

ОБРОБКА ІНФОРМАЦІЇ В СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ

УДК 621.396.96

БЫСТРОДЕЙСТВИЕ АДАПТИВНЫХ ОБНАРУЖИТЕЛЕЙ ПО ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ И СТАТИСТИЧЕСКИМ КРИТЕРИЯМ

д.т.н., проф. Д.И. Леховицкий, П.М. Флексер, С.В. Полишко

Сравнивается эффективность двух разновидностей адаптивных обнаружителей гауссовых когерентных сигналов на фоне гауссовых коррелированных помех – с когерентным и некогерентным накоплением выходных сигналов компенсатора помех. Показано, что при максимально правдоподобной оценке параметров адаптивного компенсатора обнаружитель с некогерентным накоплением может быть не только более простым, но и более эффективным.

Постановка проблемы. Оптимальный по критерию Неймана – Пирсона обнаружитель когерентного сигнала точечной цели на фоне коррелированной гауссовой помехи должен содержать обесцвечивающий или обращающий фильтр – компенсатор помехи (КП) и когерентный накопитель (КН), согласованный с определяющим параметром α (направлением прихода, частотой и т.п.) сигнала цели [1 – 3]. В типичных для практики условиях априорного незнания этого параметра должны предусматриваться либо перестройка КН, либо их набор для всех значений параметра в возможном диапазоне его изменения. Первый путь часто неприемлем из-за жестких временных ограничений, второй – из-за больших аппаратных затрат. По этой причине на практике широко используются существенно более простые некогерентные накопители (НН) выходных сигналов КП. Анализ связанных с этим потерь уделено большое внимание в литературе [1, 4 – 9 и др.], где показано, в частности, что их уровень тем выше, чем больше интервал (пространственный, временной, пространственно-временной) некогерентного накопления.

Однако, как в упомянутых, так и в целом ряде других работ, потери НН рассчитаны для неадаптивных обнаружителей, в которых параметры тракта приема, в том числе и КП, фиксированы. В адаптивных обнаружителях параметры КП формируются по обучающим выборкам конечного объе-

ма и поэтому случайны. Эта случайность по-разному влияет на эффективность КН и НН и, как показано ниже, при определенных условиях может изменить устоявшиеся представления об их сравнительных достоинствах.

Статья организована следующим образом. В п.1 формулируются решаемая задача и используемые допущения. В п.2 сравниваются показатели оптимального (с КН) и неоптимального (с НН) обнаружителей когерентного сигнала при фиксированных параметрах КП. В п.3 сопоставляются адаптивные обнаружители с когерентным и некогерентным накоплением выходных сигналов КП со случайными параметрами.

1. Формулировка задачи. Решаемая задача заключается в сравнении четырех пороговых обнаружителей, отличающихся видом используемых предпороговых статистик, по значению вероятности правильного обнаружения (ВПО)

$$D = \int_{x_0}^{\infty} p_{\xi_1}(x) dx \quad (1)$$

при зафиксированной за счет выбора соответствующего порога x_0 вероятности ложной тревоги (ВЛТ)

$$F = \int_{x_0}^{\infty} p_{\xi_0}(x) dx, \quad (2)$$

где $p_{\xi_\gamma}(x)$ – плотность распределения сравниваемых статистик $\xi_\gamma = \xi(\mathbf{u}_\gamma)$ при отсутствии ($\gamma = 0$) и наличии ($\gamma = 1$) полезного (ожидаемого) сигнала $\mathbf{x}_s = \{x_{sj}\}_{j=1}^M$ в аддитивной смеси

$$\mathbf{u}_\gamma = \{u_{\gamma i}\}_{i=1}^M = \mathbf{y} + \gamma \cdot \mathbf{x}_s, \quad \gamma = 0,1, \quad (3)$$

с помехой $\mathbf{y} = \{y_i\}_{i=1}^M$.

Слагаемые в (3) полагаются взаимно независимыми комплексными нормальными M -мерными векторами:

$$\mathbf{y} \sim \text{CN}(0, \mathbf{\Phi}); \quad (4) \quad \mathbf{x}_s = \beta \cdot \mathbf{x}; \quad \beta \sim \text{CN}(0, \sigma_s^2), \quad (5)$$

с нулевыми средними значениями ($\bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{x}}_s = 0$) и $M \times M$ корреляционными матрицами (КМ)

$$\mathbf{\Phi} = \overline{\mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^*}, \quad \text{rang } \mathbf{\Phi} = M; \quad \mathbf{\Phi}_s = \overline{\mathbf{x}_s \cdot \mathbf{x}_s^*} = \sigma_s^2 \cdot \overline{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}^*}, \quad \text{rang } \mathbf{\Phi}_s = 1, \quad (6)$$

где $\mathbf{x} = \{x_i\}_{i=1}^M = \mathbf{x}(\alpha), \quad \mathbf{x}^* \cdot \mathbf{x} \leq M$ –

опорный (неслучайный) M -мерный вектор ожидаемого сигнала (5) мощностью σ_s^2 , черта сверху и (*) – символы статистического усреднения и эрмитового сопряжения соответственно.

