УДК 621.396.62

ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТЫ ИМПУЛЬСОВ В АКУСТООПТИЧЕСКОМ АНАЛИЗАТОРЕ СПЕКТРА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СВЕРХРЭЛЕЕВСКОГО РАЗРЕШЕНИЯ

д.т.н., проф. А.И. Стрелков, В.В. Марченко, к.т.н. Г.Г. Писаренок

Проанализирована возможность использования сверхрэлеевского разрешения по частоте двух радиоимпульсов большой длительности при условии наличия помеховой компоненты. Проведена оценка потенциальной точности определения частоты сигналов.

Постановка проблемы. Для успешного решения задачи электромагнитной совместимости большого числа существующих в настоящее время разнообразных комплексов связи, радионавигации и радиолокации необходимо максимально точно, в реальном в масштабе времени, определять параметры источников радиоизлучения. Для оперативного распознавания и определения параметров радиосигналов все чаще используются методы обработки, использующие акустооптическое взаимодействие. Это обусловлено следующими специфическими возможностями таких методов: параллельностью, высокой скоростью, частотой обработки оптических сигналов и т.д. [1].

Вышеперечисленные возможности реализованы в акустооптических анализаторах спектра (АОАС), отличающихся простотой конструкции и параллельной обработкой сигналов в широкой полосе частот и практически в реальном масштабе времени [2]. Достоинства использования АОАС для решения задач спектрального анализа и расширения полосы одновременно анализируемых частот обуславливают необходимость более глубокого анализа разрешающей способности этих приборов.

Анализ литературы. В большинстве работ, посвященных исследованию разрешающей способности акустооптических анализаторов спектра, эти исследования проводятся с использованием критерия Релея [3]. В последнее время в работах, посвященных проблеме повышения разрешающей способности акустооптических анализаторов спектра [4, 5] применяются и другие физические принципы. Так в [5] предложена методика повышения разрешающей способности акустооптических анализаторов спектра с учетом нелинейного характера акустооптического взаимодействия.

Очень часто частоты измеряемых в АОАС радиоимпульсов настолько близки, что различить их как с помощью критерия Рэлея, так и других методов не представляется возможным. Но в импульсной радиолокации существует метод, сверхрэлеевского разрешения узкополосных импульсов по времени их прихода. Основой этого метода является бесшумовая идеализация сигнальной смеси и ее аналитическое представление полиномом, степень которого равна числу источников сигнала, а корни однозначно связаны с их параметрами [6]. Наиболее близкой по этой теме является работа [7], в которой при бесшумовой идеализации сигнальной смеси проведен анализ потенциальной точности оценивания частот двух одновременно пришедших радиоимпульсов при использовании метода сверхрэлеевского разрешения в акустооптических анализаторах спектра.

Целью данной статьи является анализ потенциальной точности оценивания частот двух одновременно пришедших радиоимпульсов при использовании метода сверхрэлеевского разрешения в акустооптических анализаторах спектра при наличии помеховой компоненты.

Основные соотношения и формулировки. Как хорошо известно, в большинстве существующих в настоящее время АОАС осуществляется последовательное считывание сигнала с линейки фоточувствительных элементов. Таким образом, можно считать, что имеется вектор, содержащий N значений в точках $x_1, \ldots, x_N$ случайной величины, распределенной по закону Пуассона: $\mathbf{n} = \{n_1, n_2, \ldots, n_N\}^T$, где T – знак транспонирования. Каждый элемент вектора измерений характеризуется математическим ожиданием $M(n_i)$ и дисперсией $D(n_i)$, причем

$$M(n_i) = D(n_i) = b_i, \quad i = 1, 2, \ldots, N.$$

Известно [7], что b_i являются функциями от параметров a, x_i, Δ:

$$b_i = b_0\left(\frac{\sin\ a(x_i + \Delta/2)}{a(x_i + \Delta/2)}\right)^2 + b_0\left(\frac{\sin\ a(x_i - \Delta/2)}{a(x_i - \Delta/2)}\right)^2, \tag{1}$$

где a – параметр, характеризующий дифракционные свойства анализатора спектра, а неизвестным является параметр Δ, характеризующий расстройку по частоте двух анализируемых импульсов.

На рис. 1 показан возможный вид среднего значения вектора **n**, определяемого зависимостью (1) при $a = 1$; $\Delta = 0{,}8$; $b_0 = 10$.

Однако реально измерительный процесс сопровождается действием на средства измерения (приемник) помех различной природы. Действие помех вызывает появление дополнительного сигнала, который называют погрешностью выходного сигнала [8].

Выразим результат i-го измерения как

$$y_i = n_i + z_i,$$

где n_i – измеряемая случайная величина, имеющая пуассоновское распределение

$$P(b_i, n_i) = \frac{e^{-b_i} b_i^{n_i}}{n_i!};$$

$z_i = y_i - n_i$ – погрешность измерения случайной величины n_i заданным средством измерения с плотностью вероятности f(z).

