

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ МНОГОКАНАЛЬНОЙ РЛС С ФАЗИРОВАННОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКОЙ ПУТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ ИНТЕРВАЛА ВРЕМЕНИ МЕЖДУ РАДИОКОНТАКТАМИ

к.т.н. А.А. Ковальчук, к.т.н. Ю.Э. Парфенов, к.т.н. А.А. Сосунов,  
к.т.н. В.Ш. Хисматулин  
(представил д.т.н., проф. А.В. Галенко)

*В работе на основе двухфазной модели массового обслуживания осуществлена постановка задачи оптимизации пропускной способности многоканальной РЛС с фазированной антенной решеткой. Кратко проанализированы возможные пути решения задачи оптимизации.*

**Введение.** В настоящее время многоканальные РЛС с фазированной антенной решеткой (МК РЛС с ФАР) находят широкое применение в качестве базового элемента радиотехнических следящих систем, которые в свою очередь являются составными частями других сложных систем. В числе достоинств МК РЛС с ФАР важное значение имеет возможность измерения координат нескольких воздушных объектов путем последовательной перестройки луча, т.е. данный тип РЛС является многоканальным за счет временного разделения каналов. В таких РЛС последовательные моменты измерения координат (моменты радиоконтакта) определенного воздушного объекта (ВО) разделяются интервалами времени, длительность которых  $T$  можно изменять.

В работах [1, 2] предлагается использовать управление длительностью  $T$  интервала времени между радиоконтактами для экономии энергетических и вычислительных ресурсов. Кроме этого, такое управление может быть использовано для повышения радиолокационной скрытности.

Эти предложения могут быть в конкретных условиях эффективны [1, 2]. Однако наиболее существенное содержание управления длительностью интервала времени между радиоконтактами заключено в возможности оптимизации пропускной способности МК РЛС с ФАР за счет гибкого управления количеством целевых каналов.

Физически это можно объяснить следующим образом. Пусть  $T_1$  определяет длительность интервала времени радиоконтакта с ВО с учетом длительности интервала времени, необходимого для перестройки луча.

Тогда при фиксированном  $T$  максимальное число сопровождаемых воздушных объектов  $N_{\text{макс}}$  МК РЛС с ФАР определится как целая часть отношения длительности интервалов  $T$  и  $T_1$

$$N_{\text{макс}} = \text{int}[T/T_1] . \quad (1)$$

При постепенном увеличении длительности интервала времени  $T$ , начиная со значения  $T_1$ , в соответствии с формулой (1) увеличивается количество целевых каналов МК РЛС с ФАР и, следовательно, пропускная способность. Однако по мере увеличения длительности интервала времени  $T$  между радиоконтактами увеличиваются и ошибки экстраполяции координат, что приводит к повышению вероятности срыва сопровождения [3], т. е. к повторному поиску и захвату ВО на сопровождение. Это неизбежно влечет за собой уменьшение пропускной способности МК РЛС с ФАР. Таким образом, должна существовать такая длительность интервала  $T$ , при которой обеспечивается максимальная пропускная способность системы.

Приведенные соображения справедливы, если интенсивность потока целеуказания для МК РЛС с ФАР соизмерима с интенсивностью потока захвата (сопровождения). При низкой интенсивности потока целеуказаний задача управления количеством целевых каналов для достижения максимальной пропускной способности МК РЛС с ФАР смысла не имеет, так как и одноканальная система полностью справляется с входным потоком целеуказаний.

**Цель статьи.** Целью данной статьи является нахождение общего выражения для показателя качества – пропускной способности МК РЛС с ФАР в виде функционала от параметров системы и длительности интервала времени между радиоконтактами, а также анализ возможных путей его оптимизации.

**Содержательное описание задачи.** Процесс функционирования МК РЛС с ФАР можно представить в виде сложной двухфазной системы массового обслуживания [4]. Первая фаза этой системы является одноканальной (для простоты без мест ожидания в очереди) и осуществляет поиск и захват ВО на сопровождение (отработку целеуказания). Вторая фаза системы имеет число каналов, определяемое формулой (1), и осуществляет сопровождение воздушных объектов (рис. 1). Если при этом происходит срыв сопровождения ВО, тогда для указанного ВО будет заново начинаться процедура поиска и захвата, при условии, что канал первой фазы свободен. В противном случае ВО теряется. Кроме этого, функционирование двух фаз нельзя рассматривать независимо. Длительность этапа поиска и захвата зависит от количества свободных каналов на второй фазе. При полностью заполненной второй фазе поиск и захват очередного ВО невозможен, и он теряется.

