

## ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ГРУППОВОЙ СРЕДНЕВЗВЕШЕННОЙ ШКАЛЫ ВРЕМЕНИ ПРИ УСЛОВИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АТОМНЫХ ЧАСОВ КАК СИСТЕМЫ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

В.Н. Чинков<sup>1</sup>, А.П. Нарезный<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>Харьковский университет Воздушных Сил, <sup>2</sup>НМЦ военных эталонов, Харьков)

*Приведены результаты исследования погрешности формирования групповой средневзвешенной шкалы времени с учетом погрешности взаимодействия группы атомных часов через каналы сличения их опорных сигналов. Оценка погрешности формирования произведена численным моделированием группы атомных часов как системы электрически связанных осцилляторов.*

*автономные часы, шкала времени, групповой эталон времени и частоты*

**Постановка проблемы.** В практике частотно-временных измерений достаточно часто наблюдаются явления затягивания частот опорных сигналов и не прогнозируемые скачкообразные изменения действительных значений частоты сличаемых прецизионных мер времени и частоты (МВЧ) [1, 2]. Из теории автоколебательных систем известно, что данные явления существуют только при наличии взаимодействия (взаимосвязи) осцилляторов (мер частоты) [3]. В метрологии проявление подобных взаимосвязей учитывается погрешностью взаимодействия. Погрешность взаимодействия атомных часов (АЧ) в групповых эталонах времени и частоты (ГЭВЧ) через аппаратуру сравнения шкал и опорных частот принято не учитывать, так как применяются специальные устройства по развязыванию измерительных каналов друг от друга. Например, в схеме частотного компаратора Ч7-39, реализующей разностно-временной метод с использованием двойного смесителя, применяются дополнительные меры по развязыванию каналов [2]. Однако при относительном отклонении частот сличаемых опорных сигналов АЧ друг от друга менее  $10^{-11}$ , произвести компенсацию погрешности взаимодействия только техническими средствами не представляется возможным, так как не существует развязывающих устройств с такой добротностью.

**Анализ исследований и публикаций.** В классической метрологии частотно-временных измерений проявление эффектов, обусловленных погрешностью взаимодействия в поведении полной фазы АЧ, рассматривается как аномальные выбросы, не поддающиеся прогнозу и компенсации [4, 5]. Кроме того, наличие взаимосвязи АЧ из состава ГЭВЧ при-

водит к взаимной корреляции их частотных (фазовых) флуктуаций. В дорогостоящих эталонных комплексах дополнительные меры по развязыванию опорных сигналов АЧ позволяют значительно уменьшить коэффициенты взаимной корреляции. Известные алгоритмы формирования групповых шкал времени (ГШВ) построены на предположении, что флуктуации частот опорных сигналов АЧ слабо коррелированы и текущее математическое ожидание по ансамблю реализации частот (дрейф частоты) АЧ из состава ГЭВЧ равно априорно известной функции [5 – 9]. Данные алгоритмы основаны на статистическом средневзвешенном усреднении единиц измерения отдельных шкал ГЭВЧ и расчете аналитической ГШВ. Относительно ГШВ определяются поправки на физически формируемые (аппаратные) ШВ. Однако предположение о слабой корреляции флуктуации частоты МВЧ из состава ГЭВЧ во многих практических случаях не выполняется [3, 9]. Погрешность взаимодействия и обусловленная ею корреляция связей между МВЧ из состава ГЭВЧ в известной литературе по формированию ГШВ не рассматривались [4 – 9].

**Цель статьи.** Целью статьи является оценка погрешности формирования групповой средневзвешенной шкалы времени с учетом погрешности взаимодействия АЧ через каналы взаимных сличений ГЭВЧ.

**Изложение основного материала.** Исследование погрешности формирования ГШВ с учетом погрешности взаимодействия опорных сигналов АЧ предлагается осуществлять с помощью модели группы, как стохастической системы связанных осцилляторов, приведенной в работе [10]. Данная модель разработана в предположении наличия электрических связей между мерами частоты через частотные (фазовые) компараторы. Модель позволяет провести численное моделирование полной фазы опорных сигналов АЧ, в зависимости от различных режимов взаимодействия системы связанных мер частоты [10]: режима биений несинхронных мер; режима «странного аттрактора»; режима взаимной синхронизации (затягивания частоты) некоторой части мер (или всех мер).

