

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИЗЕЛЬ-ГЕНЕРАТОРА С ТУРБОНАДДУВОМ

А.Н. Малыш

(представил д.т.н., проф. Б.Т. Кононов)

*Рассматривается динамика работы дизеля с турбонаддувом, выводятся дифференциальные уравнения, с помощью которых возможно решение задачи управления движением приводного двигателя и его приведение в подсинхронное состояние.*

**Постановка проблемы.** При пуске дизель-генератора и его последующей синхронизации необходимо, чтобы разница частот работающего и включаемого агрегатов не превышала допустимого значения. Для ускорения процесса синхронизации, достигаемого за счет исключения операции выравнивания частот дизель-генераторов, необходимо осуществлять целенаправленное воздействие на регулятор частоты включаемого агрегата. Это возможно в случае, если известно уравнение динамики включаемого агрегата. В предлагаемой статье уточняются уравнения динамики дизеля с турбонаддувом.

**Анализ литературы.** В известной литературе [1 – 3] уравнение движения дизеля представляется дифференциальным уравнением первого порядка. Такая форма представления объекта управления не учитывает ряд особенностей дизеля, связанных с его инерционностью, вызываемой наличием агрегатов наддува, впускных и выпускных коллекторов.

**Цель статьи.** Уточнение математического описания динамики дизель-генераторов.

Для исследования характера изменения угловой частоты вращения вала дизеля будем использовать уравнение равновесия моментов, которое представим в следующем виде:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_d - M_c, \quad (1)$$

где  $J$  – приведенный к валу момент инерции двигателя и связанных с ним агрегатов,  $\omega$  – угловая частота вращения;  $M_d$ ,  $M_c$  – движущий момент и момент сопротивления.

Движущий момент дизеля зависит от положения органа управления и рейки топливного насоса  $h$ , угловой частоты вращения  $\omega$ , давления наддува  $P_H$  и времени  $t$ , т.е.  $M_d$  определяется функцией следующих переменных:

$$M_d = f(h, \omega, P_H t). \quad (2)$$

Момент сопротивления зависит от величины нагрузки системы электроснабжения  $N$ , угловой частоты вращения  $\omega$  и времени  $t$ , т.е.  $M_c$  определяется функцией следующих переменных:

$$M_c = f(N, \omega, t). \quad (3)$$

Функциональные зависимости  $M_d$  и  $M_c$  нелинейны, однако в случае малых отклонений от установившегося режима допустимо эти зависимости представить линейными функциями, полученными после разложения исходных функций в ряд Тейлора и отбрасывания всех составляющих второго и высших порядков малости. Если при этом пренебречь циклическостью дизеля и считать, что возможно пульсирующие моменты представить их средними за цикл значениями, т.е. считать, что

$\left(\frac{\partial M_d}{\partial t}\right)_0 - \left(\frac{\partial M_c}{\partial t}\right)_0 = 0$ , то после введения системы относительных единиц  $\bar{\omega} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ ;  $\bar{h} = \frac{\Delta h}{h_0}$ ;  $\bar{N} = \frac{\Delta N}{N_0}$ ;  $\bar{P}_H = \frac{\Delta P_H}{P_{H0}}$  исходное уравнение равновесия моментов можно представить в виде

$$T_d \frac{d\bar{\omega}}{dt} + K_d \bar{\omega} = K_h \bar{h} + K_p \bar{P}_H - K_n \bar{N}, \quad (4)$$

где  $T_d = J\omega_0$  – постоянная времени двигателя;  $K_d = \left[\left(\frac{\partial M_c}{\partial \omega}\right)_0 - \left(\frac{\partial M_d}{\partial \omega}\right)_0\right]\omega_0$  –

коэффициент самовыравнивания;  $K_h = \left(\frac{\partial M_d}{\partial \omega}\right)_0 h_0$  – коэффициент усиления по каналу управления;

$K_n = \left(\frac{\partial M_c}{\partial N}\right)_0 N_0$  – коэффициент усиления по каналу возмущения;

$K_p = \left(\frac{\partial M_d}{\partial P_H}\right)_0 P_0$  – коэффициент усиления по наддуву.

