

ОБОСНОВАНИЕ ОБЪЕМОВ БИНОМИАЛЬНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ

д.т.н., проф. Б.Н. Ланецкий, к.т.н. В.С. Жуков, В.В. Кобзев

Предлагается процедура решения задачи определения минимальных объемов биномиальных определительных испытаний на безотказность с заданной точностью и достоверностью.

Постановка проблемы. Целью проведения определительных испытаний на надежность является установление фактических значений показателей надежности объектов с заданными значениями точности и (или) достоверности. Результаты определительных испытаний на надежность могут использоваться для выявления ненадежных элементов; установления начала процесса старения элементов объекта; разработки рекомендаций по повышению или поддержанию надежности; уточнения периодичности и объемов технических обслуживаний; уточнения номенклатуры и состава комплектов ЗИП и т. п.

Задача планирования определительных испытаний эксплуатирующихся объектов решается с учетом требования минимизации необходимых объемов испытаний. С этой целью при планировании испытаний используются ожидаемые (требуемые) уровни надежности объектов.

Исходными данными при планировании определительных испытаний на надежность являются: ожидаемое значение вероятности безотказной работы (ВБР) $P_{ож}(T)$ за наработку T ; заданное значение предельной относительной ошибки (или относительной ошибки) ε оценки ВБР $P(T)$; доверительная вероятность q^* , соответствующая двустороннему доверительному интервалу (или доверительная вероятность q , соответствующая одностороннему доверительному интервалу).

Требуется определить минимальный объем испытаний, при котором обеспечивается заданная доверительная вероятность q^* (или q) и предельная относительная ошибка (относительная ошибка) ε оценки ВБР не превышает заданное значение $\varepsilon_{зад}$

$$\varepsilon \leq \varepsilon_{зад} \quad (1)$$

Анализ литературы. В качестве исходных данных [2, 3] при определении объема выборки N в испытаниях по плану $\{NUT\}$, т.е. без фиксации наработки до отказа, рекомендуется использовать нижнюю дове-

рительную границу (НДГ) ВБР $P(T)$ за наработку T (ожидаемое значение), доверительную вероятность q и допустимое число отказов d без предъявления требований к точности оценок. Задача планирования испытаний на надежность с заданными доверительной вероятностью q и относительной ошибкой ε , как правило, связана со сложными вычислениями [1]. В [6] задача планирования решалась с использованием расчетных соотношений для точечной оценки ВБР, полученной методом максимального правдоподобия, что справедливо при числе отказов, отличном от нуля, и большом количестве объектов испытаний. Планирование безотказных испытаний на надежность или испытаний с малым количеством объектов испытаний по предложенной в [6] методике приводит к большим погрешностям в определении объемов планов испытаний.

Цель статьи. Разработка процедуры планирования биномиальных определительных испытаний на безотказность по плану {NUT} для оценки ВБР $P(T)$ с заданными значениями точности и достоверности.

Известно [2, 3], что значение предельной относительной ошибки ε оценки ВБР при двустороннем доверительном интервале находится по соотношению

$$\varepsilon = \max\left\{\frac{\hat{P} - \underline{P}}{\hat{P}}, \frac{\bar{P} - \hat{P}}{\hat{P}}\right\}, \quad (2)$$

а значение относительной ошибки ε при одностороннем доверительном интервале находится по соотношению

$$\varepsilon = \frac{\hat{P} - \underline{P}}{\hat{P}}, \quad (3)$$

где \hat{P} – точечная оценка ВБР; \underline{P} и \bar{P} – соответственно нижняя и верхняя доверительные границы показателя надежности.

Для определения точечной оценки ВБР \hat{P} при безотказных испытаниях в [4] рекомендуется использовать расчетное соотношение, полученное с использованием метода фидуциальных вероятностей, а при испытаниях с малыми объемами выборок в [5] рекомендуется использовать расчетное соотношение, полученное с использованием байесовского метода. В соответствии с [4, 5] предлагается при планировании биномиальных определительных испытаний использовать следующее соотношение для точечной оценки ВБР \hat{P} :

$$\hat{P} = \begin{cases} 1 - 1/(N + 1), & \text{if } d = 0; \\ (N + 1 - d)/(N + 2), & \text{if } d \geq 1, \end{cases} \quad (4)$$

где d – число отказов; N – количество объектов испытаний.

