

## **МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНИХ КИДКІВ СТРУМУ В ТРАНСФОРМАТОРІ ПРИ ВИНИКНЕННІ КОРОТКОГО ЗАМИКАННЯ В ФІКСОВАНІ МОМЕНТИ ЧАСУ**

А.М. Панченко  
(Харківський університет Повітряних Сил)

*Пропонується методика розрахунку максимально можливого струму при виникненні короткого замикання в навантаженні трансформатора з врахуванням фази струму.*

**кидок струму, фаза струму коротке замикання, трансформатор**

**Постановка проблеми.** При проектуванні систем релейного захисту трансформаторних підстанцій допускається ціла низка спрощень для розрахунків значень струмів короткого замикання (КЗ). Як правило розрахунки ведуться виходячи з спрощеної схеми заміщення яка описується диференційним рівнянням першого порядку, з врахуванням індуктивного характеру навантаження. При цьому робиться висновок, що максимальний кидок струму спостерігається при фіксованому куті 0 або 90°. В статті розглядається методика, що дозволяє більш точно визначити значення максимального струму КЗ, та знайти кут який йому відповідає.

**Аналіз літератури.** По даному питанню є певні розбіжності стосовно умов максимального кидка струму [1 – 4], рішення приводяться в загальному вигляді з спрощеннями, у яких процеси вмикання трансформатора, його робота, потім виникнення КЗ розглядаються як окремі процеси. Відсутнє чітке рішення, щодо умов максимально можливого кидка струму та його значенні при виникненні КЗ на вторинній обмотці навантаження. Так в [4] стверджується, що максимальний кидок має місце при проходженні напруги через нуль, в [1] стверджується, що перехідний струм відсутній якщо КЗ виникає при проходженні струму через нуль.

**Мета статті.** Запропонувати метод з допомогою якого можна знайти максимально можливий кидок струму при виникненні несподіваного КЗ на виводах вторинної обмотки трансформатора, та знайти фазу струму яка відповідає такому випадку.

**Основний матеріал.** Розглянемо процес вмикання трансформатора, виходу його на усталений режим та виникнення несподіваного КЗ на затискачах вторинної обмотки як єдиний процес. Скористаємося при

цьому результатами отриманими в роботі [5], що описують роботу трансформатора при вмиканні його в мережу. Будемо вважати, що через час рівний  $4\tau$  трансформатор переходить в усталений режим, а потім в вторинній обмотці виникає КЗ. Відмінність диференційного рівняння роботи трансформатора при вмиканні в мережу і КЗ будемо розглядати як стрибкова зміна значення активного опору вторинної обмотки. Процеси, що при цьому відбуваються можуть бути описані системою рівнянь

$$\begin{cases} U_0 \sin(\omega t + \psi_0) = L_1 i_1' + i_1 r_1 - M i_2'; \\ M i_1' = L_2 i_2' + i_2 r_2. \end{cases} \quad (1)$$

В цілому весь процес будемо описувати в єдиному часі, рис. 1, що дозволить кінцеві умови одного процесу розглядати як початкові наступного.

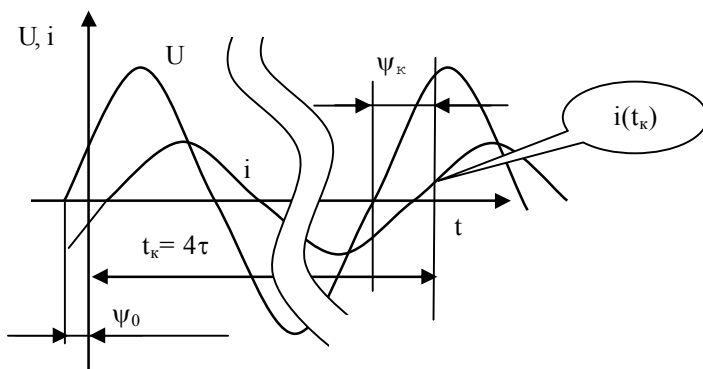


Рис. 1. Фаза короткого замикання  $\psi_{\kappa}$

З метою покращення достовірності отриманих результатів будемо користуватися наступною методикою. Рішення системи (1) з відповідними початковими умовами виконуємо спочатку з допомогою програми в системі MATLAB (в подальшому таке рішення будемо називати машинним). Потім вирішуємо аналітично, представляючи струм в формі S:

$$i(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t), \quad (2)$$

або в формі Z:

$$i(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + A \cos(\omega t + \psi_{\kappa}) + B \sin(\omega t + \psi_{\kappa}). \quad (3)$$

де  $A, B, C_1, C_2$  – постійні коефіцієнти;  $\psi_{\kappa}$  – фаза струму при якій виникає КЗ.

Еквівалентність представлення струмів в формі S і Z розглядається в [6]. Маючи рішення для струмів отриманих різними шляхами і якщо вони будуть співпадати це буде підтверджувати достовірність отрима-

них результатів.

Будемо вважати що при усталеній роботі трансформатора на певне навантаження виникає КЗ, момент виникання КЗ також виберемо рівним (4τ). Для вирішення системи диференційних рівнянь (1) при усталеній роботі трансформатора необхідно знайти значення струмів первинної і вторинної обмоток на момент КЗ, фазу напруги на момент КЗ  $\psi_0$ , перші похідні первинного і вторинного струмів на момент КЗ. Слід зауважити про різницю кутів  $\psi_0$  і  $\psi_k$ , перший із них характеризує напругу, другий струм (рис. 1).

Знайдемо значення перших похідних для струмів  $i_1$  і  $i_2$  на момент закінчення перехідного процесу (4τ), надалі вони послужать початковими умовами для описання процесу КЗ. Для цього скористуємося рівнянням (1)^

$$\begin{cases} U_0 \sin(\omega t_k + \psi_k) = L_1 i'_{1k}(t_k) + i_{1k}(t_k) r_1 - M i'_{2k}; \\ M i'_1 = L_2 i'_{2k}(t_k) + i_{2k}(t_k) r_2, \end{cases} \quad (4)$$

де  $i_{1k}(t_k)$ ,  $i_{2k}(t_k)$ ,  $i'_{1k}(t_k)$ ,  $i'_{2k}(t_k)$  – значення струмів первинної і вторинної обмоток та їх похідні на момент виникнення короткого замикання;  $r_1$  – активний опір первинної обмотки трансформатора;  $r_2$  – значення активного опору вторинної обмотки;  $\omega$  – кутова частота;  $\psi_0$  – кут, що відповідає моменту вмикання;  $\psi_k$  – кут, що відповідає моменту виникнення короткого замикання;  $U_0$  – амплітудне значення напруги живлення;  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $M$  – відповідно індуктивності первинної, вторинної, та взаємодуктивність обмоток трансформатора.

Усі дані для розрахунку похідних беруться із значень які мали місце до виникнення КЗ.

Розв'язавши систему рівнянь (4) відносно похідних знаходимо:

$$\begin{aligned} i'_1(0) &= 1/M(L_2 i'_2 + I_2 r_2); \\ U_0 \sin(\psi_r) &= L_1/M(L_2 i'_2 + I_2 r_2) + I_1 r_1 - M i'_2; \\ U_0 M \sin(\psi_r) &= L_1 L_2 i'_2 + L_1 I_2 r_2 + I_1 M r_1 - M^2 i'_2; \\ (L_1 L_2 - M^2) i'_2 &= U_0 M \sin(\psi_r) - L_1 I_2 r_2 - I_1 M r_1; \end{aligned}$$

значення похідної вторинного кола

$$i'_{2k} = \frac{U_0 M \sin(\psi_r) - L_1 I_2 r_2 - I_1 M r_1}{(L_1 L_2 - M^2)}; \quad (5)$$

відповідно похідна для первинного кола

$$i'_{1к} = \frac{U_0 L_2 \sin(\psi_r) - L_2 I_1 r_1 - I_2 M r_2}{(L_1 L_2 - M^2)}. \quad (6)$$

Значення струмів на момент виникнення КЗ знаходимо із рівняння, яке отримане в [5] із системи рівнянь (1), що описують процес вмикання трансформатора, підставляючи час перехідного процесу  $4\tau$ . Враховуючи той факт, що в момент комутації значення струму стрибком не міняється.

Напрягу на мить КЗ знаходимо виходячи з того, що нам відомий час моменту вмикання трансформатора

$$U_k = U_0 \sin(\omega t_k + \psi);$$

де  $t_k = 4\tau$  – інтервал часу між вмиканням трансформатора та КЗ.

Фазу напруги на мить КЗ знаходимо з рівняння

$$U_k = U_0 \sin(\psi_k);$$

$$\psi_k = \arcsin\left(\frac{U_k}{U_0}\right). \quad (7)$$

Отже диференційне рівняння, отримане в [5], для випадку КЗ можемо записати у вигляді наступної системи:

$$\begin{cases} i''_{1к}(M^2 - L_1 L_2) - i'_{1к}(r_1 L_2 + r_{2к} L_1) - i_{1к} r_1 r_{2к} + \\ + U_0 (L_2 \omega \cos(\omega t + \psi_k) + r_{2к} \sin(\omega t + \psi_k)) = 0; \\ i''_{2к}(L_1 L_2 - M^2) + i'_{2к}(r_1 L_2 + r_{2к} L_1) - \\ - i_{2к} r_1 r_{2к} - U_0 M \omega \cos(\omega t + \psi_k) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Для спрощення виразів вводимо наступні позначення:

$$\rho = \sqrt{M^2 - L_1 L_2}; \quad \eta = r_1 L_2 - r_{2к} L_1; \quad \beta = r_1 r_{2к}.$$

Відмінність рівняння (8) полягає в новому значення опору кола вторинної обмотки. Початок процесу – вмикання трансформатора  $t = 0$ , тривалість перехідного режиму відповідає  $4\tau$ , тобто на протязі цього часу встановлюється усталений режим, після чого виникає коротке замикання рис. 1. Отже момент виникнення КЗ буде дорівнювати  $4\tau$  від початку вмикання трансформатора. В подальшому для з'ясування впливу фази струму на КЗ будемо змінювати фазу вмикання трансформатора. Рішення рівняння (8) в формі S (3) і формі Z (2) для коефіцієнтів  $C_1, C_2, A, B$  режимів вмикання та КЗ приведені в табл. 1 – 4.

В роботах [1 – 4] для характеристики перехідного процесу використовують різну термінологію. Автор вважає за доцільне основним параметром, який характеризує перехідні процеси при виникненні КЗ вибрати фазу струму при якій відбувається КЗ.

Таблиця 1

Результати розрахунку коефіцієнтів за рівнянням (8) в формі S для первинної обмотки

	Режим вмикання	Режим КЗ
A	$A = U_0 \omega \left( \frac{\rho \omega^2 L_2 + \beta L_2 - r_2 \eta}{(\rho \omega^2 + \beta)^2 + \eta^2 \omega^2} \right)$	відмінність $r_2$
B	$B = \frac{U_0 (L_2 \omega^2 \eta + r_2 \rho \omega^2 + r_2 \beta)}{(\rho \omega^2 + \beta)^2 + \eta^2 \omega^2}$	відмінність $r_2$
C <sub>1</sub>	$C_1 = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \left[ \left( \frac{U_0 L_2}{L_1 L_2 - M^2} + A \omega + \lambda_2 B \right) \sin \psi - (\omega B - \lambda_2 A) \cos \psi \right]$	$C_1 = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \left[ I'_{1к} - \lambda_2 (I_{1к} - A \cos \psi - B \sin \psi) + A \omega \sin \psi - B \omega \cos \psi \right]$
C <sub>2</sub>	$C_2 = \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[ \left( \frac{U_0 L_2}{L_1 L_2 - M^2} + A \omega + \lambda_1 B \right) \sin \psi - (\omega B - \lambda_1 A) \cos \psi \right]$	$C_2 = \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[ I'_{1к} - \lambda_1 (I_{1к} - A \cos \psi - B \sin \psi) + A \omega \sin \psi - B \omega \cos \psi \right]$
$\Psi$	$\Psi_0$	$\Psi_к$
$I_0$	0	$I_{1к}$
$I_0$	$i'_1(t_0) = \frac{U_0 L_2 \sin(\Psi_0)}{L_2 L_1 - M^2}$	$i'_{1к} = \frac{U_0 L_2 \sin(\Psi_к) - L_2 I_{1к} - I_2 M r_2}{(L_1 L_2 - M^2)}$

Таблиця 2

Результати розрахунку коефіцієнтів за рівнянням (8) в формі S для вторинної обмотки

	Режим вмикання	Режим КЗ
A	$A_2 = \frac{U_0 \omega (\beta - \rho \omega^2)}{(\beta - \rho \omega^2)^2 + \eta^2 \omega^2}$	відмінність $r_2$
B	$B_2 = \frac{U_0 \omega^2 \eta}{(\beta - \rho \omega^2)^2 + \eta^2 \omega^2}$	відмінність $r_2$

Закінчення табл. 2

$C_1$	$C_{12} = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \left[ \left( \frac{U_0 M}{L_1 L_2 - M^2} + A\omega + \lambda_2 B \right) \sin \psi - (\omega B - \lambda_2 A) \cos \psi \right]$	$C_1 = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \left[ I'_{2к} - \lambda_2 (I_{2к} - A \cos \psi - B \sin \psi) + A\omega \sin \psi - B\omega \cos \psi \right]$
$C_2$	$C_{22} = \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[ \left( \frac{U_0 M}{L_1 L_2 - M^2} + A\omega + \lambda_1 B \right) \sin \psi - (\omega B - \lambda_1 A) \cos \psi \right]$	$C_2 = \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[ I'_{2к} - \lambda_1 (I_{2к} - A \cos \psi - B \sin \psi) + A\omega \sin \psi - B\omega \cos \psi \right]$
$\Psi$	$\Psi_0$	$\Psi_к$
$I_0$	0	$I_{2к}$
$I_0'$	$i_2'(t_0) = \frac{U_0 M \sin(\Psi_0)}{L_2 L_1 - M^2}$	$i_2'_{к} = \frac{U_0 M \sin(\Psi_r) - L_1 I_2 r_2 - I_1 M r_1}{(L_1 L_2 - M^2)}$

Таблиця 3

Результати розрахунку коефіцієнтів за рівнянням (8) в формі Z для первинної обмотки

	ВМ	КЗ
A	$A = U_0 \frac{(\rho\omega^2 + \beta)L_2\omega - \eta\omega r_2 \cos \psi + (\rho\omega^2 + \beta)r_2 + \eta\omega^2 L_2 \sin \psi}{(\rho\omega^2 + \beta)^2 + \eta^2\omega^2}$	відмінність $\Gamma_2$
B	$B = U_0 \frac{(\rho\omega^2 + \beta)r_2 + \eta L_2 \omega^2 \cos \psi - (\rho\omega^2 + \beta)L_2\omega - \eta\omega r_2 \sin \psi}{(\rho\omega^2 + \beta)^2 + \eta^2\omega^2}$	відмінність $\Gamma_2$
$C_1$	$C_1 = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left( \frac{U_0 L_2 \sin(\psi)}{L_1 L_2 - M^2} + A\lambda_2 - B\omega \right)$	$C_1 = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \left( I'_{1к} - \lambda_2 I_{1к} + \lambda_2 A - \omega B \right)$
$C_2$	$C_2 = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left( \frac{U_0 L_2 \sin(\psi)}{L_1 L_2 - M^2} + A\lambda_1 - B\omega \right)$	$C_2 = \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \left( I'_{1к} - \lambda_1 I_{1к} + \lambda_1 A - \omega B \right)$

Закінчення табл. 3

$\Psi$	$\Psi_0$	$\Psi_K$
$I_0$	0	$I_{1K}$
$I_0'$	$i_2'(t_0) = \frac{U_0 M \sin(\Psi_0)}{L_2 L_1 - M^2}$	$i_{1K}' = \frac{U_0 L_2 \sin(\Psi_r) - L_2 I_1 r_1 - I_2 M r_2}{(L_1 L_2 - M^2)}$

Таблиця 4

Результати розрахунку коефіцієнтів за рівнянням (8) в формі Z для вторинної обмотки

	Вм	КЗ
A	$A = U_0 M \omega \frac{(\rho \omega^2 + \beta) \cos(\psi) + \eta \omega \sin(\psi)}{(\rho \omega^2 + \beta)^2 + \eta^2 \omega^2}$	відмінність $r_2$
B	$B = -U_0 M \omega \frac{(\rho \omega^2 + \beta) \sin(\psi) - \eta \omega \cos \psi}{(\rho \omega^2 + \beta)^2 + \eta^2 \omega^2}$	відмінність $r_2$
$C_1$	$C_1 = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left( \frac{U_0 M \sin \psi}{L_1 L_2 - M} + A \lambda_2 - B \omega \right)$	$C_1 = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \left( I_{2K}' - \lambda_2 I_{2K} + \lambda_2 A - \omega B \right)$
$C_2$	$C_2 = \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \left( \frac{U_0 M \sin(\psi_0)}{L_1 L_2 - M^2} + A \lambda_1 - B \omega \right)$	$C_2 = \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \left( I_{2K}' - \lambda_1 I_{2K} + \lambda_1 A - \omega B \right)$
$\Psi$	$\Psi_0$	$\Psi_K$
$I_0$	0	$I_{2K}$
$I_0'$	$i_2'(t_0) = \frac{U_0 M \sin(\Psi_0)}{L_2 L_1 - M^2}$	$i_{2K}' = \frac{U_0 M \sin(\Psi_r) - L_1 I_2 r_2 - I_1 M r_1}{(L_1 L_2 - M^2)}$

Для цього дослідним шляхом встановимо при якому значенні кута вмикання  $\psi_0$ , через інтервал часу рівний  $4\tau$  струм КЗ буде проходити через нуль (6) і в цей час будемо вводити режим КЗ. Надалі з кроком  $\pi/4$ , відносно струму, будемо змінювати фазу короткого замикання. Таким чином отримуємо якісну картину залежності перехідного процесу від фази КЗ при заданому наборі параметрів схеми. Для ілюстрації процесів задамося наступними параметрами системи трансформатор навантаження:  $r_1 = 3 \text{ Ом}$ ;  $r_2 = 20 \text{ Ом}$ , при КЗ  $r_2 = 0,2 \text{ Ом}$ ,  $\omega = 100\pi$ ;  $U_0 = 220 \text{ В}$ ;  $L_1 = 0,1 \text{ Гн}$ ,  $L_2 = 0,02 \text{ Гн}$ ,  $\sigma = 0,2$  (коефіцієнт розсіювання).

На рис. 2 приведені струми первинної обмотки перехідних процесів усталеного режиму і КЗ при кутах  $0$  та  $90^\circ$ . Тривалість режиму КЗ обмежена  $0,4\tau_k$ , оскільки цей інтервал часу є найбільш інформативним. Як видно з графіків, виникнення КЗ при переході струму через  $0$  істотно більше ніж при максимальному значенні струму.

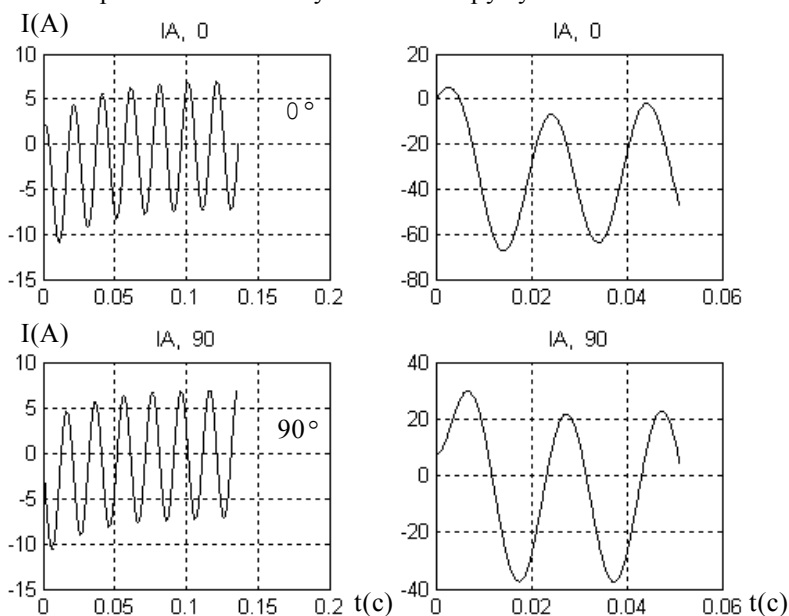


Рис. 2. Перехідні процеси при КЗ що відповідає кутам  $0$  і  $90^\circ$

При проведенні математичного експерименту по трьох напрямках: машинне рішення, рішення в формі А, та формі В, встановлено наступне.

1. Режими вмикання повністю співпадають в усіх трьох випадках.
2. Режим КЗ повністю співпадає в формі S і Z, та відрізняється на 4 – 5% від машинного на кутах КЗ близьких до  $0^\circ$  та до  $90^\circ$ , в перехідному режимі. В усталеному режимі КЗ є повне спів падання усіх трьох



варіантів. Такі результати дають підстави для висновку про вірність отриманих результатів.

Як показали дослідження екстремуми перехідних струмів не прив'язані жорстко до кутів  $0$  чи  $90^\circ$ , а в кожному конкретному випадку залежать від комбінації параметрів схеми. Згідно з рівнянням (2) максимум перехідного процесу обумовлений сумою коефіцієнтів  $C_1$  і  $C_2$ . Якщо вважати що параметри схеми не змінні то значення максимального кидка струму залежить виключно від кута  $KЗ$ , а оскільки ця величина випадкова, то й про максимальний кидок струму можна говорити як про величину що має певну вірогідність і це необхідно враховувати для побудови системи релейного захисту.

**Висновки.** 1. Встановлено що максимальні кидки струму при виникненні  $KЗ$  на навантаженні вторинної обмотки трансформатора відповідають певному куту виникнення  $KЗ$ , ці кути можуть мати різне значення і залежать від параметрів схеми. Існуюча думка, що максимальні кидки струму виникають, якщо  $KЗ$  трапляється при проходженні струму через нуль [1], чи проходженні напруги через нуль [4], не в повній мірі відповідає дійсності.

2. Запропонований спосіб дозволяє знаходити точне значення максимального кидка струму при виникненні перехідного процесу від зміни навантаження.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Токарев Б.Ф. *Электрические машины*. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 623 с.
2. Казовский Б.Я. (Академия наук СССР). – М.: Изд-во академии наук СССР, 1962. – 624 с.
3. Ульянов С.А. *Электромагнитные переходные процессы*. – М.-Л.: Энергия, 1964. – 703 с.
4. Пиотровский Л.М. *Электрические машины*. – Л.: Энергия. – 1974. – 503 с.
5. Панченко А.М. Спосіб вмикання навантаження в мережу без ініціювання перехідного процесу // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вип. 10 (38). – С. 135 – 142.
6. Ионкин П.А. *Теоретические основы электротехники*. – М.: Высш. шк., 1978. – 543 с.

Надійшла 15.03.2005

**Рецензент:** доктор технічних наук професор Б.Ф. Самойленко,  
Харківський університет Повітряних Сил.