Задача заключается в таком выборе длительности интервала времени  $T$  или, что эквивалентно в силу (1), в таком выборе количества кана-

лов второй фазы  $N_{\text{макс}}$ , при котором пропускная способность двухфазной системы максимальна, т. е. относительное число воздушных объектов, прошедших вторую фазу, максимально.

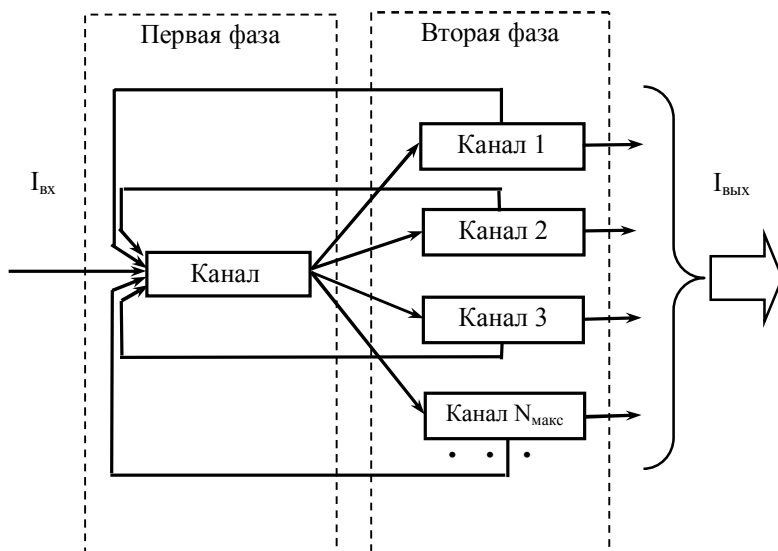


Рис. 1. Структура двухфазной модели МК РЛС с ФАР

**Математическая формулировка задачи.** Во-первых, необходимо формализовать процесс срыва сопровождения. Для этого очень удобно использовать понятие эквивалентных характеристик дискриминатора [3] (рис. 2). В этой же работе введен показатель – вероятность устойчивого сопровождения  $p_n$ . Этот показатель представляет собой вероятность нахождения ошибки экстраполяции к следующему радиоконтакту с ВО в пределах апертуры эквивалентной дискриминационной характеристики дискриминатора. Для стохастической модели движения [5] ВО, а также при адекватности принятой модели движения ВО его реальному движению (при отсутствии систематической ошибки) он может быть рассчитан по формуле [3]:

$$p_n = \Phi\left(\frac{L_x}{2\sqrt{2}\sigma_e}\right), \quad (2)$$

где  $\Phi(\cdot)$  – функция Лапласа;  $L_x$  – ширина апертуры эквивалентной дискриминационной характеристики дискриминатора;  $\sigma_e^2 = D_e$  – дисперсия ошибки экстраполяции координаты ВО.

В свою очередь ошибки экстраполяции координат ВО зависят как от ошибок единичных наблюдений, характеризуемых дисперсией  $D_{и}$ ,

зависящей от отношения сигнал/шум  $q$  [6], и маневренных характеристик ВО, так и от длительности интервала времени  $T$  между радиоконтактами (длительности интервала времени прогноза) [7]. Однако при адекватности принятой модели движения ВО его реальному движению ошибка экстраполяции координат не содержит систематической составляющей, и для конкретной координаты (радиальная скорость, дальность, угловые координаты) дисперсия ошибок экстраполяции может быть рассчитана на основе известных методик [2, 8].

