УДК 656.338

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУР ТРАНСПОРТНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСАХ

О.В. Малеева, К.О. Западня
(Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»)

Построена модель многокритериальной оптимизации для выбора рациональных структур и схем транспортного обслуживания в территориально распределенных технологических комплексах. Для решения задачи оптимизации используется минимизация функции максимума и чебышевские приближения для системы линейных неравенств.

распределенный технологический комплекс, транспортное обслуживание, минимаксная оптимизация

Введение. Современное производство все чаще представляется в виде большой территориально распределенной системы. Поэтому актуальны задачи исследования, связанные с топологией структуры и выбором рациональных схем транспортного обслуживания для решения задач управления транспортной системой распределенного технологического комплекса (ТС РТК) [1]. В представленной работе основной аспект исследования связан с рациональным размещением модулей технологического оборудования в узлах, где осуществляется основные технологические операции ТС РТК. Решена задача многокритериальной оптимизации ТС РТК, основанная на минимаксе и чебышевских приближениях.

Пусть имеется исходный набор основного оборудования ТС РТК из n модулей. Задана структура ТС РТК в виде графа транспортных связей. Считаем, что каждый e-й тип модуля имеет набор оценок по производительности $C_e^{(1)}$, надежности $C_e^{(2)}$, стоимости $C_e^{(3)}$ и т.д., e = 1,μ. При связи e-го и S-го модулей известны затраты на обслуживающую транспортную систему $C_{e_S}^{(1)}, C_{e_S}^{(2)}, C_{e_S}^{(3)}, \ldots$. Необходимо найти такое распределение модулей основного оборудования по вершинам графа структуры, при котором рассматриваемый критерий в однокритериальной оптимизации принял экстремальное значение. Затем решим задачу оптимизации для всего набора критериев.

Представим граф структуры ТС РТК в виде матрицы смежности $\left\| K_{ij} \right\|, i, j = \overline{1, r}$, где r – число вершин графа. Учитывая свойство симметричности элементов матрицы относительно диагонали, будем принимать во внимание только те элементы, которые удовлетворяют условию $i < j$.

Введем булевы переменные

$$X_{e_i} = \begin{cases} 1, & \text{если модуль e-го типа помещен} \\ & \text{в i-ю вершину графа} \\ & \text{транспортных связей;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Учитывая условия задачи, получим ограничения

$$\sum_{e=1}^{\mu} X_{e_i} = 1,\ i = \overline{1, r}; \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{r} X_{e_i} \le r_e,\ e = \overline{1, \mu}, \tag{2}$$

где r_e – число модулей e-го типа; $\sum_{e=1}^{\mu} r_e = n$.

Введем вспомогательные переменные:

$$Y_{S_j} = \begin{cases} 1, & \text{если модуль S-го типа помещен} \\ & \text{в j-ю вершину графа структуры ТС РТК;} \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$$Z_{e_i S_j} = \begin{cases} 1, & \text{если модуль e-го типа помещен} \\ & \text{в i-ю вершину графа, а модуль S-го типа в j-ю;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Наложим на переменные $Y_{S_j}, Z_{e_i S_j}$ следующие ограничения:

$$X_{e_i} - Y_{S_j} = 0,\quad i, j = \overline{1, r};\quad S, e = \overline{1, \mu};\quad i = j,\ e = S; \tag{3}$$

$$\begin{aligned} & r \cdot X_{e_i} - \sum_{j=1}^{r} \sum_{S=1}^{\mu} Z_{e_i S_j} = 0,\quad i = \overline{1, r};\ e = \overline{1, \mu}; \\ & r \cdot Y_{S_j} - \sum_{i=1}^{r} \sum_{e=1}^{\mu} Z_{e_i S_j} = 0,\quad j = \overline{1, r};\ S = \overline{1, \mu}. \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь условие (3) означает, что значения переменных X_{e_i} и Y_{S_j} полностью совпадают, а условие (4) показывают, что $Z_{e_i S_j}$ принимает значение «1» только тогда, когда X_{e_i} = Y_{S_j} = 1. Тогда суммарная оценка ТС РТК по К-му критерию качества с учетом транспортных связей будет равна

$$C^{(K)} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{e=1}^{\mu} C_e^{(K)} X_{e_i} + \sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{r}\sum_{S=1}^{\mu}\sum_{e=1}^{\mu} C_{eS}^{(K)} K_{ij} Z_{e_i S_j}.$$

Необходимо минимизировать линейную форму

$$\sum_{i,e} C_e^{(K)} X_{e_i} + \sum_{i,j,e,S} C_{eS}^{(K)} K_{i,j} Z_{e_i S_j} \tag{5}$$

при следующих ограничениях:

$$\sum_{e} X_{e_i} = 1,\ i = \overline{1,r};\quad \sum_{i} X_{e_i} \le r_e,\ e = \overline{1,\mu};$$

$$X_{e_i} - X_{S_j} = 0;\ i,j = \overline{1,r};\quad e,S = \overline{1,\mu};\quad i = j;\quad e = S;$$

$$r \cdot X_{e_i} - \sum_{j,S} Z_{e_i S_j} = 0;\quad i = \overline{1,r};\quad S = \overline{1,\mu};$$

$$r \cdot Y_{S_j} - \sum_{j,e} Z_{e_i S_j} = 0,\quad j = \overline{1,r};\quad S = \overline{1,\mu};$$

$$\sum_{i,e} C_e^{(K')} X_{e_i} + \sum_{i,j,e,S} C_{e_S}^{(K')} K_{ij} Z_{e_i S_j} \le C_0^{(K')},\quad K' = \overline{1,M}, \tag{6}$$

где (6) – ограничения на значения остальных критериев.

