

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ОДНОРОДНЫХ СИЛ И СРЕДСТВ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА СРЕДНЕГО СУММАРНОГО КОЛИЧЕСТВА СИЛ ПРОТИВНИКА

к.т.н. В.Б. Кононов, к.т.н. Ю.И. Кушнерук, Е.А. Кононова
(представил д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

В статье рассматривается решение задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств конфликтующей стороны по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации.

Постановка задачи. При решении задач планирования боевых действий в ходе конфликтных ситуаций необходимо определить законы оптимального управления распределением однородных сил и средств оперирующей стороны, учитывая поставленные старшим начальником цели, складывающую ситуацию и вероятные действия противника.

Оптимальное планирование и последующее управление распределением однородных сил и средств, а также управление распределением сил и средств резерва в условиях современного боя представляет собой важную военно-научную задачу, актуальность которой определяется необходимостью создания в Вооруженных Силах Украины автоматизированной системы управления войсками и оружием.

Анализ литературы. Задачи управления распределением сил и средств оперирующей стороны рассматривались в работах [1 – 3]. Так, в [1] описывается методика решения задач определения соотношения сил сторон для случая однородных средств. В [2] рассмотрены задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций. В [3] рассматривается методика распределения однородных средств резерва в ходе встречной **конфликтной ситуации** двух группировок. Однако в этих работах не рассматривались способы решения задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации.

Целью статьи является разработка метода решения задачи оптимального управления распределением однородных сил и средств кон-

фликующих сторон по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации.

Основной материал. При решении рассматриваемой задачи оптимального распределения однородных сил и средств резерва, в ходе встречного боя двух группировок будем считать, что время боя T задано.

Математическую модель данной задачи сформулируем следующим образом:

$$\frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt \rightarrow \min, \quad \begin{cases} \dot{x} = -by + u; \\ \dot{y} = -ax + v. \end{cases} \quad (1)$$

В (1) начальные условия имеют вид:

$$x(0) = x_0; \quad y(0) = y_0; \quad 0 \leq u(t) \leq c; \quad \int_0^T u(t) dt - A_0 \leq 0, \quad (2)$$

где $x(t)$ и $y(t)$ – математические ожидания количества средств группировок А и В, сохранившихся к моменту времени t ; $a = \alpha P$ и $b = \beta Q$ – эффективные скорострельности средств, используемых группировками А и В; α и β – средние скорострельности средств, используемых группировками А и В; P и Q – вероятности поражения одним выстрелом боевых средств группировок А и В; $u(t)$ и $v(t)$ – интенсивности поступления средств резерва группировок А и В; c – максимальная интенсивность поступления резерва группировки А; A_0 – общее количество средств резерва.

Задача (1, 2) является задачей оптимального управления с интегральным функционалом (критерий оптимизации) и свободным правым концом.

Функция Гамильтона – Понтрягина для этой задачи имеет вид:

$$H(x, y, \varphi, \eta, u) = \frac{\varphi_0}{T} y(t) + \varphi(-by + u) + \eta(-ax + v) - \lambda u, \quad (3)$$

где η , φ – сопряженные функции; λ – множитель Лагранжа.

Сопряженная система и условия трансверсальности для решаемой задачи представим следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = a\eta; \\ \dot{\eta} = \frac{1}{T} + b\varphi; \end{cases} \quad \begin{cases} \varphi(T) = 0; \\ \eta(T) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Учитывая, что $\varphi_0 \neq 0$, определим, что $\varphi_0 = -1$.