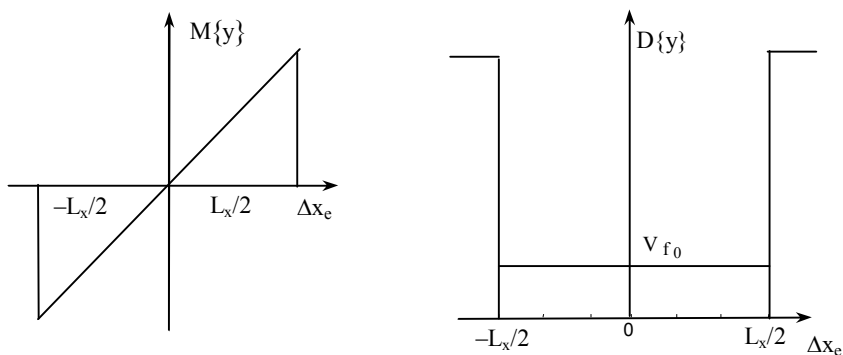


Рис. 2. Эквивалентные дискриминационная и флуктуационная характеристики дискриминатора

Следует отметить, что для различных координат ВО зависимости ошибок экстраполяции от длительности  $T$  интервала времени между радиоконтактами носят разный характер [8]. Поэтому при определении  $p_n$  необходимо или учитывать вероятность устойчивого сопровождения по всем координатам, или использовать ту зависимость, которая является определяющей.

Определение  $L_x$  ширины эквивалентной дискриминационной характеристики дискриминатора представляет собой самостоятельную достаточно сложную задачу, требующую проведения объемного статистического исследования. Главным критерием при подборе зависимости эквивалентного размера апертуры  $L_x$  от отношения сигнал/шум  $q$ , гарантирующим возможность использования формулы (2) для оценки вероятности отсутствия срыва слежения, должно быть совпадение результатов статистических испытаний на устойчивость сопровождения системы с реальным дискриминатором и аналитических расчетов, выполняемых согласно (2).

В рамках данной статьи возможно указать только основные этапы решения указанной задачи. На первом этапе необходимо подготовить исходные данные для проведения статистического эксперимента: 1) разработать статистическую модель движения ВО, 2) рассчитать статистические характеристики реального дискриминатора, 3) задать структуру и параметры ал-

горитмов оценивания и экстраполяции координат цели. На втором этапе проводится статистический эксперимент по определению зависимости вероятности отсутствия срыва слежения от отношения сигнал/шум  $q$  с реальным дискриминатором. На третьем этапе отыскивается аппроксимационная зависимость эквивалентной ширины  $L_x$  дискриминационной характеристики дискриминатора от отношения  $q$ , дающая по результатам аналитических расчетов согласно (2) те же значения вероятности отсутствия срыва сопровождения, что и система с реальной дискриминационной характеристикой.

Таким образом, выходным результатом решения данной задачи является аппроксимационная зависимость эквивалентной ширины  $L_x$  дискриминационной характеристики дискриминатора от отношения сигнал/шум  $q$ .

При постоянном значении  $p_n$  (после завершения поиска и захвата ВО) дискретный характер радиоконтакта с ВО приводит к дискретному геометрическому распределению вероятности срыва сопровождения (вероятности выхода ошибки экстраполяции за пределы апертуры эквивалентной характеристики дискриминатора):

$$p_{cp}(n) = p_n^{n-1} \cdot (1 - p_n),$$

где  $n$  – номер радиоконтакта с ВО;  $p_{cp}(n)$  – вероятность срыва сопровождения при  $n$ -м радиоконтакте с ВО.

При предельном переходе к непрерывному распределению ему соответствует показательное распределение интервала времени до срыва сопровождения. Среднее количество радиоконтактов до срыва сопровождения  $n_c$  при геометрическом распределении определяется по формуле

$$n_{\bar{a}} = 1/(1 - p_i).$$

При переходе к непрерывному показательному распределению интенсивность срыва сопровождения  $\mu_0$  определится следующим образом:

$$\mu_0 = (1 - p_i) / T = 1/\bar{t}_{\bar{a}0}, \quad (3)$$

где  $T$  – длительность интервала времени между радиоконтактами с ВО;  $\bar{t}_{cp}$  – среднее время до срыва сопровождения.

Таким образом, длительность интервала времени  $t_{cp}$  до срыва сопровождения ВО имеет показательное распределение  $L_{t_{cp}}$  с параметром распределения  $\mu_0$ , определяемым согласно (3). В силу того, что и сам показатель  $p_n$  является функцией  $T$ , следовательно, параметр распределения  $\mu_0$  определяется, в конечном итоге, длительностью интервала  $T$  (при прочих равных условиях).