В условиях (4) – (7) вектор (3) анализируемой смеси

$$\mathbf{u}_\gamma \sim \text{CN}(0, \Phi_{\mathbf{u}}) \quad (8)$$

имеет нулевое среднее значение и КМ

$$\Phi_{\mathbf{u}} = \begin{cases} \Phi, & \gamma = 0; \\ \Phi + \sigma_s^2 \mathbf{x}\mathbf{x}^*, & \gamma = 1. \end{cases} \quad (9)$$

Анализируемые предпороговые статистики равны:

$$\xi_\gamma = |\eta_\gamma|^2, \quad \eta_\gamma = \mathbf{t}_\gamma^* \cdot \mathbf{x}, \quad \mathbf{t}_\gamma = \Psi \cdot \mathbf{u}_\gamma; \quad (10)$$

$$\xi_\gamma = \mathbf{p}_\gamma^* \cdot \mathbf{p}_\gamma, \quad \mathbf{p}_\gamma = \{\mathbf{p}_{\gamma i}\}_{i=1}^M = \mathbf{H} \cdot \mathbf{u}_\gamma; \quad (11) \quad \mathbf{H}^* \mathbf{H} = \Psi = \Phi^{-1}; \quad (12)$$

$$\xi_\gamma = |\hat{\eta}_\gamma|^2, \quad \hat{\eta}_\gamma = \hat{\mathbf{t}}_\gamma^* \cdot \mathbf{x}, \quad \hat{\mathbf{t}}_\gamma = \hat{\Psi} \cdot \mathbf{u}_\gamma; \quad (13)$$

$$\xi_\gamma = \hat{\mathbf{p}}_\gamma^* \cdot \hat{\mathbf{p}}_\gamma, \quad \hat{\mathbf{p}}_\gamma = \{\hat{\mathbf{p}}_{\gamma i}\}_{i=1}^M = \hat{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{u}_\gamma; \quad (14) \quad \hat{\mathbf{H}}^* \hat{\mathbf{H}} = \hat{\Psi} = \hat{\Phi}^{-1}. \quad (15)$$

В рассматриваемых условиях (4) – (9) *первая* из них (10) соответствует оптимальному обнаружителю, в котором с порогом сравнивается квадрат модуля когерентной суммы η_γ элементов вектора $\mathbf{t}_\gamma = \{\mathbf{t}_{\gamma i}\}_{i=1}^M$ выходных сигналов обрабатывающего фильтра (с $M \times M$ матричной импульсной характеристикой (МИХ), равной матрице Ψ (12) [3, с. 716]). *Вторая* статистика (11) формируется НН (суммированием квадратов модулей) элементов вектора $\mathbf{p}_\gamma = \{\mathbf{p}_{\gamma i}\}_{i=1}^M$ выходных сигналов обесцвечивающего фильтра (с $M \times M$ МИХ \mathbf{H} -"корнем" матрицы Ψ в представлении (12) [3, с. 714]).

Статистики (13) – (14) представляют собой "*адаптивные аналоги*" статистик (10) – (11), в которых (априори неизвестная) КМ помехи Φ заменена ее максимально правдоподобной (МП) оценкой

$$\hat{\Phi} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} = \mathbf{V}\mathbf{V}^* = \sum_{i=1}^K \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i^*, \quad (16)$$

где $\mathbf{V} = \{\mathbf{v}_i\}_{i=1}^K$ – K -мерная обучающая выборка (пакет) взаимно независимых M -мерных векторов

$$\mathbf{v}_i \sim \text{CN}(0, \Phi), \quad i \in \overline{1, K}, \quad (17)$$

статистически эквивалентных вектору помехи \mathbf{u} (4), но не коррелированных с ним, с полезным сигналом (5) и с их смесью (3):

$$\overline{\mathbf{v}_i \mathbf{u}_\gamma^*} = 0, \quad i \in \overline{1, K}; \quad \gamma = 0, 1. \quad (18)$$

Определяющая МП оценку (16) случайная матрица \mathbf{A} в этих условиях имеет комплексное распределение *Уишарта* с плотностью [10]:

$$p(\mathbf{A}) = C|\mathbf{A}|^\delta \exp\{-\text{tr}\Psi \cdot \mathbf{A}\}, \quad \delta \geq 0, \quad (19)$$

где C – нормирующая константа; $\delta = K - M \geq 0$ – "эффективный" объем обучающей выборки, $\text{tr} \mathbf{B}$ и $|\mathbf{B}|$ след и детерминант матрицы \mathbf{B} .