Приведем решение сопряженной системы уравнений (4). Для исключения переменной η проведем следующие преобразования:

$$\ddot{\varphi} = a\dot{\eta} = a\left(\frac{1}{T} + b\varphi\right); \quad \ddot{\varphi} - ab\varphi = \frac{a}{T}. \quad (5)$$

Решения второго уравнения системы (5) имеет свободную $\varphi_{\text{одн}}$ и вынужденную $\varphi_{\text{ч}}$ составляющие:

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{одн}} &= Ce^{\sqrt{ab}t} + De^{-\sqrt{ab}t}; \\ \varphi_{\text{ч}} = A &\Rightarrow -abA = \frac{a}{T} \Rightarrow A = -\frac{1}{bT}; \\ \varphi &= Ce^{\sqrt{ab}t} + De^{-\sqrt{ab}t} - \frac{1}{bT}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для определения значения постоянных D и C используем начальные условия системы (4):

$$\begin{aligned} \left. \varphi = \sqrt{ab} C e^{\sqrt{ab}t} - \sqrt{ab} D e^{-\sqrt{ab}t} \right|_{t=T} &= 0; \\ \begin{cases} Ce^{\sqrt{ab}T} + De^{-\sqrt{ab}T} = \frac{1}{bT}; \\ Ce^{\sqrt{ab}T} - De^{-\sqrt{ab}T} = 0; \end{cases} &\Rightarrow C = \frac{e^{-\sqrt{ab}T}}{2bT}; \quad D = \frac{e^{\sqrt{ab}T}}{2bT}; \\ \varphi = \frac{1}{bT} \operatorname{ch} \sqrt{ab}(t-T) - \frac{1}{bT} &= \frac{1}{bT} [\operatorname{ch} \sqrt{ab}(t-T) - 1]. \end{aligned} \quad (7)$$

В соответствии с принципом максимума Понтрягина [4] решение задачи сводится к поиску

$$\max_{\substack{0 \leq u \leq c \\ \lambda \geq 0}} \{(\varphi - \lambda)u\} \quad (8)$$

или

$$\max_{\substack{0 \leq u \leq c \\ \lambda \geq 0}} \left\{ \left(\frac{1}{bT} [\operatorname{ch} \sqrt{ab}(t-T) - 1] - \lambda \right) u \right\}. \quad (9)$$

Решение (9) дает следующий вид оптимального управления резервом оперирующей стороны:

$$u^*(t) = \begin{cases} c, & 0 \leq t \leq \frac{A_0}{c}; \\ 0, & \frac{A_0}{c} \leq t \leq T. \end{cases} \quad (10)$$

Выводы. Результаты решения задачи (1, 2) дают возможность найти оптимальное управление распределением однородных сил и средств резерва по критерию минимума среднего суммарного количества сил противника за весь период конфликтной ситуации и могут быть положены в основу разработки алгоритма планирования оптимального распределения средств резерва.

Рассмотренный метод решения задачи может быть использован и при планировании распределения однородных средств резерва в варианте, когда время окончания боя неизвестно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И., Ольшевский И.П., Носик Ал.М. Разработка моделей динамических процессов конфликтных ситуаций // Системы обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2001. – Вип. 1(11). – С. 129 – 133.
2. Кононов В.Б., Евстрат Д.И., Рафальский Ю.И., Бабий И.Ф. Задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций // Системы обробки інформації. – Х.: ХВФ «Транспорт України», 2001. – Вип. 1(11). – С. 129 – 133.
3. Кононов В.Б., Ю.И. Кушнерук, Евстрат Д.И. Распределение однородных средств резерва в ходе встречной конфликтной ситуации двух группировок // Системы обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2002. – Вип. 4(20). – С. 96 – 101.
4. Хоффер Э., Лундерштедт Р. Численные методы оптимизации. – М: Машиностроение, 1981. – 192 с.

Поступила 7.11.2003

КОНОНОВ Владимир Борисович, кандидат технических наук, доцент, зам. нач. факультета ХВУ. В 1987 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – исследование операций.

КУШНЕРУК Юрий Ионович, кандидат технических наук, доцент кафедры Военного института внутренних войск МВД Украины. В 1971 году окончил Харьковский государственный университет. Область научных интересов – исследование операций.

КОНОНОВА Елена Анатольевна, младший научный сотрудник Научного центра РКД ХВУ. Область научных интересов – исследование операций.