Во-вторых, формализуем процесс поиска и захвата ВО на сопровождение (отработки целеуказания). Длительность  $t_{пз}$  этого этапа носит случайный характер. Среднее значение  $\bar{t}_{пз}$  длительности интервала вре-

мени поиска и захвата зависит как от точности данных целеуказания, так и от числа сопровождаемых целей, а точнее от разности между максимально возможным количеством каналов на этапе сопровождения  $N_{\text{макс}}$ , определяемым формулой (1), и реальным количеством сопровождаемых ВО, т. е. от количества свободных каналов второй фазы. Среднее значение  $\bar{t}_{\text{пз}}$  максимально, если указанная разность равна единице.

Таким образом, длительность интервала времени  $t_{\text{пз}}$  поиска и захвата ВО на сопровождение имеет случайное распределение  $L_{t_{\text{пз}}}$ , причем его среднее значение  $\bar{t}_{\text{пз}}$  увеличивается с уменьшением количества свободных каналов второй фазы. При полностью заполненной второй фазе поиск и захват очередного ВО невозможен.

Длительность процесса сопровождения ВО также носит случайный характер. Поэтому будем считать, что длительность интервала времени  $t_{\text{соп}}$  сопровождения ВО имеет случайное распределение  $L_{t_{\text{соп}}}$ , причем его среднее значение  $\bar{t}_{\text{соп}}$  постоянно.

Для входного потока целеуказаний примем случайное распределение  $L_{t_{\text{цу}}}$  интервалов времени  $t_{\text{цу}}$  между целеуказаниями, однако, с постоянным средним значением  $\bar{t}_{\text{цу}}$  (стационарный поток целеуказаний).

Обозначим через  $I_{\text{вых}}$  среднее количество воздушных объектов в единицу времени (интенсивность), прошедших этап сопровождения, через  $I_{\text{вх}}$  среднее количество воздушных объектов в единицу времени, поступающих на вход двухфазной системы, а через  $R$  их отношение

$$R = I_{\text{вых}} / I_{\text{вх}}.$$

В этом случае искомый показатель  $R$  представляет собой некоторый функционал  $F$  от распределений случайных величин  $L_{t_{\text{цу}}}$ ,  $L_{t_{\text{пз}}}$ ,  $L_{t_{\text{ср}}}$ ,  $L_{t_{\text{соп}}}$ , а также от параметров  $T$ ,  $T_1$ ,  $q$ :

$$R = F(L_{t_{\text{цу}}}, L_{t_{\text{пз}}}, L_{t_{\text{ср}}}, L_{t_{\text{соп}}}, T, T_1, q). \quad (4)$$

Тогда задача оптимизации пропускной способности многоканальной РЛС с ФАР запишется следующим образом

$$R = F(L_{t_{\text{цу}}}, L_{t_{\text{пз}}}, L_{t_{\text{ср}}}, L_{t_{\text{соп}}}, T, T_1, q) \rightarrow \max_T. \quad (5)$$

**Анализ возможных путей решения задачи оптимизации.** Самый простой случай соответствует экспоненциальным законам распределения случайных величин  $t_{\text{цу}}$ ,  $t_{\text{пз}}$  и  $t_{\text{соп}}$  ( $t_{\text{ср}}$  имеет такое распределение согласно математической формулировке задачи). В этом случае двухфазная модель

массового обслуживания является марковской с дискретным пространством состояний. По графу переходов между состояниями легко записывается система дифференциальных уравнений для скоростей изменения вероятностей состояний. Показатель  $R$  может быть рассчитан через финальные вероятности состояний и решение задачи может быть получено путем, хотя несколько громоздких, но стандартных вычислений [9, 10].

В случае, если хотя бы одна из случайных величин  $t_{цy}$ ,  $t_{пз}$ ,  $t_{соп}$  не обладает таким распределением, нахождение аналитического решения проблематично. В этом случае разумной альтернативой является имитационное моделирование на ЭВМ. Однако при этом необходимо будет построить марковский случайный процесс с пространством состояний мощности континуума. Показатель  $R$  (4), подлежащий максимизации, должен быть средним значением некоторой функции от пространства состояний такого процесса. Для получения математически корректных результатов следует найти последовательность моментов регенерации [11] указанного случайного процесса и воспользоваться известными оценками [12].

Если распределения случайных величин  $t_{цy}$ ,  $t_{пз}$ ,  $t_{соп}$  такие, что состояние, соответствующее пустой двухфазной системе, является возвратным, тогда последовательность моментов регенерации определяется последовательными моментами поступления целеуказаний в пустую систему. В противном случае можно попытаться найти последовательность моментов регенерации, пользуясь схемой расщепления [13]. Но может случиться, что множество состояний вышеуказанного случайного процесса не окажется неприводимым, и применение схемы расщепления будет невозможным. Тогда потребуются введение дополнительных условий (гипотез), что, однако, выходит за рамки данной статьи.

**Выводы.** Наиболее существенное содержание управления длительностью интервала времени между радиоконтактами с ВО заключено в возможности оптимизации пропускной способности МК РЛС с ФАР за счет гибкого управления количеством целевых каналов.

На основе двухфазной модели массового обслуживания в работе осуществлена постановка задачи оптимизации пропускной способности МК РЛС с ФАР в виде выбора такой длительности интервала времени  $T$  между радиоконтактами с ВО, при которой количество воздушных объектов, прошедших этап сопровождения в единицу времени, нормированное на количество целеуказаний, поступающих в единицу времени в систему, максимально (5). Кроме этого, кратко обсуждены возможные пути решения задачи оптимизации. Для частного случая марковской двухфазной модели возможно получение аналитических результатов, а в общем случае разумной альтернативой является имитационное моделирование на

ЭВМ. При этом основная сложность возникнет при нахождении последовательности моментов регенерации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Хисматулин В.Ш., Сачук И.И., Ковальчук А.А. Организация слежения за аэродинамической целью с достаточной точностью // Вестник ХГПУ. – Х.: ХГПУ. – 2000. – Вып. 125. – С. 13 – 17.
2. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию. – К.: КвиЦ, 2000. – 428 с.
3. Хисматулин В.Ш., Сачук И.И., Ковальчук А.А. Оценка вероятности надежного сопровождения аэродинамических целей многоканальной радиолокационной станцией // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: ГАЭУ «ХАИ». – 2001. – Вып. 22. – С. 259 – 262.
4. Кулинич И.А., Парфенов Ю.Э., Соснунов А.А. Модель для обоснования требований к показателю качества радиотехнической следящей системы // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2003. – Вып. 5. – С. 145 – 150.
5. Зингер Р.А. Оценка характеристик оптимального фильтра для слежения за пилотируемой целью // Зарубежная радиоэлектроника. – 1971. – № 8. – С. 40 – 57.
6. Ширман Я.Д. Теоретические основы радиолокации. – М.: Сов. радио, 1970. – 560 с.
7. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении: Пер. с англ. – М.: Связь, 1976. – 495 с.
8. Хисматулин В.Ш. О рациональном выборе рекуррентного алгоритма для оценки состояния движущегося объекта // Сб. реф. ВИМИ, сер. “МФ”, вып. 05, № Д06578 // – М., 1985.
9. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.
10. Венциель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1991. – 384 с.
11. Иглхарт Д.Л., Шедлер Д.С. Регенеративное моделирование сетей массового обслуживания: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1984. – 136 с.
12. Крейн М., Лемуан О. Введение в регенеративный метод анализа моделей. – М.: Наука, 1982. – 104 с.
13. Нуммелин Э. Общие неприводимые цепи Маркова и неотрицательные операторы. – М.: Мир, 1989. – 207 с.

Поступила 17.10.2003

**КОВАЛЬЧУК Андрей Алексеевич**, канд. техн. наук, преподаватель кафедры ХВУ. В 1997 году окончил ХВУ. Область научных интересов – радиотехнические следящие системы.

**ПАРФЕНОВ Юрий Эдуардович**, канд. техн. наук, начальник лаборатории Научно-го центра Войск ПВО. В 1993 году окончил ВИРТА ПВО. Область научных интересов – автоматизированные системы управления, автоматизация научных исследований.

**СОСУНОВ Александр Алексеевич**, канд. техн. наук, доцент кафедры ХВУ. В 1988 году окончил Московский физико-технический институт. Область научных интересов – радиотехнические следящие системы, автоматизация научных исследований.

**ХИСМАТУЛИН Владимир Шайдуллович**, канд. техн. наук, профессор кафедры ХВУ. В 1969 году окончил ВИРТА ПВО. Область научных интересов – радиотехнические следящие системы.