Для выяснения влияния на работу двигателя величины давления наддува дополним уравнение движения вала дизеля уравнением нагнетателя и уравнением впускных и выпускных коллекторов. В случае использования в качестве нагнетателя турбокомпрессора уравнение равновесия моментов на его валу представим в виде

$$J_T \frac{d\omega_T}{dt} = M_T - M_k, \quad (5)$$

где  $J_T$ ,  $\omega_T$  – момент инерции и угловая частота вращения ротора турбокомпрессора;  $M_T$ ,  $M_K$  – момент турбины и компрессора.

Движущий момент турбины прямо пропорционален произведению величины расхода газа через турбину  $G_T$  на величину адиабатического теплоперепада турбины  $H_T$  и ее КПД  $\eta_T$  и обратно пропорционален величине угловой частоты вращения ротора турбины  $\omega_T$ , т.е.  $M_T$  равен

$$M_T = \frac{G_T H_T \eta_T}{\omega_T}. \quad (6)$$

Коэффициент полезного действия турбины  $\eta_T$  для случая малых отклонений от равновесного состояния остается практически постоянным. Величины же  $G_T$  и  $H_T$  зависят от давления газа в выпускном трубопроводе  $P_r$  и положения рейки топливного насоса  $h$ . Переходя от соответствующих функциональных зависимостей к линеаризованным, получим, что движущий момент турбины может быть представлен следующим образом:

$$M_{\dot{\delta}} = M_{\dot{\delta}0} + \frac{H_{\dot{\delta}0} h_{\dot{\delta}}}{\omega_{\dot{\delta}0}} \left[ \left( \frac{\partial G_{\dot{\delta}}}{\partial P_r} \right)_0 \Delta P_r + \left( \frac{\partial G_{\dot{\delta}}}{\partial h} \right)_0 \Delta h \right] + \frac{G_{\dot{\delta}0} h_{\dot{\delta}}}{\omega_{\dot{\delta}0}} \left[ \left( \frac{\partial H_{\dot{\delta}}}{\partial P_r} \right)_0 \Delta P_r + \left( \frac{\partial H_{\dot{\delta}}}{\partial h} \right)_0 \Delta h \right] - \frac{G_{\dot{\delta}0} H_{\dot{\delta}0} h_{\dot{\delta}}}{\omega_{\dot{\delta}0}^2} \Delta \omega_1. \quad (7)$$

Момент сопротивления компрессора является функцией двух переменных: давления наддува  $P_H$  и угловой частоты вращения  $\omega_T$ . Разложение этой функции и последующая линеаризация дает следующий результат:

$$M_K = M_{K0} + \left( \frac{\partial m_K}{\partial P_H} \right)_0 \Delta P_H + \left( \frac{\partial M_K}{\partial \omega_T} \right)_0 \Delta \omega_T. \quad (8)$$

Подставив в уравнение равновесия моментов турбокомпрессора найденные зависимости, и переходя к системе относительных единиц, получим

$$T_T \frac{d\overline{\omega}_t}{dt} + K_t \overline{\omega}_t = \overline{P}_r + \theta_h \overline{h} - \theta_H \overline{P}_H, \quad (9)$$

где  $T_T = \frac{I_T \omega_{T0}}{\theta_{TP}}$  – постоянная времени турбокомпрессора;

$K_T = \left[ \left( \frac{\partial M_K}{\partial \omega_T} \right)_0 + \frac{G_{T0} H_{T0} h_T}{\omega_{T0}^2} \right] \frac{\omega_{T0}}{\theta_{TP} P_{r0}}$  – коэффициент, учитывающий само-

выравнивание турбокомпрессора;  $\theta_{TP} = \frac{H_{T0} h_T}{\omega_{T0}} \left( \frac{\partial G_T}{\partial P_r} \right)_0 + \frac{G_{T0} h_T}{\omega_{T0}} \left( \frac{\partial H_T}{\partial P_r} \right)_0$  –

коэффициент, учитывающий влияние изменения давления газа в выпускном

трубопроводе;  $\theta_h = \frac{\theta_{th} h_0}{\theta_{tr} P_{r0}}$  – коэффициент усиления по каналу топливопо-

дачи;  $\theta_n = \frac{\theta_{кр} P_{н0}}{\theta_{tr} P_{r0}}$  – коэффициент усиления по давлению наддува;

$\theta_{th} = \frac{H_{T0} h_T}{\omega_{T0}} \left( \frac{\partial G_T}{\partial h} \right)_0 + \frac{G_{T0} h_T}{\omega_{T0}} \left( \frac{\partial H_T}{\partial h} \right)_0$  – коэффициент, учитывающий

