

**СИНТЕЗ СТРУКТУРЫ ПСЕВДОМЕДИАННОГО ФИЛЬТРА**

А.В. Шостак  
(Харьковский университет Воздушных Сил)

*Приводится методика синтеза структуры взвешенного псевдомедианного фильтра для обработки изображений.*

***синтез, медианная фильтрация, взвешенный псевдомедианный фильтр***

**Введение.** Медианная фильтрация является широко используемым методом нелинейной цифровой фильтрации для обработки изображений. Основными достоинствами медианной фильтрации является [1]: сохранение при фильтрации перепадов яркости изображения; наилучшее подавление шумов, имеющих распределение с “тяжелыми хвостами” (например, биэкспоненциального), и импульсных шумов. Эти достоинства в основном и определяют область использования медианной фильтрации.

Однако медианная фильтрация обладает следующими недостатками: худшее, чем фильтрация с помощью скользящего среднего, подавление аддитивных шумов с равномерным и нормальным распределениями; при больших размерах апертуры фильтра искажаются мелкие детали изображения; повышенным требованием к быстродействию фильтра при работе в режиме реального времени. Несмотря на простоту некоторых алгоритмов оценки медианы [2] и постоянное повышение мощности вычислительных средств, медианная фильтрация продолжает требовать значительных вычислительных ресурсов, что объясняется реальным режимом работы при обработке изображения, увеличением разрешения и глубины цвета изображения, увеличением апертуры фильтра и использованием взвешенной медианной фильтрации. Поэтому поиск более эффективных алгоритмов оценки медианы является **актуальной** задачей.

В данной статье рассматривается методика синтеза взвешенного псевдомедианного фильтра на основе структуры данных типа дерево.

**Основная часть.** Пусть в апертуре фильтра имеется последовательность из  $n$  чисел ( $n$  нечетно)  $A = (a_1, \dots, a_n)$ . Для хранения последовательности чисел  $A$  и оценки медианы будем использовать  $m$ -арное корневое дерево, в котором каждая вершина (кроме листьев) имеет  $m$  потомков [3]. Пример  $m$ -арного корневого дерева ( $m = 3$ ) при апертуре  $n = 5$  для псевдомедианной фильтрации значения в точке  $a_3$  представлен на рис. 1. Тогда алго-

ритм оценки медианы  $a^*$  имеет вид  $a^* = \text{med}(a_3, a_2, \text{med}(a_1, a_4, a_5))$ . Над  $m$ -арным корневым деревом будут выполняться следующие операции:

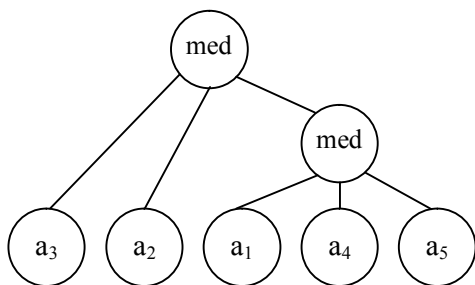


Рис. 1. 3-арное дерево для псевдомедианной фильтрации ( $n = 5$ )

- модификация содержащего листов;
- поиск медианы из  $m$  элементов во внутренних узлах и в корне дерева.

При, например,  $m = 3$  осуществляется псевдомедианная фильтрация в виде поиска медиан из 3-х элементов во внутренних узлах и корне [4]. Очевидно, что при  $m = n$  осуществляется медианная фильтрация с

использованием точного алгоритма поиска медианы последовательности  $A$ . Псевдомедианная фильтрация при различных  $m_1$  и  $m_2$  ( $m_1 < n$ ,  $m_2 < n$ ) отличается быстродействием и точностью оценки медианы последовательности  $A$ .

Пусть  $h_i$  – глубина  $i$ -го листа в дереве,  $h_m = \max(h_1, \dots, h_n)$  – максимальная глубина листьев в дереве. Вес  $i$ -го листа в дереве определим как

$$W_i = 1 + \Delta h_i, \quad (1)$$

где  $\Delta h_i = h_m - h_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Упорядочим (например по убыванию) веса листьев в дереве, то есть пусть  $W_1 \geq W_2 \geq \dots \geq W_n$ . Тогда  $\overline{W} = (W_1, W_2, \dots, W_n)$  – упорядоченный вектор весов листьев дерева. Пусть также для выполнения взвешенной медианной фильтрации известен вектор весов в апертуре фильтра  $\overline{V}'$ . Упорядочим элементы вектора  $\overline{V}'$  также как и элементы вектора  $\overline{W}$ , то есть  $V_1 \geq V_2 \geq \dots \geq V_n$ . Пусть существует  $k$  различных  $m$ -арных корневых деревьев с  $n$  листьями.