Оценка поведения положения  $N$  шкал АЧ осуществляется по радиальной схеме на основе измерения полной фазы при помощи частотных (фазовых) компараторов. Радиальная схема позволяет получить  $N-1$  независимых результатов измерений разности полных фаз между первой и  $i$ -й мерами частоты в момент времени  $t_k$  :

$$\Delta T_{li}(k) = \frac{K}{\omega_0} \cdot [\varphi_1(k) - \varphi_i(k)] + \xi_1(k) - \xi_i(k) + \varepsilon_k(k), \quad (1)$$

где  $\Delta T_{li}(k) = T_1(k) - T_i(k)$  – результат измерения разности между опорной физической шкалой и ШВ, формируемой  $i$ -й мерой ( $i = 2, \dots, N$ );  $\omega_0$  – номинальное значение частоты мер в ГЭВЧ;  $K$  – коэффициент компарирования

ния фазового компаратора;  $\varphi_1(k)$  и  $\varphi_i(k)$  – функция поведения полной фазы опорной и  $i$ -й меры частоты;  $\xi_1(k)$  и  $\xi_i(k)$  – фазовые шумы опорной и  $i$ -й меры частоты;  $\varepsilon_K(k)$  – суммарные фазовые шумы компаратора.

С учетом уравнения измерений (1) преобразуем известную математическую модель формирования аналитической ГШВ [4], получим

$$T_G(k) = T_1(k) - \sum_{i=1}^N \Delta T_{i1}(k) \cdot q_i + \Phi(k), \quad (2)$$

где  $T_1(k)$  – опорная физическая ШВ, формируемая в момент времени  $t_k$  мерой, выбранной в качестве ведущей в ГЭВЧ;  $q_i$  – вес случайной составляющей погрешности ШВ, формируемой  $i$ -й мерой;  $\Phi(k)$  – дрейф систематической составляющей погрешности формирования аналитической ГШВ.

Поскольку систематический ход ГШВ учитывается с помощью функции  $\Phi(k)$ , весовые коэффициенты выбираются таким образом, чтобы минимизировать случайный ход шкал мер из состава ГЭВЧ. Как показано в работах [2, 7], минимум дисперсии средневзвешенного обеспечивается следующим выражением для коэффициента веса:

$$q_i = \hat{\sigma}_{T_i}^{-2} \left( \sum_{j=1}^N \hat{\sigma}_{T_j}^{-2} \right)^{-1}, \quad (3)$$

где  $\hat{\sigma}_{T_i}^2 = \frac{1}{L-1} \sum_{k=k_0}^{L+k_0} [T_i(k) - \hat{\Phi}(k)]^2$  – оценка дисперсии собственных шумов  $i$ -х мер ГЭВЧ, получаемая на интервале времени  $[t_{k_0}, t_{L+k_0}]$ .

Задача определения весовых коэффициентов  $q_i$  через оценки  $\hat{\sigma}_{T_i}^2$  состоит в том, что известные методы измерения полной фазы позволяют произвести оценку лишь дисперсии  $\hat{\sigma}_{\Delta T_{i1}}^2$  случайных процессов  $\Delta T_{i1}$  (см. уравнение (1)), определяемой на интервале времени  $[t_{k_0}, t_{L+k_0}]$ . Для нахождения оценки дисперсии собственных шумов  $\hat{\sigma}_{T_i}^2$  каждой МВЧ составляется система уравнений [2, 5]:

$$\hat{\sigma}_{T_i}^2 + \hat{\sigma}_{T_i}^2 = \hat{\sigma}_{\Delta T_{i1}}^2, \quad \text{при } i = \overline{2, N}. \quad (4)$$

Решая систему уравнений (4) находят оценки  $\hat{\sigma}_{T_i}^2$ , используемые в выражении (3) для определения весовых коэффициентов МВЧ.

