УДК 519.816 : 519.22

ВИКОРИСТАННЯ РАНГОВОЇ КОРЕЛЯЦІЇ ДЛЯ ОЦІНКИ УЗГОДЖЕНОСТІ ГРУПОВОЇ ЕКСПЕРТИЗИ

к.т.н. А.А. Попеленко, к.т.н. В.В. Бєлімов, к.т.н. І.В. Норинчак
(подав д.ф.-м.н., проф. А.О. Олександрова)

В статті пропонується використовувати рангові коефіцієнти кореляції Спірмена і Кендала для перевірки погодженості експертних даних, представлених у вигляді матриць парних порівнянь.

Вступ. У практиці ми відносно рідко маємо справу з групою експертів однакової майстерності. Як правило, в експертній групі представлені фахівці як високої, так і більш низької кваліфікації, саме як експерти. Усі спроби заздалегідь, поза рамками самої експертизи, встановлювати переваги особи, як члена експертної групи, ще не дали результатів, на які можна було б цілком покластися. Тому без належної перевірки погодженості експертних даних не рекомендується робити осереднення, інакше можна одержати ефект, відомий як «середня температура по госпіталю».

Залишається одна можливість – оцінювати переваги експертної думки за результатами експертного оцінювання в цілому, а потім при формуванні компромісного упорядкування враховувати висловлення відповідно до цієї оцінки.

Для підвищення ступеня об'єктивності і якості процедури прийняття рішень доцільно враховувати думки декількох експертів. З цією метою проводиться групова експертиза. Для агрегування думок експертів, представлених у вигляді матриці парних порівнянь з використанням метрики Сааті [1], приймається середньогеометричне, що обчислюється за наступним співвідношенням:

$$a_{ij}^{A} = \sqrt{a_{ij}^{\langle 1 \rangle} \cdot a_{ij}^{\langle 2 \rangle} \cdot \ldots \cdot a_{ij}^{\langle m \rangle}}\ , \qquad (1)$$

де a_{ij}^{A} – агрегована оцінка елемента, що належить i-му рядку і j-му стовпцю матриці парних порівнянь; $a^{\langle K \rangle}$ – елемент матриці парних порівнянь експерта з номером К (К = 1, 2, … , m); m – число матриць порівнянь, кожна з яких складена одним експертом.

Логічність критерію (1) стає очевидною, якщо два рівноцінних експерти вказують при порівнянні об'єктів відповідно оцінки a і 1/a, що при обчисленні агрегованої оцінки дає одиницю і свідчить про еквівалентність порівнюваних об'єктів.

Можна показати, що осереднення суджень експертів може бути здійснено і на рівні власних векторів матриць парних порівнянь або векторів відносних пріоритетів. При цьому результати будуть еквівалентні тим, що отримані на рівні елементів матриць, якщо однорідність складених матриць достатня і задовольняє умові IS ≤ 0,1, де IS – індекс погодженості думок експерта.

Варіант цієї ідеї був запропонований у [2]. Його основою служить наступне міркування. "Добре" експертне ранжування повинне бути схожим на істинне. Отже, два ранжування схожі одне на одне. Подібність між двома ранжуваннями можна виміряти за допомогою рангових коефіцієнтів кореляції Спірмена і Кендала. При цьому два якісні ранжування будуть мати близький до одиниці ранговий коефіцієнт кореляції. Навпаки, погане ранжування із будь-яким іншим буде мати ранговий коефіцієнт кореляції, близький до нуля.

Ранговий коефіцієнт Спірмена [2] обчислюється за формулою

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)}\ , \tag{2}$$

де d – різниці між рангами даної пари рядів, що порівнюються; n – число пар, що порівнюються.

Як ряди, що зіставляються, для експертних даних, представлених матрицею парних порівнянь A и B з використанням метрики Сааті, вибираються вектори відносних пріоритетів відповідних матриць P_A і Q_B. Далі, виконується ранжування елементів вектора P_A, потім проставляються ранги для відповідних елементів вектора Q_B. За формулою (2) обчислюється коефіцієнт ρ та за його змістом приймається рішення.

Величина ρ може приймати значення в діапазоні від –1,0 до +1,0.

У випадку найменшої залежності між двома рядами (P_A і Q_B) ця величина дорівнює 0.

Розглянемо приклад, який наведено у [1]. Нехай визначені матриці парних порівнянь експертів A і B (табл. 1, 2) та обчислені їхні характеристики: найменше власне значення L_m; індекс погодженості матриці IS; вектор відносних пріоритетів P(Q). Через E_i ($i = 1, \dots, n = 6$), позначені порівнювані попарно елементи ознак, щодо яких експерти висловлюють свою думку.

Результати обчислень за методом Спірмена наведені в табл. 3.

Таблиця 1

Матриця парних порівнянь експерта А

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	W_τ
E_1	1	4	3	1	3	4	0,299
E_2	0,25	1	7	3	0,2	1	0,132
E_3	0,33	0,14	1	0,2	0,2	0,17	0,034
E_4	1	0,33	5	1	1	0,33	0,118
E_5	0,33	5	5	1	1	3	0,223
E_6	0,25	7	6	3	0,33	1	0,193

$L_m = 8,37$ IS = 0,474

Таблиця 2

Матриця парних порівнянь експерта В

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	W_τ
E_1	1	4	3	5	3	1	0,322
E_2	0,25	1	7	3	0,2	1	0,136
E_3	0,33	0,14	1	0,2	0,2	0,17	0,035
E_4	0,2	0,33	5	1	1	0,33	0,094
E_5	0,33	5	5	1	1	3	0,231
E_6	1	1	6	3	0,33	1	0,182

$L_m = 7,26$ IS = 0,252

Таблиця 3

Результати обчислень за методом Спірмена

Вектор P_A	Ранг для P_A	Вектор Q_B	Ранг для Q_B	Рангова різниця d	d^2
0,299	6	0,322	5	1	1
0,132	3	0,136	3	0	0
0,034	1	0,035	1	0	0
0,118	2	0,094	2	0	0
0,223	5	0,231	6	–1	1
0,193	4	0,182	4	0	0

За формулою (2) одержуємо $\rho = 1 - \frac{6 \cdot 2}{6 \cdot 35} = 0,943$.

Ранговий коефіцієнт Кендала [2] обчислюється за формулою:

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)}, \tag{3}$$

де n – число пар, що зіставляються, або порядок експертної матриці; S – сума балів, що підраховується за певною методикою.

Ця методика полягає в наступному.

1. Ранжуємо вектор P_A відносних пріоритетів для матриці A у зростаючому порядку з указівкою відповідних їм рангів для вектора Q_B матриці B. Одержуємо ряд рангів для P_A – 1, 2, … , n і ряд рангів для Q_B – $i_1, i_2, \ldots, i_n$.

2. Підраховуємо бали для всіх рангів вектора Q_B. Для цього знаходимо, скільки рангів, які передують кожному рангу і які йдуть після нього, перевищують його величину. Число попередніх перевищень записуємо із знаком мінус, а число наступних перевищень – із знаком плюс.

3. Знаходимо суму позитивних і негативних балів по кожному рангу і підсумкове число балів (S).

4. Далі діємо за формулою (3).

Розглянемо приклад. Використаємо дані, наведені у табл. 1 та 2. Результати обчислень за методом Кендала представлені в табл. 4.

Таблиця 4

Результати обчислень за методом Кендала

Ознаки	Вектор P_A	Ранги для векторів		Бали для Q_B		Разом
		P_A	Q_B	від'ємні	позитивні	
E_3	0,299	1	1	0	5	5
E_4	0,132	2	2	0	4	4
E_6	0,034	3	3	0	3	3
E_2	0,118	4	4	0	2	2
E_5	0,223	5	6	0	0	0
E_1	0,193	6	5	1	0	0
			Разом	1	14	13

Тоді $\tau = \frac{2 \cdot S}{n \cdot (n-1)} = \frac{2 \cdot 13}{6 \cdot 5} = 0{,}867$.

Таким чином, отримані значення рангових коефіцієнтів кореляції Спірмена (0,943) і Кендала (0,867) свідчать про прямий, досить тісний зв'язок, між розглянутими даними, представленими експертами A і B.

У табл. 5 наведені дані, які отримані від експерта C.

Таблиця 5

Матриця парних порівнянь експерта C

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	W_τ
E_1	1	4	3	1	3	4	0,3071
E_2	0,25	1	0,5	0,25	1	1	0,0766
E_3	0,33	2	1	0,2	1	1	0,0987
E_4	1	4	5	1	3	4	0,3395
E_5	0,33	1	1	0,33	1	1	0,0935
E_6	0,25	1	1	0,25	1	1	0,0847

$L_m = 6{,}067$ IS = 0,013

Незважаючи на досить добру внутрішню погодженість даних експерта С, порівняння цих даних з даними експерта А за методиками Спірмена і Кендала ($\rho = -\ 0{,}114$, $\tau = 0{,}067$) дозволяє зробити висновок про те, що дані експерта А і С несумісні і їх не можна використовувати для вироблення компромісного рішення на основі осереднення.

Висновок. Таким чином, перш ніж робити осереднення, треба позбутися незадовільних даних. Цього можна домогтися, вилучаючи ті експертні дані, які у всій групі m ранжувань (за Спірменом чи Кендалом) мають мало близьких сусідів. До групи експертних даних, що залишилася, можна застосувати метод осереднення. У ряді випадків такий підхід дозволить підвищити надійність висновків на основі проведених експертних оцінок.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Саати Т. Принятие решений: Метод анализа иерархий. / Пер. с англ. В.Г. Вогнадзе. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.*
2. *Тюрин Ю.Н., Василевич А.П. К проблеме обработки рядов ранжировок // В книге «Статистические методы анализа экспертных оценок». – М.: Наука. – 1977.– С. 106 – 144.*

Надійшла 30.11.2004

ПОПЕЛЕНКО Анатолій Андрійович, *канд. техн. наук, доцент, старший науковий співробітник ХУ ПС. В 1957 році закінчив АРТА ім. Л.О. Говорова. Область наукових досліджень – математичне та імітаційне моделювання процесів в соціальних системах.*

БЄЛІМОВ Володимир Васильович, *канд. техн. наук старший науковий співробітник ХУ ПС. В 1994 році закінчив ХВУ. Область наукових досліджень – математичне моделювання, взаємодія елекромагнитних хвиль з плазмою.*

НОРИНЧАК Ігор Васильович, *канд. техн. наук, начальник НДЛ – заступник начальника НДВ ХУ ПС. В 1995 році закінчив ХВУ. Область наукових досліджень – методи оптимізації в техніці, математичне моделювання соціальних процесів.*