Ниже для сформулированных условий (4) – (9), (16) – (19) определяются плотности распределения $p_{\xi_\gamma}(x)$ статистик (10) – (11), (13) – (14) и вытекающие из них характеристики (1), (2) соответствующих обнаружителей.

2. Сравнение потенциальных возможностей обнаружителей с КН и НН. Начнем с хорошо известной и наиболее простой статистики (10) оптимального обнаружителя. В силу (6) – (9), (12):

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_\gamma &\sim \text{CN}(0, \Phi_{\mathbf{t}}); & \Phi_{\mathbf{t}} &= \Psi \Phi_{\mathbf{u}} \Psi; & \eta_\gamma &\sim \text{CN}(0, \bar{\xi}_\gamma); \\ \bar{\xi}_\gamma &= \mathbf{x}^* \Phi_{\mathbf{t}} \mathbf{x} = \begin{cases} \bar{\xi}_0 = \mathbf{x}^* \Psi \mathbf{x}, & \gamma = 0; \\ \bar{\xi}_1 = \bar{\xi}_0 (1 + \sigma_s^2 \bar{\xi}_0), & \gamma = 1, \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

т.е. статистика (10) имеет экспоненциальное распределение [11]

$$p_{\xi_\gamma}(x) = \frac{1}{\bar{\xi}_\gamma} \exp\{-x/\bar{\xi}_\gamma\} \quad (21)$$

со средним значением $\bar{\xi}_\gamma$ (20). Поэтому [1 – 3]:

$$F = \exp\left\{\frac{-x_0}{\bar{\xi}_0}\right\}; \quad D = \exp\left\{\frac{-x_0}{\bar{\xi}_1}\right\} = F^{1+\mu}, \quad (22)$$

так что при фиксированной ВЛГ F ВПО D полностью определяется величиной

$$\mu = \left(\frac{\bar{\xi}_1 - \bar{\xi}_0}{\bar{\xi}_0} \right) / \bar{\xi}_0 = \sigma_s^2 \mathbf{x}^* \Psi \mathbf{x} = \sigma_s^2 \bar{\xi}_0, \quad (23)$$

имеющей очевидный смысл энергетического отношения сигнал / (помеха + шум) (ОСПШ) на выходе КН.

В обычно рассматриваемой ситуации равенства мощностей собственных шумов σ_n^2 и внешних помех σ_{in}^2 во всех M каналах приема, когда для КМ Φ справедливо следующее представление:

$\Phi = \sigma_n^2 \cdot \mathbf{I}_M + \sigma_{in}^2 \cdot \Phi_{in} = \sigma_n^2 \cdot \Phi_N$; $\Phi_N = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \Phi_{in}$, $\eta = \sigma_{in}^2 / \sigma_n^2$, $\Phi_N^{-1} = \Psi_N$, где \mathbf{I}_M – единичная $M \times M$ матрица, ОСПШ (23) можно записать в виде

$$\mu = M \cdot h \cdot \chi; \quad (24) \quad h = \sigma_s^2 / \sigma_n^2 \quad \text{и} \quad \chi = \mathbf{x}^* \Psi_N \mathbf{x} / M \leq 1 \quad (25)$$

отношение сигнал/шум (ОСШ) в канале приема и коэффициент использования энергии полезного сигнала [2, 3]. Последний при $\mathbf{x}^* \cdot \mathbf{x} = M$ равен единице в отсутствие внешней помехи ($\eta = 0$, $\Phi_N = \Psi_N = \mathbf{I}_M$) и меньше единицы в противном случае.

Перейдем к обнаружителю с НН выходных сигналов *облеяющего* фильтра. Как следует из (8), (9), (11), формируемый им вектор

$$\mathbf{p}_\gamma \sim \text{CN}(0, \Phi_p) \quad (26)$$

имеет нулевое среднее значение и КМ

$$\Phi_p = \mathbf{H} \Phi_u \mathbf{H}^* = \begin{cases} \mathbf{I}_M, & \gamma = 0; \\ \mathbf{I}_M + \sigma_s^2 \mathbf{H} \mathbf{x} \mathbf{x}^* \mathbf{H}^*, & \gamma = 1. \end{cases} \quad (27)$$

Используя известное [2, 3] представление:

$$\mathbf{p}_\gamma = \mathbf{G} \boldsymbol{\Lambda}^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}; \quad \mathbf{G} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{G}^* = \Phi_p; \quad (28) \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_i\}_{i=1}^M \sim \text{CN}(0, \mathbf{I}_M); \quad (29)$$

$$\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_i\}_{i=1}^M; \quad \mathbf{G} \mathbf{G}^* = \mathbf{G}^* \mathbf{G} = \mathbf{I}_M \quad (30)$$

вектора \mathbf{p}_γ (26) через собственные числа (с.ч.) $\lambda_i > 0$ и унитарную (30) матрицу $\mathbf{G} = \{\mathbf{g}_i\}_{i=1}^M$ собственных векторов его КМ Φ_p (27), статистику (10) можно представить в виде

$$\xi_\gamma = \boldsymbol{\varepsilon}^* \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\varepsilon} = \sum_{i=1}^M \lambda_i |\varepsilon_i|^2, \quad \gamma = 0, 1. \quad (31)$$

При $\gamma = 0$, как следует из (27), $\boldsymbol{\Lambda} = \mathbf{I}_M$, поэтому

$$\xi_0 = \boldsymbol{\varepsilon}^* \boldsymbol{\varepsilon} = \sum_{i=1}^M |\varepsilon_i|^2. \quad (32)$$

Для условий (29) такая сумма [11] имеет распределение Эрланга

$$p_{\xi_0}(x) = x^{M-1} \exp\{-x\} / (M-1)! \quad (33)$$

и, значит, фиксирующий ВЛТ F порог x_0 является корнем уравнения:

$$F = \varphi(M, x_0); \quad (34) \quad \varphi(m, x) = e^{-x} \sum_{i=0}^{m-1} \frac{x^i}{i!}. \quad (35)$$

При $\gamma = 1$ $\lambda_i = 1 + \ell_i$, где ℓ_i ($i \in 1, M$) – с.ч. матрицы $\mathbf{S} = \sigma_s^2 \mathbf{H} \mathbf{x} \mathbf{x}^* \mathbf{H}^*$. Ранг этой матрицы равен 1 и, следовательно, $\ell_i = 0$ для всех $i \in 1, M-1$.

Единственное ненулевое с.ч. ℓ_M в этом случае совпадает с ее следом $\text{tr} \mathbf{S} = \sigma_s^2 \mathbf{x}^* \mathbf{H}^* \mathbf{H} \mathbf{x} = \mu$. Поэтому

$$\lambda_i = 1, \quad i \in \overline{1, M-1}; \quad \lambda_M = 1 + \mu, \quad (36)$$

в связи с чем статистика (31) при $\gamma = 1$ может быть представлена в виде

$$\xi_1 = a + b; \quad a = \sum_{i=1}^{M-1} |\varepsilon_i|^2; \quad b = (1 + \mu) |\varepsilon_M|^2 \quad (37)$$

двух независимых слагаемых a и b с плотностями:

$$p_a(x) = \frac{x^{M-2} e^{-x}}{(M-2)!}; \quad p_b(x) = \frac{e^{-x/(1+\mu)}}{(1+\mu)}. \quad (38)$$

Нетрудно показать, что плотность суммы (37) в этом случае равна

$$p_{\xi_1}(x) = \lambda_M^{-1} b_M^{M-1} \exp\left\{\frac{-x}{\lambda_M}\right\} \left[1 - \varphi\left(M-1, \frac{x}{b_M}\right)\right], \quad b_M = 1 + \mu^{-1}. \quad (39)$$

Интегрируя ее по (1), получим ВПО

$$D = b_M^{M-1} \left(\exp\left\{\frac{-x_0}{\lambda_M}\right\} - \lambda_M^{-1} \sum_{m=0}^{M-2} b_M^{-m} \varphi(m+1, x_0) \right) \quad (40)$$

для обнаружителя с НН сигналов обеляющего фильтра.

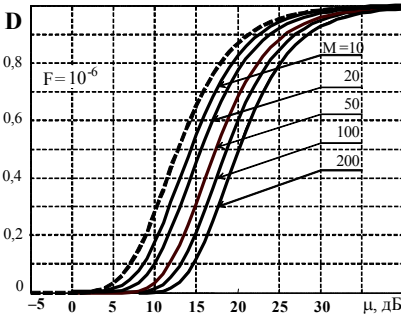


Рис. 1. Кривые обнаружения

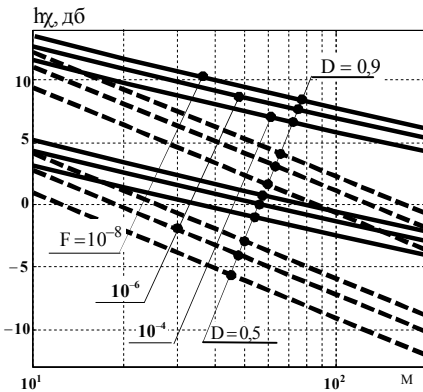


Рис. 2. Анализ пороговых значений

$D = 0,9$ при $F = 10^{-4}, 10^{-6}, 10^{-8}$. Потери последней в пороговом ОСШ h (в дБ) здесь определяются разностью ординат соответствующих сплош-

На рис. 1 для ВЛТ $F = 10^{-6}$ показано семейство кривых обнаружения $D(\mu)$ (40) при различных значениях числа M каналов обработки. Штриховая кривая здесь соответствует ВПО оптимального обнаружителя (10), рассчитанной по (22). В произвольной точке $\mu = \mu_0$ разность ординаты штриховой кривой с ординатами сплошных кривых характеризует выигрыш оптимальной обработки в ВПО D в этой точке. Разность абсцисс тех же кривых в точке $D = D_0$ характеризует ее выигрыш (в дБ) в пороговом ОСПШ μ (19) в этой точке. Более наглядно он виден на рис. 2, где показаны зависимости от M пороговых значений произведения $h \cdot \chi = \mu/M$ (24) оптимальной (штриховые кривые) и неоптимальной (сплошные кривые) обработки для $D = 0,5$ и

ных и штриховых кривых, увеличивающейся с ростом M . Так, при $F = 10^{-6}$ и $D = 0,9$ они составляют ≈ 2 дБ при $M = 10$ и ≈ 7 дБ при $M = 200$.

Следует, однако, подчеркнуть, что вытекающие из этих рисунков выводы о преимуществах когерентной обработки по сравнению с некогерентной справедливы только в рассмотренной гипотетической ситуации точного знания КМ помехи, позволяющего точно формировать оптимальную статистику (10). При замене априори неизвестной КМ той или иной ее (приближенной) оценкой соотношение между ними может измениться на противоположное, сделав некогерентную обработку предпочтительней не только из-за существенно большей простоты, но и из-за более высокой эффективности. Ниже этот важный для практики вывод, не отраженный в известной авторам литературе, иллюстрируется на примере адаптивных обнаружителей (13) – (14) на основе МП оценок КМ (16) – (19).

3. Сравнительная эффективность адаптивных обнаружителей с КН и НН. Используемые в данном разделе плотности распределения $p_{\xi_\gamma}(x)$ адаптивных статистик (13) – (14), определяющие их статистические характеристики (1), (2) в условиях (16) – (19), получены в [12]. Вывод этих плотностей достаточно громоздок и поэтому здесь не приводится.

Для статистики (13)

$$p_{\xi_\gamma}(x) = (K^2 \cdot \bar{\xi}_0)^{-1} \cdot p_{r_\gamma}(x / K^2 \bar{\xi}_0),$$

где $p_{r_\gamma}(x)$ – плотность распределения нормированной случайной величины

$$r_\gamma = \xi_\gamma / (K^2 \cdot \bar{\xi}_0), \quad (41)$$

равная

$$p_{r_\gamma}(x) = \begin{cases} \bar{v} \cdot \varphi(\delta) {}_3F_1(a, b, c; d; -4x), & \gamma = 0; \\ \varphi(\delta) \int_0^1 f(y) {}_2F_0\left(c, b; -\frac{4xy}{1+\mu y}\right) dy, & \gamma = 1, \end{cases} \quad (42)$$

где $F_0(c, b; z)$ – соответствующие гипергеометрические функции [13];

$$a = \delta + 3; \quad b = a / 2; \quad c = (a + 1) / 2; \quad d = K + 2;$$

$$\varphi(\delta) = (\delta + 1)(\delta + 2); \quad f(y) = \text{yp}_v(y) / (1 + \mu y),$$

$$\bar{v} = (K - M + 2) / (K + 1) = (\delta + 2) / (K + 1) - \quad (43)$$

среднее значение нормированного к максимуму (23) оценочного (случайного) ОСПШ

$$v = \hat{\mu} / \mu \leq 1 \quad (44)$$

на выходе адаптивного обнаружителя (13), (16) с плотностью [10]:

$$p_v(y) = y^{\delta+1}(1-y)^{M-2} / B(\delta+2, M-1); \quad B(n+1, m+1) = n!m! / (n+m+1)! \quad (45)$$

Порог x_0 , фиксирующий на заданном уровне ВЛТ $F(2)$, равен [12]

$$x_0 = K^2 \cdot \bar{\xi}_0 \cdot x_1, \quad \text{где } x_1 - \text{корень уравнения}$$

$$F = {}_3F_1(\delta+2, (\delta+1)/2, (\delta+2)/2; K+1; -4x_1) \quad (46)$$

ВПО в условиях (34) определяется интегралом

$$D = \int_0^1 p_v(y) {}_2F_0\left(\frac{\delta+2}{2}, \frac{\delta+1}{2}; -\frac{4x_1 y}{1+\mu y}\right) dy, \quad (47)$$

в общем случае не выражающимся ни через элементарные, ни через известные специальные функции.

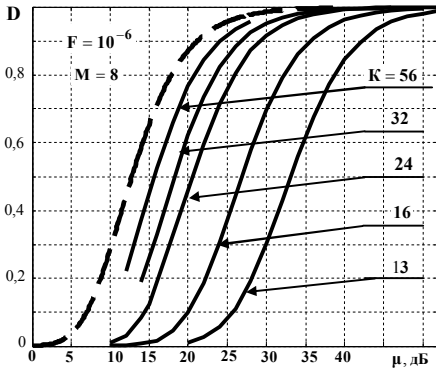


Рис. 3. Зависимость D от μ

"статистическое" быстродействие [12] адаптивной обработки (13), (16). Оно может существенно отличаться от введенного в [10] и повсеместно используемого "энергетического" быстродействия, связывающего с этим объемом среднее значение энергетических потерь (44).

Как следует из (43), уже при $K = K_e = 2M - 3$ средние энергетические потери составляют 3дБ ($\bar{v} = 1/2$) и поэтому для их компенсации достаточно удвоить ОСШ h (25). На этом основании выборку такого объема часто считают практически достаточной для адаптивного обнаружителя (13), (16).

Однако такая выборка может привести к недопустимо большим потерям в его статистических характеристиках обнаружения, которые не компенсируются при удвоении ОСШ. Так, в условиях рис. 3 ($M = 8$) при $K = K_e = 13$ он практически неработоспособен ($D = D_a \leq 0,02$) вплоть до значения $\mu \approx 21$ дБ, при котором оптимальная обработка обеспечивает ВПО $D = D_0 = 0,9$. Удвоение ОСШ h , при котором среднее значение его

На рис. 3 в качестве примера приведено семейство зависимостей $D = D(\mu)$ (46), (47) для $F = 10^{-6}$, $M = 8$ и различных значений объема обучающей выборки K в МП оценке КМ (16). Штриховая кривая здесь, как и на рис. 1, соответствует оптимальному обнаружителю (10).

Кривые этого семейства связывают с объемом выборки вероятностные характеристики обнаружения и тем самым определяют

выходного ОСПШ также равно 21дБ, увеличивает ВПО только до $D = D_a \leq 0,05$, т.е. оставляет его по-прежнему неработоспособным. Чтобы довести значение ВПО до $D = D_a = 0,9$, в этом случае требуется ОСПШ $\mu \approx 42$ дБ, т.е. увеличение ОСШ не на 3, а на 21 дБ. Чтобы требования к дополнительному росту порогового ОСШ h не превысили 3 дБ, в условиях рис. 3 необходима обучающая выборка существенно большего объема $K = K_s \approx 56 = 7M$.

Причина разницы "статистического" и "энергетического" быстродействия (неравенства $K_s > K_e$) достаточно очевидна. Она обусловлена различием законов распределения (21) и (42) предпороговых статистик (10) и (13), (16) оптимального и адаптивного обнаружителей, в силу которого из равенства их энергетических характеристик отнюдь не следует равенство и их статистических характеристик. Это относится и к обнаружителю (14), (16) с некогерентным накоплением выходных сигналов адаптивного обесляющего фильтра, к анализу которого мы теперь переходим.

Для статистики ξ_γ (14) в условиях (16) – (19)

$$p_{\xi_\gamma}(x) = K^{-1} p_{\tau_\gamma}(x/K),$$

где $p_{\tau_\gamma}(x)$ – плотность распределения случайной величины

$$\tau_\gamma = \xi_\gamma / K, \quad (48)$$

равная [12]:

$$p_{\tau_\gamma}(x) = \begin{cases} B^{-1}(M, \delta + 1) x^{M-1} / (1+x)^{K+1}, & \gamma = 0; \\ f(x) {}_2F_1(M-1, K+1; M; -z), & \gamma = 1; \end{cases} \quad (49)$$

$$f(x) = \frac{(1+\mu)^K}{B(M, \delta + 1)} \frac{x^{M-1}}{(1+\mu+x)^{K+1}}; \quad z = \mu x / (1+\mu+x).$$

Порог, фиксирующий ВЛТ F , $-x_0 = K \cdot x_1$, где x_1 – корень уравнения

$$F = B^{-1}(M, \delta + 1) \int_0^{1/(1+x_1)} y^\delta (1-y)^{M-1} dy. \quad (50)$$

ВПО в условиях (41) определяется интегралом

$$D = (B(M, \delta + 1)(1+\mu))^{-1} J;$$

$$J = \int_0^{1/(1+x_1)} y^\delta (1-y)^{M-1} {}_2F_1(1, K+1; M; z(y)) dy; \quad (51)$$

$$z(y) = (1-y)\mu / (1+\mu),$$

в общем случае, как и (39), не выражающимся ни через элементарные, ни через известные специальные функции.

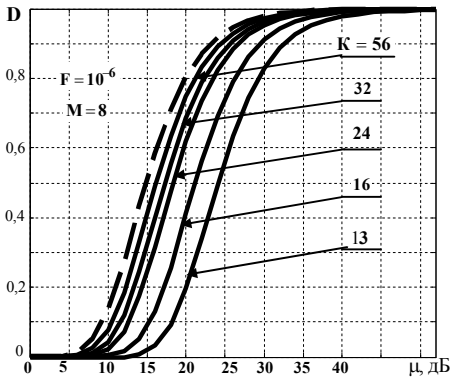


Рис. 4. Зависимость D от μ для обнаружителя с НН

при $K = K_e = 13$ ВПО $D = D_a = 0,9$ им обеспечивается уже при ОСПШ $\mu \approx 32$ дБ, т.е. при меньшем на 10дБ ОСШ h . Двукратный (на 3дБ) рост h компенсирует потери адаптивной обработки уже при $K = K_s \approx 28 = 3,5 \cdot M$, что вдвое меньше, чем при КН.

Сравнительная эффективность адаптивных обнаружителей с НН и КН

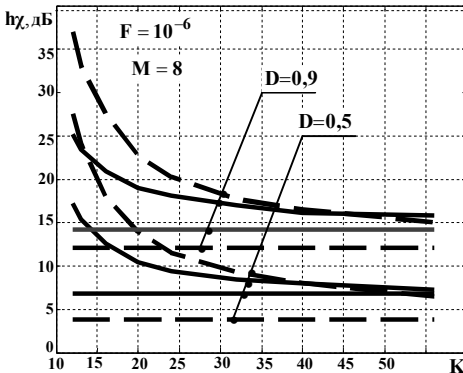


Рис. 5. Сравнение адаптивных обнаружителей

в рассматриваемых условиях наглядно иллюстрируется рис. 5. Здесь для $F = 10^{-6}$, $D = 0,5$ и $D = 0,9$ показаны пороговые значения произведения $h \cdot \chi$ для обработки (13) с КН (штриховые кривые) и (14) с НН (сплошные кривые) при различных объемах выборки K . Горизонтальными прямыми показаны потенциальные возможности соответствующих обнаружителей.

На рис. 4 приведено семейство характеристик $D = D(\mu)$ (50), (51) рассматриваемого адаптивного обнаружителя с НН в тех же условиях ($F = 10^{-6}$, $M = 8$), что и на рис. 3. Штриховая кривая здесь рассчитана по (32) и соответствует его потенциальным возможностям в этих условиях.

Из сравнения рис. 3 и 4 видно, что обнаружитель с НН (10b) обладает существенно более высоким "статистическим" быстродействием, чем с КН (10a). Так,

Видно, что в рассматриваемых условиях при любых $K \leq 45 \approx 5,5 \cdot M$ обнаружитель с НН более эффективен и выигрыш в пороговом ОСШ h тем выше, чем меньше объем выборки K . В частности, при $K = K_e = 13$ он достигает ≈ 9 дБ.

Формальная причина различий связана с различием законов распределения (42) и (15) предпороговых статистик (13) и (14). Физически преимущества последней статистики порождены ошибками оценочной КМ помехи (16) из-за конечности объема обучающей выборки. Эти ошибки изменяют векторы $\hat{\mathbf{t}}_\gamma$ и $\hat{\mathbf{p}}_\gamma$ по сравнению с "идеальными" векторами \mathbf{t}_γ и \mathbf{p}_γ как по длине, так и по направлению. Статистика (13) "чувствует" оба эти изменения, тогда как статистика (14) зависит только от длины вектора $\hat{\mathbf{p}}_\gamma$ и не "реагирует" на его направление. Именно большая "робастность" статистики (14) обеспечивает более высокое статистическое быстродействие и, как следствие, более высокую эффективность адаптивного обнаружителя с НН при малых объемах обучающей выборки.