Систематическая составляющая погрешности ГШВ, описываемая функцией  $\Phi(k)$ , определяется путем сличений опорной ШВ ГЭВЧ с эталонной шкалой. Как правило, в качестве эталонной шкалы выбирается ШВ, передаваемая в составе сигналов спутниковой радионавигационной системы GPS. При оценке функции  $\Phi(k)$  используют аппроксимацию результатов измерений опорной ШВ относительно эталонной шкалы за предшествующие  $L$  отсчетов полиномом первой степени

$$\hat{\Phi}(k) = A \cdot t_k + B, \quad (5)$$

где  $A$  – коэффициент, пропорциональный отклонению действительного значения частоты ведущей меры относительно эталонной частоты на интервале времени  $[t_{k_0}, t_{L+k_0}]$ ;  $B$  – коэффициент, пропорциональный отклонению ШВ  $i$ -й меры относительно эталонной шкалы на интервале времени  $[t_{k_0}, t_{L+k_0}]$ .

Оценка дисперсии формирования ГШВ, с учетом соотношений (2) и (5), определяется на интервале времени  $[t_{k_0}, t_{L+k_0}]$  равенством

$$\hat{\sigma}_G^2 = \frac{1}{L-1} \sum_{k=k_0}^{L+k_0} [T_G(k) - \hat{\Phi}(k)]^2. \quad (6)$$

Анализ результатов численного моделирования выявил следующие закономерности поведения полной фазы мер из состава ГЭВЧ.

В режиме взаимной синхронизации система уравнений (4) не имеет решения. Это обусловлено наличием сильных корреляционных связей между собственными фазовыми флуктуациями мер из состава ГЭВЧ. Определение весовых коэффициентов  $q_i$  возможно, при условии учета коэффициентов взаимной корреляции фазовых шумов связанных мер в системе уравнений (4).

В режиме «странного аттрактора» наблюдается значительное возрастание (на один – два порядка) систематической погрешности формирования  $T_G(k)$ , что обусловлено появлением дополнительных шумоподобных составляющих фазовых флуктуаций. Систематическая погрешность формирования шкалы  $T_G(k)$  вычисляется на интервале времени наблюдения  $[t_{k_0}, t_{L+k_0}]$  из выражения (5). Случайная погрешность формирования шкалы  $T_G(k)$  носит явно нестационарный характер, что приводит к зависимости оценки дисперсии, вычисляемой по формуле (6), от интервала времени наблюдения  $[t_{k_0}, t_{L+k_0}]$ .

В режиме биений несинхронных мер амплитудные биения выходных сигналов мер из состава ГЭВЧ за счет амплитудно-фазовой конвер-

сии преобразуются в квазипериодические отклонения частоты (пульсации) от своего номинального значения. В этом режиме коэффициенты взаимных корреляций фазовых шумов связанных мер не превышают  $\pm 0,1$  (слабая корреляционная связь).

Результаты численного моделирования зависимости дисперсии формирования ГШВ приведены на рис. 1, где обозначено: 1 и 3 – оценка дисперсия ГШВ с учетом погрешности взаимодействия АЧ при функционировании ГЭВЧ в режиме биений несинхронных мер; 2 – дисперсия ГШВ при отсутствии погрешности взаимодействия АЧ в ГЭВЧ. Кривая 1 приведена для случая, когда период  $T_p$  фазовых пульсации опорных сигналов АЧ значительно больше интервала времени наблюдения  $[t_{k_0}, t_{L+k_0}]$ , на котором получают точечные оценки систематической и случайной составляющих ГШВ. Кривая 3 приведена для случая, когда период  $T_p$  гораздо меньше интервала времени наблюдения  $[t_{k_0}, t_{L+k_0}]$ .