влияние изменения топливоподачи на движущий момент турбины;

$\theta_{кр} = \left( \frac{\partial M_{к}}{\partial P_{н}} \right)_0$  – коэффициент, учитывающий изменение давления наддува

на момент сопротивления компрессора;  $\overline{\omega_T} = \frac{\Delta \omega_T}{\omega_{T0}}$ ;  $\overline{P_r} = \frac{\Delta P_r}{P_{r0}}$  – величины

относительных изменений угловой частоты вращения ротора турбокомпрессора и давления в выпускном коллекторе.

Дифференциальное уравнение, описывающее процессы, происходящие в выпускном компрессоре, получим, исходя из уравнения изменения количества воздуха  $G_B$ , заключенного в выпускном коллекторе, за время  $dt$ :

$$\frac{dG_B}{dt} = G_K - G_D, \quad (10)$$

где  $G_K$ ,  $G_D$  – расход воздуха через компрессор и двигатель соответственно.

Расход воздуха через компрессор  $G_K$  зависит от давления наддува  $P_H$  и угловой частоты вращения ротора турбокомпрессора  $\omega_T$ . Расход воздуха через двигатель  $G_D$  зависит от давления наддува  $P_H$  и частоты вращения вала дизеля  $\omega$ . После разложения этих функциональных зависимостей в ряд Тейлора и последующей линеаризации получим:

$$G_K = G_{K0} + \left( \frac{\partial G_K}{\partial P_H} \right)_0 \Delta P_H + \left( \frac{\partial G_K}{\partial \omega_T} \right)_0 \Delta \omega_T; \quad (11)$$

$$G_D = G_{D0} + \left( \frac{\partial G_D}{\partial P_H} \right)_0 \Delta P_H + \left( \frac{\partial G_D}{\partial \omega_T} \right)_0 \Delta \omega_T.$$

Поскольку количество воздуха пропорционально его объему  $V_B$  и плотности воздуха  $\rho_B$ , то для производной  $\frac{dG_B}{dt}$  справедливо, что

$$\frac{dG_B}{dt} = V_B \frac{d\rho_B}{dt}. \quad (12)$$

Исходя из того, что процесс сжатия в компрессоре политропный,

т.е. что  $\frac{P_H}{\rho_b^{n_k}} = \text{const}$ , где  $n_k$  – показатель политропы, представим изменение количества воздуха в виде следующей зависимости:

$$\frac{dG_B}{dt} = V_B \frac{\rho_B}{n_k P_H} \frac{dP_H}{dt}. \quad (13)$$

В результате с учетом перехода к системе относительных единиц получим

$$T_B \frac{d\bar{P}_H}{dt} + \kappa_B \bar{P}_H = \bar{\omega}_T - k_\omega \bar{\omega}, \quad (14)$$

где  $\dot{O}_{\hat{a}} = V_{\hat{a}} \rho_{\hat{a}} / \left( n_{\hat{e}} \omega_{\hat{o}i} \left( \frac{\partial G_{\hat{e}}}{\partial \omega_{\hat{o}}} \right)_0 \right)$  – постоянная времени впускного кол-

лектора;  $\hat{E}_{\hat{a}} = \left[ \left( \frac{\partial G_{\hat{a}}}{\partial \mathcal{D}_{\hat{i}}} \right)_0 - \left( \frac{\partial G_{\hat{e}}}{\partial \mathcal{D}_{\hat{i}}} \right)_0 \right] \left[ \mathcal{D}_{\hat{i}0} / \left( \frac{\partial G_{\hat{e}}}{\partial \omega_{\hat{o}}} \right)_0 \omega_{\hat{o}0} \right]$  – коэффициент

самовыравнивания впускного трубопровода;  $\hat{E}_{\omega} = \left( \frac{\partial G_{\hat{a}}}{\partial \omega} \right)_0 / \left( \frac{\partial G_{\hat{e}}}{\partial \omega_{\hat{o}}} \right)_0$  –

коэффициент, учитывающий влияние изменения угловой частоты вращения двигателя на расход воздуха.