Задача синтеза взвешенного псевдомедианного фильтра апертуры  $n$  состоит в определении структуры  $m$ -арного корневого дерева, вектор весов листьев которого  $\overline{W}$  наиболее близок к заданному вектору весов фильтра  $\overline{V}$ . Выберем для вектора весов фильтра  $\overline{V}$  такое  $m$ -арное корневое дерево, которое среди всех  $k$  деревьев имеет минимальную ошибку  $E$ .

Пусть, например, ошибка  $E$  является среднеквадратической:

$$E = \sum_{i=1}^n (W_i(k) - V_i)^2. \quad (2)$$

**Пример.** Пусть апертура фильтра  $n = 7$ , вектора весов взвешенного медианного фильтра  $\overline{V}' = (1, 2, 3, 5, 3, 2, 1)$ . Упорядоченный по убыванию вектор весов имеет вид  $\overline{V} = (5, 3, 3, 2, 2, 1, 1)$ . Выберем наилучшее

3-арное корневое дерево для взвешенного псевдомедианного фильтра среди вариантов деревьев, представленных на рис. 2.

В соответствии с рис. 2 и формулой (1) векторы весов деревьев таковы:  $\bar{W}(1) = (2, 1,$

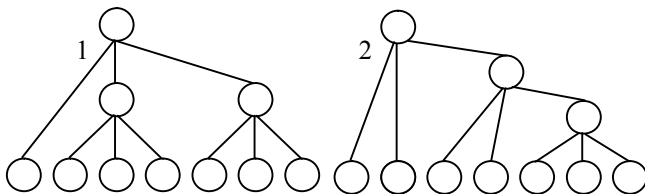


Рис. 2. Два варианта 3-арных деревьев с  $n = 7$  листьями

$1, 1, 1, 1, 1, 1)$ ,  $\bar{W}(2) = (3, 3, 2, 2, 1, 1, 1)$ . Рассчитанные по формуле (2) ошибки для этих деревьев таковы:

$$E(1) = \sum_{i=1}^7 (W_i(1) - V_i)^2 = 19; \quad E(2) = \sum_{i=1}^7 (W_i(2) - V_i)^2 = 6.$$

Таким образом, так как  $\min(E(1), E(2)) = E(2)$ , то для заданного вектора весов  $\bar{V}$  при  $m = 3$  из двух вариантов (рис. 2) наилучшим является второй. Следовательно, алгоритм псевдомедианной взвешенной фильтрации будет иметь вид  $a^* = \text{med}(\text{ф}, \text{ф}, \text{med}(\text{ф}, \text{ф}, \text{med}(\text{ф}, \text{ф}, \text{ф})))$ .

**Выводы.** Таким образом, приведена методика синтеза структуры древовидного взвешенного псевдомедианного фильтра для обработки изображений. Исходными данными при синтезе фильтра являются размер апертуры фильтра  $n$ , целые значения весов взвешенного медианного фильтра  $\bar{V}$  и арность дерева  $m$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений / Под ред. Т.С. Хуанга. – М.: Радио и связь, 1984. – 224 с.
2. Шостак А.В., Дорошенко Ю.И. Выбор алгоритма поиска медианы при небольшой размерности задачи // Вісник НТУ "ХПИ". – Х.: НТУ "ХПИ". – 2003. – Вип. 21. – С. 183 – 186.
3. Касьянов В.Н., Евстигнеев В.А. Графы в программировании: обработка, визуализация и применение. – С.-Пб.: БХВ-Петербург, 2003. – 1104 с.
4. Шостак А.В., Ивашко А.В., Дорошенко Ю.И. Приближенный метод нахождения медианы цифровой последовательности // 12-я между. НПК Micro-Cad-2004, 20 – 21 мая 2004 г. – Х.: НТУ "ХПИ", 2004. – С. 43 – 46.

Поступила 21.02.2005

**Рецензент:** доктор физико-математических наук, профессор С.В. Смеляков, Харьковский университет Воздушных Сил.