Заключение. Сопоставлена эффективность двух разновидностей обнаружителей гауссовых когерентных сигналов на фоне гауссовых коррелированных помех – с когерентным (КН) и некогерентным (НН) накоплением выходных сигналов адаптивного компенсатора помех. Показано, что при максимально правдоподобной оценке параметров адаптивного компенсатора обнаружитель с НН имеет примерно вдвое более высокое *статистическое* быстродействие и поэтому при малом объеме обучающей выборки помехи обеспечивает выигрыш в характеристиках обнаружения. В связи с этим устоявшееся представление о "потерях" при некогерентном накоплении когерентного сигнала справедливо только для обучающих выборок "большого" ($K \geq (5-7)M$) объема. Для многих практических ситуаций, в которых выборки такого объема недоступны (из-за нестационарности помех, ограниченной производительности вычислительных средств и т.п.), переход к НН не только упрощает обработку, но может и повысить ее эффективность. В этом случае облегчается также решение важной задачи стабилизации уровня ложных тревог (подробному обоснованию этого утверждения планируется посвятить специальную публикацию).

Отметим в заключение, что основанный на (43) – (45) общеупотребительный *энергетический* критерий быстродействия адаптивной обработки, впервые введенный в [10], предъявляет заниженные требования к объему обучающей выборки, при котором могут оказаться недопустимо большими потери в *статистических* показателях обнаружения. Обоснованные требования к этому объему позволяют задать введенный в [12] и использованный здесь статистический критерий быстродействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бакут П.А, Большаков И.А. Вопросы статистической теории радиолокации. Т. 1 / Под ред. Г.П. Тартаковского. – М.: Сов. радио, 1963. – 424 с.
2. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.
3. Радиозлектронные системы: основы построения и теория. Справочник / Под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: ЗАО «МАКВИС», 1998. – 828 с.
4. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. Т. 2. – М.: Сов. радио, 1962. – 480 с.
5. Вайнштейн Л.А., Зубаков В.Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. – М.: Сов. радио, 1960. – 448 с.
6. Okhrimenko A.E., Tosev I.T. The analysis of the Detection Characteristics of Interperiod Processing Systems // Радиотехника и электроника. – 1971. – Т. 16, № 1. – С. 67.
7. Proskurin V.I. Probability distribution for the square functional of Gaussian random process // Радиотехника и электроника. – 1985. – Т. 30, № 7. – С. 1335 – 1340.
8. Fedinin V.V. Efficiency evaluation peculiarities of MTI systems with noncoherent pulse storage // Радиотехника и электроника. – 1981. – Т. 26, № 5. – С. 955 – 961.
9. Киселев А.З. Теория радиолокационного обнаружения на основе использования векторов рассеяния целей. – М.: Радио и связь, 2002. – 272 с.
10. Reed I.S., Mallett J.D., Brennan L.E. Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. – Nov. 1974. – Vol. AES-10, No. 6. – P. 853.
11. Hastings N.A.J., Peacock J.B. Statistical Distributions. A Handbook for students and practitioners. – London, Butterworths, 1975. – 224 p.
12. Леховицкий Д.И., Флексер П.М., Полишко С.В. Быстродействие адаптивных обнаружителей при МП оценивании параметров гауссовых помех // 10-я Межд. конференция «Теория и техника приема, обработки и передачи информации». – Туапсе. Россия. – Сент. 2004. – С. 50 – 52.
13. Handbook of mathematical functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables / Edited by M. Abramowitz and I. Stegun; National Bureau of standards, Applied mathematics series. Issued June, 1964. – 55. – 160 p.

Поступила 15.11.2004

ЛЕХОВИЦКИЙ Давид Исаакович, доктор техн. наук, профессор ХНТУРЭ. Область научных исследований – адаптивная пространственно-временная обработка сигналов в информационных системах различного назначения.

ФЛЕКСЕР Паулина Моньевна, науч. сотрудник ХНТУРЭ. Область научных исследований – статистический анализ сигналов в радиотехнических системах.

ПОЛИШКО Сергей Владимирович, адъюнкт ХУ ВС. Область научных исследований – адаптивная пространственно-временная обработка сигналов на фоне помех в радиотехнических системах.