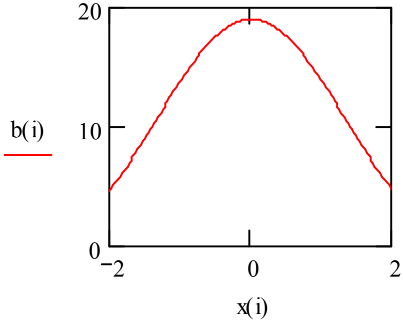

Рис. 1. Среднее значение вектора n при a = 1; Δ = 0,8; b_0 = 10

При $b_i > 10$ пуассоновское распределение может быть аппроксимировано нормальным распределением с математическим ожиданием и дисперсией, равными b_i.

Тогда распределение измеряемой случайной величины n_i будет иметь вид

$$f(n_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi b_i}} \exp\left[-\frac{(n_i - b_i)^2}{2b_i}\right].$$

Примем, что погрешность измерения также подчинена нормальному закону. Тогда с учетом независимости n_i и z_i запишем

$$f(z_i/n_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{zi}} \exp\left[-\frac{z_i^2}{2\sigma_{zi}^2}\right].$$

Плотность вероятности $f(z_i/n_i)$ не зависит от распределения величины n_i и является объективной метрологической характеристикой средства измерения. В выражении для $f(z_i/n_i)$ полагается, что математическое ожидание погрешности измерения равно нулю.

Результат измерения как сумма нормальных величин также имеет нормальное распределение

$$f(y_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{b_i + \sigma_{zi}^2}} \exp\left[-\frac{(y_i - b_i)^2}{2(b_i + \sigma_{zi}^2)}\right].$$

При независимости отсчетов друг от друга совместное распределение вектора измерений $y = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}^T$ будет иметь вид

$$f(y/\Delta)=\prod_{i=1}^{N} f\left(y_i/\Delta\right). \qquad (2)$$

Требуется определить потенциальную точность оценивания параметра Δ, являющегося аргументом функции (1).

Потенциально возможная дисперсия оценки параметра Δ определяется исходя из неравенства Рао-Крамера. Она равна обратной величине ожидаемого значения (т.е. усредненного по реализациям) второй производной логарифма функции распределения (2), взятой с обратным знаком [7]:

$$\sigma_\Delta{}^2=-1/\overline{\partial^2 \ell n f(y/n)/\partial\Delta^2} = -1/\sum_{i=1}^{N}\overline{\partial^2 \ell n f_i(y_i/n_i)/\partial\Delta^2} =$$

$$= 1/\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\left(\dfrac{\partial b_i}{\partial\Delta}\right)^2}{(b_i+\sigma_{zi}^2)}-\frac{\left(\dfrac{\partial b_i}{\partial\Delta}\right)^2}{2(b_i+\sigma_{zi}^2)^2}\right], \qquad (3)$$

где черта над выражением означает знак усреднения по реализациям, а $\partial b_i/\partial\Delta$ – производная от функции (1) по неизвестному параметру, выражение для которой приведено в [7]. Заметим, что выражение для расчета дисперсии не содержит вторых производных от b_i и отличается от случая отсутствия помеховой компоненты наличием дополнительного слагаемого под знаком суммы. На практике истинные значения Δ неизвестны, поэтому их заменяют соответствующими оценками. Однако здесь мы не рассматриваем вопросы получения оценок неизвестного параметра и для целей анализа зависимости потенциальной точности от величины неизвестного параметра будем полагать, что он точно известен.

В [7] показано, что зависимость среднеквадратической ошибки оценивания расстройки по частоте от её величины носит периодический характер. Это естественно, поскольку слагаемыми в (3) являются также периодические функции, однако анализ таких зависимостей крайне затруднен. Поэтому с целью удобства анализа произведем аппроксимацию (1) экспоненциальной функцией

$$b_i\approx b_0\exp\left(-\kappa a\left(x_i+\Delta/2\right)^2\right)+b_0\exp\left(-\kappa a\left(x_i-\Delta/2\right)^2\right). \qquad (4)$$

С практической точки зрения это означает пренебрежение влиянием боковых лепестков функции (1). Выражения для производных $\partial b_i/\partial\Delta$ значительно упрощаются и имеют следующий вид:

$$\partial b_i / \partial\Delta = -b_0(\kappa a)^2 (x_i + \Delta/2)\exp\left(-\kappa a\left(x_i + \Delta/2\right)\right)^2 +$$
$$+ b_0(\kappa a)^2 (x_i - \Delta/2)\exp\left(-\kappa a\left(x_i - \Delta/2\right)\right)^2.$$

На рис. 2 показан возможный вид аппроксимирующей зависимости (4), полученной при a = 1; Δ = 0,8; b_0 = 10; к = $\pi/10$.