Значения вероятностей \underline{P} и \bar{P} находятся как решение системы уравнений Клоппера-Пирсона

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^d C_N^i \underline{P}^{N-i} (1-\underline{P})^i = 1-q; \\ \sum_{i=0}^{d-1} C_N^i \bar{P}^{N-i} (1-\bar{P})^i = q \end{cases} \quad (5)$$

по известной в [1] процедуре. По имеющейся информации об ожидаемом значении оцениваемой ВБР $P_{ож}(T)$ и заданным значениям d из (4) находятся соответствующие им значения N :

$$N = \begin{cases} \frac{1}{1-P_{ож}(T)} - 1, & \text{при } d = 0; \\ \frac{d+1}{1-P_{ож}(T)} - 2, & \text{при } d \geq 1. \end{cases} \quad (6)$$

Для каждой пары значений d и N можно найти единственное решение системы уравнений (5), при котором будет выполняться неравенство (1) для заданного значения $\varepsilon_{зад}$. Наименьшее значение N_{min} , при котором выполняется неравенство (1), будет соответствовать минимальному объему испытаний для фиксированного значения $P_{ож}(T)$. При этом для каждого значения d объем испытаний N не может быть уменьшен при условии выполнения неравенства (1). В отдельных случаях при установленном объеме испытаний $N = N_{min}$ возможно увеличение допустимого числа отказов до $d = d_m$, при котором еще выполняется неравенство (1).

Из изложенного выше следует, что задача минимизации объема испытаний N с ограничениями по ε и q имеет единственное решение, которое может быть найдено последовательным перебором по d , начиная с $d = 0$ и определения пар чисел d и N , для которых выполняется соотношение (5). Наименьшее $N = N_0$ и соответствующее ему $d = d_0$ будет решением задачи минимизации объема испытаний при $P = P_{ож}(T)$.

Определение объемов биномиальных определительных испытаний предлагается проводить по следующей процедуре.

1. Для заданного значения ВБР $P_{ож}(T)$ осуществляется последовательный перебор значений $d = 0, 1, 2, \dots$, и по соотношению (6) определяется соответствующее каждой паре величин $P_{ож}(T)$, d значение N .

2. Для каждой пары выделенных значений N и d при заданной величине q определяются значения величины \underline{P} и соответствующее им значение относительной ошибки ε (при двустороннем оценивании для q^* находятся значения \underline{P} , \bar{P} и соответствующее им значение предельной относительной ошибки).

3. При условии выполнения неравенства (1) определяется пара чисел N, d с минимальным значением $N = N_0$ и соответствующим ему значением $d = d_0$.

4. Находится максимальное значение $d = d_m$ для фиксированного объема испытаний N_0 при последовательном увеличении d от $d_0 + 1$ до значения d_m , при котором еще выполняется неравенство (1).

Интервальные оценки ВБР будут удовлетворять требованиям точности (1), если в результате испытаний объемом N_0 зарегистрированное число отказов d соответствует одному из неравенств $d \leq d_0$ или $d_0 < d \leq d_m$.

Результаты расчетов значений N_0, d_0 и d_m по рассмотренной схеме при планировании биномиальных испытаний для различных исходных данных $P_{ож}(T), \epsilon_{зад}, q (q^*)$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

Количество объектов испытаний N и допустимое количество отказов d для оценки вероятности безотказной работы $P_{ож}(T)$ с доверительной вероятностью $q (q^*)$ и ошибкой $\epsilon_{зад}$ при испытаниях по плану {NUT}

$\epsilon_{зад}$	q	q^*	$P_{ож}(T)$											
			0,8			0,85			0,9			0,95		
			N_0	d_0	d_m	N_0	d_0	d_m	N_0	d_0	d_m	N_0	d_0	d_m
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0,2	0,8	—	4	0	0	6	0	0	9	0	2	19	0	7
	—	0,8	13	2	2	12	1	1	9	0	0	19	0	4
	0,9	—	13	2	2	12	1	1	9	0	0	19	0	4
	—	0,9	23	4	4	18	2	2	18	1	2	19	0	2
	0,95	—	23	4	4	18	2	2	18	1	2	19	0	2
—	0,95	33	6	6	25	3	3	18	1	1	19	0	1	
0,15	0,8	—	13	2	2	6	0	0	9	0	1	19	0	5
	—	0,8	23	4	4	18	2	2	9	0	0	19	0	2
	0,9	—	23	4	4	18	2	2	9	0	0	19	0	2
	—	0,9	38	7	7	32	4	4	28	2	3	19	0	1
	0,95	—	38	7	7	32	4	4	28	2	3	19	0	1
—	0,95	53	10	10	45	6	7	38	3	4	19	0	0	
0,1	0,8	—	23	4	4	18	2	2	9	0	0	19	0	3
	—	0,8	48	9	9	38	5	5	28	2	2	19	0	0
	0,9	—	48	9	9	38	5	5	28	2	2	19	0	0
	—	0,9	83	16	16	65	9	10	48	4	5	38	1	2
	0,95	—	83	16	16	65	9	10	48	4	5	38	1	2
—	0,95	113	22	22	85	12	12	58	5	5	38	1	1	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0,05	0,8	–	78	15	15	52	7	7	38	3	3	19	0	0
	–	0,8	183	36	36	132	19	19	88	8	8	58	2	3
	0,9	–	183	36	36	132	19	19	88	8	8	58	2	3
	–	0,9	298	59	59	225	33	33	148	14	14	78	3	3
	0,95	–	298	59	59	225	33	33	148	14	14	78	3	3
	–	0,95	423	84	84	312	46	46	208	20	20	118	5	5

Выводы. Сравнение объемов испытаний, рассчитанных по предлагаемой процедуре, с известными результатами, приведенными в табл. 28 [2, 3], для соответствующих исходных данных $P_{ож}(T)$ и d показывает, что предлагаемая процедура расчета объема биномиальных испытаний на безотказность дополнительно учитывает задаваемые требования к точности оценок ВБР и существенно уменьшает потребные объемы испытаний.

По изложенной процедуре могут быть составлены таблицы для других величин исходных данных, например, для рекомендованных в [2, 3] рядов значений q и $\epsilon_{зад}$, которыми можно руководствоваться при планировании биномиальных определительных испытаний на безотказность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т./ Ред. совет: В.С. Авдуевский и др. – М.: Машиностроение, 1989. – Т. 6: Экспериментальная отработка и испытания / Под общ. ред. Р.С. Судакова, О.И. Тескина. – 376 с.
2. РД 50-690-84. Методические указания. Надежность в технике. Методы оценки показателей по экспериментальным данным. Издательство стандартов. – М.: Издательство стандартов, 1990. – 132 с.
3. ДСТУ-3004-95. Надійність техніки. Методи оцінки показників надійності за експериментальними даними. – К.: Держстандарт України, 1994. – 124 с.
4. Боровков А.А. Математическая статистика. – М.: Наука, 1984. – 472 с.
5. Ишутин А.Ф. Точечное оценивание надежности высоконадежных систем // Надежность и контроль качества. – 1988. – № 7. – С. 47 – 51.
6. Ланецкий Б.Н., Жуков В.С. Определение объемов биномиальных определительных испытаний на надежность // Збірник наукових праць ХВУ. – Х.: ХВУ, 2002. – №3(41). – С. 47 – 48.

Поступила 16.10.2003

ЛАНЕЦКИЙ Борис Николаевич, д.т.н., проф., проф. кафедры ХВУ. Область научных интересов – эксплуатация, надежность и эффективность в технике.

ЖУКОВ Владимир Семенович, к.т.н., доцент кафедры ХВУ. Область научных интересов – эксплуатация, надежность и эффективность в технике.

КОБЗЕВ Владислав Владимирович, адъюнкт очной адъюнктуры при ХВУ. В 1997 году окончил ХВУ. Область научных интересов – эксплуатация, надежность и эффективность в технике.