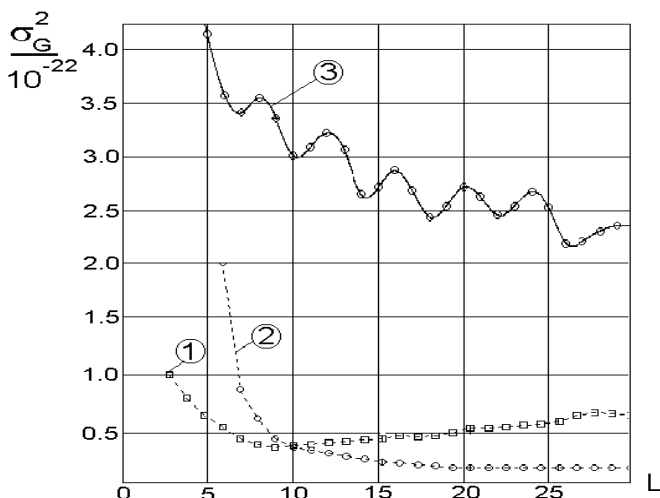


Рис. 1. Зависимость дисперсии ГШВ при использовании в качестве эталонной шкалы сигнала радионавигационной спутниковой системы GPS

**Выводы.** Полученные в статье результаты позволяют утверждать, что, при наличии погрешности взаимодействия АЧ в ГЭВЧ, известные алгоритмы формирования ГШВ [4 – 9] сохраняют свою работоспособность только в двух режимах: режим «странного аттрактора» и режим биений несинхронных мер. При этом систематическая и случайная составляющие погрешности формирования ГШВ минимальны только в режиме биений несинхронных мер. Кроме того, минимум погрешности

формирования ГШВ в данном режиме отмечается, когда интервал времени наблюдения  $[t_{k_0}, t_{L+k_0}]$ , на котором получают точечные оценки систематической и случайной составляющих, меньше периода пульсаций, и число предшествующих отсчетов  $L$  используемое для вычисления дисперсий, весовых коэффициентов и линейного дрейфа частоты выбирается равным восьми – десяти.

**Дальнейшие исследования** будут направлены на разработку способов компенсации погрешности взаимодействия мер из состава ГЭВЧ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Рютман Ж. Характеристики нестабильности фазы и частоты сигналов высокостабильных генераторов: Итоги развития за пятнадцать лет // ТИИЭР. – 1978. – Т. 66, № 9. – С. 70 – 101.
2. Кварцевые и квантовые меры частоты / Е.Н. Базаров, Н.А. Демидов, Е.Т. Жуков и др. Под ред. Б.И. Макаренко. – МО СССР, 1989. – 536 с.
3. Основы теории колебаний / В.В. Мигулин, В.И. Медведев, Е.Р. Мустель, В.Н. Парыгин. Под ред. В.В. Мигулина. 2-е изд., перераб. – М.: Наука Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 392 с.
4. Садовников Э.П., Кривов А.С., Долгов В.А., Садовников Э.Э. Алгоритмический метод повышения точности групповых эталонов // Измерительная техника. – 1983. – № 11. – С. 11 – 13.
5. Хрусталеv Ю.П. Статическая и динамическая обработка данных, получаемых в процессе ведения эталонов времени и частоты // Измерительная техника. – 2004. – № 6. – С. 20 – 24.
6. Донченко С.И., Крошкин А.Н. Новый подход к формированию групповой частоты и шкалы атомного времени на ансамбле хранителей // Измерительная техника. – 1999. – № 7. – С. 3 – 6.
7. Безуглов Д. А., Поморцев П.М. Максимально правдоподобная оценка единицы физической величины группового рабочего эталона по результатам внутригрупповых сличений // Измерительная техника. – 2001. – № 1. – С. 3 – 5.
8. Ермишин С.М. Теоретические основы создания групповых средств измерений // Измерительная техника. – 2000. – № 2. – С. 11 – 15.
9. Лобойко Б.И. Оценка точности формирования шкал времени // Измерительная техника. – 1992. – № 9. – С. 27– 28.
10. Евдокименко Ю.И., Нарезжий А.П. Идентификация группового эталона частоты стохастической моделью системы связанных осцилляторов // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вып. 2 (18). – С. 126 – 131.

Поступила 1.04.2005

**Рецензент:** доктор технических наук, профессор Ю.В. Стасев,  
Харьковский университет Воздушных сил.