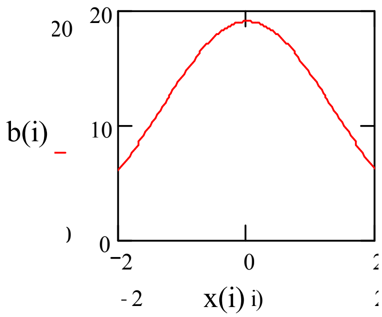

Рис. 2. График аппроксимирующей зависимости

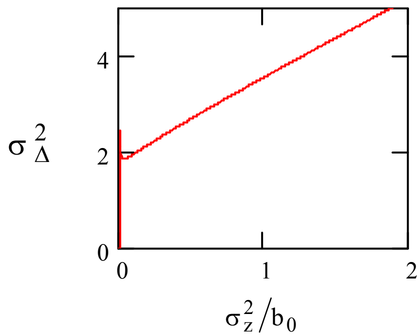

Рис. 3. График зависимости σ^2_Δ от величины σ^2_z / b_0

Сравнение рис. 1 и 2 показывает, что аппроксимация является вполне удовлетворительной для практического анализа. Были произведены расчеты зависимости величины дисперсии оценивания расстройки двух импульсов по частоте σ^2_Δ от величины σ_z^2/b_0. Дискретизация параметра x производилась на интервале [–2π/a, 2π/a], т.е. x_i = – 2π/a + i4π/aN, i = 1, 2, … , N, где N – количество дискрет на выбранном интервале. Результаты расчетов для a = 1; N = 10; b_0 = 10; $\sigma^2_{zi} = \sigma^2_z$ приведены на рис. 3.

При σ^2_z = 0 дисперсия оценивания величины расстройки σ^2_Δ определяется только случайным характером измеряемой функции и совпадает с результатами, полученными в [7]. С увеличением σ^2_z дисперсия σ^2_Δ также увеличивается.

Выводы. Получено выражение для оценки потенциальной точности величины расстройки по частоте двух импульсов при наличии ошибок измерения. Анализ расчетов потенциальной точности показывает, что для практического использования идеи сверхрэлеевского разрешения импульсов по частоте в акустооптических спектроанализаторах необходимо обеспечить требуемые соотношение между дисперсиями измерения и флуктуаций измеряемой величины, а также частоту дискретизации выборки.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Парыгин В.Н., Балаковский В.И. Оптическая обработка информации. – М.: Изд-во МГУ, 1987. – 142 с.*
2. *Парыгин В.Н., Балакший В.И., Волошинов В.Б. Электрооптика, акустооптика и оптическая обработка информации на кафедре физики колебаний МГУ // Радиотехника и электроника. – 2001. – Т. 46, № 7. – С. 775 – 792.*
3. *Белошицкий Л.П., Комаров В.Н., Крекотень Б.Н., Сапожников Б.Т. Акустооптические анализаторы спектра сигналов // Зарубежная радиоэлектроника. – 1981. – № 3. – С. 51 – 70.*
4. *Стрелков А.И., Стадник А.М., Марченко В.В. Частотное разрешение импульсных сигналов в некогерентных акустооптических спектроанализаторах // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 4 (20). – С. 33 – 40.*
5. *Стрелков А.И., Можаев А.А., Марченко В.В. К вопросу о разрешающей способности монохроматических радиосигналов по частоте акустооптических спектроанализаторов // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 6 (22). – 2002. – С. 33 – 40.*
6. *Слюсар В.И. Интерпретация метода Прони для решения дальномерных задач // Радиоэлектроника. – 1998. – № 1. – С. 33 – 38 (Изв. высш. учеб. заведений).*
7. *Стрелков А.И., Барсов В.И., Марченко В.В., Писаренок Г.Г. О возможности использования сверхрэлеевского разрешения для повышения точности определения частоты в акустооптическом анализаторе спектра // Збірник наукових праць ІПМЕ. – К.: ІПМЕ НАН України. – 2003. – Вип. 22. – С. 193 – 197.*
8. *Соболев В.И. Информационно-статистическая теория измерений. – М.: Машиностроение,1983. – 223 с.*

Поступила 6.12.2004

СТРЕЛКОВ Александр Иванович*, доктор техн. наук, профессор, заведующий кафедрой Харьковского университета Воздушных Сил. В 1965 году окончил ВИРТА ПВО. Область научных исследований – квантовая электроника, прикладная оптика, оптико-электронные средства обработки оптических сигналов.*

МАРЧЕНКО Василий Васильевич*, зам. главного инженера СКБ "Топаз" (г. Донецк). В 1985 году окончил Таганрогский радиотехнический институт. Область научных исследований – статистическая обработка оптических сигналов в радиотехнических системах.*

ПИСАРЕНОК Георгий Георгиевич*, канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры Харьковского университета Воздушных Сил. Область научных исследований – квантовая электроника, статистическая обработка радио- и оптических сигналов.*