Проведем независимые оптимизации по всему набору критериев качества, т.е. решим задачу (5), (1) – (4), (6) по всем $K = \overline{1,M}$. Затем преобразуем каждый критерий

$$\widehat{C}^{(K)} = \alpha_K \left[\frac{C^{(K)} - C^{(K)*}}{C_0^{(K)} - C^{(K)*}}\right] =$$

$$= \frac{\alpha_K \left[\sum_{i,e} C^{(K)} e x_{e_i} + \sum_{i,j,e,s} C^{(K)} e s K_{i_j} Z e_i s_j - C^{(K)*}\right]}{C_0^{(K)} - C^{(K)*}} =$$

$$= \sum_{i,e} \widetilde{C}^{(K)} e X e_i + \sum_{i,j,e,s} \widetilde{C}^{(K)} e s K_{ij} Z e_i s_j - Q^{(K)},$$

где

$$\widetilde{C}_e^{(K)} = \frac{\alpha_K C^{(K)} e}{C_0^{(K)} - C^{(K)*}};\quad \widetilde{C}_{es}^{(K)} = \frac{\alpha_K C^{(K)} es}{C_0^{(K)} - C^{(K)*}};\quad Q^{(K)} = \frac{C^{(K)*}}{C_0^{(K)} - C^{(K)*}},\quad K = \overline{1,M};$$

α_K – весовые коэффициенты, задаваемые экспертами, $\alpha_K \geq 0$, $\sum_{K=1}^{M} \alpha_K = 1$; $C^{(K)*}$ – экстремальное значение K-го критерия.

Тогда для комплексного критерия качества ТС РТК, полученного путем суммирования взвешенных локальных критериев, необходимо минимизировать линейную форму

$$\sum_{K} \left(\sum_{i,e} \widetilde{C}^{(K)} eXe_i + \sum_{i,j,e,s} \widetilde{C}^{(K)} esK_{ij} Ze_i s_j - Q^{(K)} \right), \tag{7}$$

при ограничениях (1) – (4), (6).

В случае функции максимума, необходимо найти минимум кусочно-линейной выпуклой функции

$$Y(X,Z) = \max_{K} \widehat{C}^{(K)}(X,Z).$$

Представим набор критериев качества структуры ТС РТК в виде системы линейных неравенств

$$\sum_{i,e} \widetilde{C}^{(K)} eXe_i + \sum_{i,j,e,s} \widetilde{C}^{(K)} esK_{ij} Ze_i s_j - Q^{(K)} \geq 0, \quad K = \overline{1,M},$$

где превращение неравенства в равенство означает достижение экстремума по K-му критерию. Воспользуемся чебышевскими приближениями для системы линейных неравенств [2]. Введем вспомогательную переменную ξ и перейдем к следующей эквивалентной задаче линейного программирования:

Найти минимум линейной формы

$$Z = \xi \tag{8}$$

при ограничениях:

$$\xi - \sum_{i,e} \widetilde{C}^{(K)} eXe_i + \sum_{i,j,e,s} \widetilde{C}^{(K)} esK_{ij} Ze_i s_j - Q^{(K)} \geq 0, \quad K = \overline{1,M},$$

и (1) – (4), (6).

Усложним задачу и будем учитывать наименования основного оборудования ТС РТК.

Пусть имеется набор наименований модулей. В этом случае модули определенного наименования могут помещаться только в разрешенных вершинах графа структуры ТС РТК. Построим матрицу маски $\left\| q_{e_i} \right\|$, где

$$q_{e_i} = \begin{cases} 1, \text{ если разрешено помещать в i-ю вершину графа} \\ \text{e-й тип модуля;} \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

С учетом матрицы маски задача (5), (1) – (4), (6), будет выглядеть следующим образом: необходимо найти минимум линейной формы

$$\sum_{i,e} C_e^{(K)} q_{e_i} x_{e_i} + \sum_{i,j,e,s} C^{(K)} esK_{ij} Ze_i s_j \tag{9}$$

при следующих ограничениях:

$$\sum_{e} q_{e_i} x_{e_i} = 1, \quad i = \overline{1, r}; \tag{10}$$

$$\sum_{i} q_{e_i} x_{e_i} \le r_e, \quad e = \overline{1, \mu}; \tag{11}$$

$$q_{e_i} x_{e_i} - y_{s_j} = 0, \; i, j = \overline{1, r}; \; e, s = \overline{1, \mu}; \; i = j; \; e = s\,; \tag{12}$$

$$r \cdot q_{e_i} x_{e_i} - \sum_{j,s} Ze_i s_j = 0, \; i = \overline{1, r}; \; e = \overline{1, \mu}; \tag{13}$$

$$r \cdot y_{s_j} - \sum_{i,e} Ze_i s_j = 0, \; j = \overline{1, r}; \; s = \overline{1, \mu}. \tag{14}$$

Заключение. Отметим, что данный подход целесообразно использовать в задачах выбора топологии транспортной системы распределенного технологического комплекса, транспортного обслуживания, управления основным оборудованием. Область применения связана с машиностроительными комплексами, комплексами нефте- и газодобычи и т.д.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Малеева О.В., Западня К.О. Анализ транспортного обслуживания в распределенных технологических комплексах // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ». – 2004. – Вып. 3. – С. 56 – 59.*
2. *Ларичев О.И., Поляков О.А. Человеко-машиные процедуры решения многокритериальных задач математического программирования // Экономика и математические методы. – 1980. – Т. 16, вып. 1. – С. 129 – 145.*

Поступила 10.02.2005

Рецензент: доктор технических наук, профессор А.Ю. Соколов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ».