящего из $(\lambda_i - a'_i)$ -го числа $(m-i)$ -мерных БП линеек

$$\overline{V(w_i, \Lambda^{(i+1)})_{m-i}} = \frac{V(w_i, (\lambda_i - a'_i), \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}}{(\lambda_i - a'_i)}, \quad (6)$$

где $V(w_i, (\lambda_i - a'_i), \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}$ – количество допустимых БП чисел в a'_i -м сечении $(m-i+1)$ -мерного биномиально-полиадического прямоугольника.

После выполнения выражения (6) проводятся предыдущие действия.

Из предложенной схемы восстановления вытекает, что нижней границей для значения кода $N(w_i, \Lambda^{(i)})_{m-i+1}$ в соответствии с выражением (3) будет величина $V(w_i, a', \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}$:

$$N(w_i, \Lambda^{(i)})_{m-i+1} \geq V(w_i, a', \Lambda^{(i+1)})_{m-i+1}. \quad (7)$$

Знак равенства будет тогда, когда значения оставшихся невосстановленных элементов биномиально-полиадического числа равны 0:

$$a_\eta = 0, \quad \eta = \overline{i+1, m}.$$

Следовательно, если на i -м шаге восстановления выполняется неравенство (7), то все невосстановленные элементы БП числа равны 0. Учет данной особенности позволит дополнительно сократить количество операций на восстановление биномиально-полиадического числа.

Таким образом, разработана быстрая схема восстановления БП чисел, учитывающая возможность определения на основе биномиально-полиадических коэффициентов количество допустимых последовательностей, соответствующих нескольким линейкам БП прямоугольника.

Заключение. 1. Разработана быстрая пирамидальная биномиально-полиадическая денумерация на основе подсчета количества допустимых последовательностей сразу для нескольких БП линеек. Предложенный подход включает в себя приближенное нахождение восстанавливаемого элемента биномиально-полиадического числа с последующим уточнением до исходного значения. Разработанная денумерация обеспечивает сокращение количества операций по сравнению с денумерацией по полному диапазону значений от $a_i / \log_2 a_i$ до a_i раз при восстановлении каждого элемента БП числа.

2. Получено выражение для определения нижней границы значения кода на i -м шаге восстановления. Это позволяет определить наличие в восстанавливаемой последовательности нулевых элементов с последующим исключением затрат арифметических операций на их получение.

3. Эксперименты по обработке реалистических изображений показали, что быстрая пирамидальная БП денумерация позволяет снизить до 90% временных затрат на восстановление данных относительно денумерации по полному перебору.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зубарев Ю.В., Дворкович В.П. Цифровая обработка телевизионных и компьютерных изображений.* – М.: Международный центр научной и технической информации, 1997. – 212 с.
2. *Ватолин В.И., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео.* – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 2002. – 384 с.
3. *Королёв А.В., Баранник В.В., Гиневский А.М. Метод компактного представления цветовых координат и длин серий // Системи обробки інформації.* – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вып. 1(17). – С. 3 – 12.
4. *Баранник В.В. Метод одномерного биномиально-полиадического кодирования // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті.* – 2003. – № 2. – С. 61 – 66.
5. *Баранник В.В. Метод двумерного структурного кодирования двоичных данных // Радиоелектроника и інформатика.* – 2003. – № 1. – С. 109 – 112.

Поступила 10.10.2003

БАРАННИК Владимир Викторович, канд. техн. наук, старший научный сотрудник информационно-вычислительного центра ХВУ. В 1994 году окончил ХВУ. Область научных интересов – обработка и передача информации.