Дифференциальное уравнение выпускного коллектора получим, используя для этого уравнение изменения количества газа  $G_\Gamma$ , сосредоточенного в объеме выпускного коллектора

$$\frac{dG_\Gamma}{dt} = G_D - G_T. \quad (15)$$

Количество газа, поданного в выпускной коллектор

$$G_\Gamma = V_\Gamma \rho_\Gamma, \quad (16)$$

где  $\rho_\Gamma = f(P_\Gamma, h)$  – плотность газа, являющаяся функцией его давления  $P_\Gamma$  и температуры  $T_\Gamma$ , определенных положением рейки топливного насоса  $h$ .

Таким образом, искомая производная будет равна

$$\frac{dG_\Gamma}{dt} = V_\Gamma \left( \frac{\partial \rho_\Gamma}{\partial P_\Gamma} \right)_0 \frac{dP_\Gamma}{dt} + V_\Gamma \left( \frac{\partial \rho_\Gamma}{\partial h} \right)_0 \frac{dh}{dt}. \quad (17)$$

После перехода к системе относительных единиц и преобразований получим искомое уравнение выпускного коллектора

$$T_\Gamma \frac{d\bar{P}_\Gamma}{dt} + K_\Gamma \bar{P}_\Gamma = \bar{\omega} + \theta_\Gamma \bar{P}_H - \left( T_h \frac{d\bar{h}}{dt} + K_{hr} \bar{h} \right), \quad (18)$$

где  $\dot{O}_{\bar{a}} = V_{\bar{a}} \left( \frac{\partial \rho_{\bar{a}}}{\partial \bar{E}_{\bar{a}}} \right)_0 \bigg/ \left( \frac{\partial G_{\bar{a}}}{\partial \omega} \right)_0$  – постоянная времени выпускного коллекто-

ра по давлению газов;  $\hat{E}_{\bar{a}} = \left( \frac{\partial G_{\dot{o}}}{\partial \bar{E}_{\bar{a}}} \right)_0 \bigg/ \left( \frac{\partial G_{\bar{a}}}{\partial \omega} \right)_0$  – коэффициент самовырав-

нивания;  $\theta_{\bar{a}} = \left( \frac{\partial G_{\bar{a}}}{\partial \bar{E}_1} \right)_0 \bigg/ \left( \frac{\partial G_{\bar{a}}}{\partial \omega} \right)_0$  – коэффициент усиления по давлению

наддува;  $\dot{O}_h = V_{\bar{a}} \left( \frac{\partial \rho_{\bar{a}}}{\partial h} \right)_0 h_0 \bigg/ \left( \frac{\partial G_{\bar{a}}}{\partial \omega} \right)_0$  – постоянная времени выпускного

коллектора по положению органа управления топливным насосом;

$K_{h\bar{a}} = \left( \frac{\partial G_{\dot{o}}}{\partial h} \right)_0 \left( h_0 \bigg/ \left( \frac{\partial G_{\bar{a}}}{\partial \omega} \right)_0 \right)$  – коэффициент усиления, учитывающий влияние

изменения положения рейки топливного насоса на расход газа через турбину.

Уравнения (4, 9, 14, 17) описывают динамику дизеля с газотурбинным наддувом, представляемого в общем случае звеном четвертого порядка.

**Выводы.** Полученные соотношения позволяют определить порядок системы дифференциальных уравнений, описывающей объект управления. Вместе с тем использование этих соотношений для установления закона управления дизель-генератором в процессе его пуска затруднительно, поскольку для получения данных о величинах постоянных времени и коэффициентов усиления при соответствующих переменных необходимы экспериментальные исследования, основанные на снятии и последующей обработке частотных и переходных характеристик дизель-генератора. Вместе с тем, без уточненного описания динамики дизель-генератора проведение последующих экспериментальных исследований невозможно.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Крутов В.И. Автоматическое регулирование двигателей внутреннего сгорания. – М.: Машгиз, 1958. – 344 с.
2. Крутов В.И. Сборник задач по теории автоматического регулирования двигателей внутреннего сгорания. – М.: Машиностроение, 1972. – 208 с.
3. Колчин А.И., Демидов В.П. Расчет автомобильных и тракторных двигателей. – М.: Высшая школа, 1971. – 344 с.

Поступила 14.11.2003

**МАЛЫШ Александр Николаевич**, адъюнкт ХВУ. В 2001 году окончил командно-штабной факультет ХВУ. Область научных интересов – энергетическое обеспечение.