

## **ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ЖИВУЧЕСТИ СИСТЕМ С МНОГОСТУПЕНЧАТОЙ ДЕГРАДАЦИЕЙ С УЧЕТОМ ПОРАЖАЕМОСТИ МАЖОРИТАРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

З.Г. Мухаметов<sup>1</sup>, В.С. Харченко<sup>2</sup>, Н.М. Ненашева<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>Харьковский университет Воздушных Сил,

<sup>2</sup>Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”)

*В статье предлагается комбинаторно-вероятностные модели оценки надежности и живучести систем с многоступенчатой деградацией, функционирующих в условиях экстремальных воздействий, с учетом поражаемости мажоритарных элементов.*

*комбинаторно-вероятностные модели, оценка надежности, живучесть системы, многоступенчатая деградация*

**Постановка проблемы.** Для сложных технических систем, которые функционируют в условиях экстремальных воздействий (ЭВ), очень важно возможность более точного определения значений показателей надежности и живучести. К таким системам относятся системы управления (СУ) различных летательных аппаратов (ЛА), АЭС [1] и т.п. Свойство живучести в таких системах, как правило, реализуется в процессе многоступенчатой деградации (МСД) [2] различной глубины. Одним из допущений моделей этих систем является то, что в мажоритарно-резервированных структурах (МРС) [3] МЭ не поражаются экстремальными воздействиями (ЭВ). Хотя данное допущение с практической точки зрения и является оправданным, комбинаторно-вероятностная модель (КВМ) [2, 4, 5] с таким допущением, для систем с МСД [2], дает завышенную, оптимистическую оценку. Для получения более точной оценки, следует учесть поражаемость МЭ.

**Анализ литературы.** Основные положения теории надежности и живучести, сведения о критических системах, к которым относятся СУ ЛА и АЭС приведены в [1]. В [2, 3] разработаны комбинаторно-вероятностные модели МРС с МСД в условиях ЭВ единичной и произвольной кратности без учета поражаемости МЭ. Основные принципы и методы моделирования резервированных систем обработки информации специализированных АСУ рассмотрены в [5].

**Цель статьи** – разработать комбинаторно-вероятностную модель оценки живучести, учитывающую отказы МЭ для систем, допускающих

многоступенчатую деградацию в условиях экстремальных воздействий окружающей среды.

**Модель системы с деградацией в результате только естественных отказов.** В трехканальных неадаптивных МРС (НМРС), как известно, работает схема «2 из 3-х». В системах с МСД, отказ МЭ приводит к отказу яруса. С учетом этого рассмотрим случаи, приводящие к отказу яруса в НМРС. Для трехканальной не адаптивной МРС они определяются двумя группами событий. События первой группы сопровождаются отказами МЭ. При этом каналы яруса могут быть в следующих состояниях:

- 1) все три канала исправны;
- 2) отказ одного из каналов;
- 3) отказ 2-х каналов;
- 4) все 3 канала в отказе.

События 2-й группы отличаются исправностью МЭ. При этом, для неадаптивных МРС, в исправном состоянии может быть только один из каналов.

Исходя из вышесказанного, вероятность отказа яруса  $Q_{\text{я}}$  запишем следующим образом:

$$\begin{aligned} Q_{\text{я}}(t) = & (1 - P_{\text{MЭ}}(t)) \{P_1(t)P_2(t)P_3(t) + P_1(t)P_2(t)(1 - P_3(t)) + \\ & + P_1(t)P_3(t)(1 - P_2(t)) + P_2(t)P_3(t)(1 - P_1(t)) + P_1(t)(1 - P_2(t))(1 - P_3(t)) + \\ & + P_2(t)(1 - P_1(t))(1 - P_3(t)) + P_3(t)(1 - P_1(t))(1 - P_2(t)) + (1 - P_3(t)) \times \\ & \times (1 - P_1(t))(1 - P_2(t))\} + P_{\text{MЭ}}(t) \{P_1(t)(1 - P_2(t))(1 - P_3(t)) + \\ & + P_2(t)(1 - P_1(t))(1 - P_3(t)) + P_3(t)(1 - P_1(t))(1 - P_2(t))\}. \end{aligned}$$

После несложных преобразований, при условии, что каналы равното надежны, получаем:

$$\begin{aligned} Q_{\text{я}}(t) = & 3P(t) - 3P^2(t) + P^3(t) - 3P_{\text{MЭ}}(t)P^2(t) + 2P_{\text{MЭ}}P^3(t) = \\ = & 3P(t) - 3P^2(t) + P^3(t) - P_{\text{MЭ}}\{3P^2(t) - 2P^3(t)\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Тогда работоспособность яруса будет определяться следующим соотношением:

$$\begin{aligned} P_{\text{я}}(t) = & 1 - Q_{\text{я}}(t) = \\ = & 1 - 3P(t) + 3P^2(t) - P^3(t) + P_{\text{MЭ}}\{3P^2(t) - 2P^3(t)\} = \\ = & (1 - P(t))^3 + P_{\text{MЭ}}\{3P^2(t) - 2P^3(t)\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Рассмотрим случай, когда ЭВ отсутствует и  $P_{\text{ЭВ}} = 0$ . Данное утверждение имеет место, когда деградация происходит только за счет естественных отказов (ЕО) элементов системы, и тогда вероятность сохра-

нения работоспособности системы на уровне деградации  $d$  будет определяться следующим выражением:

$$P_d(t) = P_{\text{я}}^{k-d}(t) \cdot C_k^d \cdot Q_{\text{я}}^d(t). \quad (3)$$

Согласно полученным соотношениям вероятностей отказа и работоспособности яруса (выражения (1), (2)) выражения (3) представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} P_d(t) = & [(1 - P(t))^3 + P_{\text{мэ}}(t)\{3P^2(t) - 2P^3(t)\}]^{k-d} \cdot C_k^d \times \\ & \times [3P(t) - 3P^2(t) + P^3(t) - P_{\text{мэ}}(t)\{3P^2(t) - 2P^3(t)\}]^d. \end{aligned} \quad (4)$$

Выражение (4) позволяет получить оценку «внутренней» живучести системы, то есть оценку без учета ЭВ. Эта оценка является верхней границей, завышенной или пессимистической оценкой.

**Модель системы с деградацией в результате ЕО и отказов из-за ЭВ.** При получении выражения для оценки живучести с учетом ЭВ необходимо исходить из следующих положений:

- 1) любой отказ МЭ приводит к отказу яруса и переходу его в неработоспособное состояние;
- 2) если ярус находится в состоянии отказа, то в нем уже не может быть ни отказов каналов, ни отказов МЭ;
- 3) поток отказов каналов и МЭ является пуассоновским.

Таким образом, с учетом этих положений, возможны следующие типы комбинаций отказов:

- 1) все МЭ системы исправны;
- 2) из  $d$  ярусов, которые находятся в состоянии отказа,  $\mu$  отказали в результате отказа МЭ и  $d-\mu$  – в результате отказа каналов; причем, в каждом из  $d-\mu$  ярусов возможны не более чем два отказавших канала для НМРС; здесь следует отметить, что если в ярусе есть отказавший МЭ, то в нем не может быть более чем одного отказавшего канала, если МЭ отказал после отказа канала (значение числа  $\mu$  показывает количество ярусов оболочки с отказавшими МЭ).

Анализ отмеченных выше состояний системы с учетом (4), при указанных условиях ЭВ, позволило получить выражение для определения вероятности нахождения системы на заданных уровнях деградации:

$$\begin{aligned} P_d^{\text{ЭВ}}(t) = & (1 - P_{\text{ЭВ}})P_d + \\ & + P_{\text{ЭВ}} \sum_{\mu=0}^d P_{\text{мэ}}^{k-\mu} (1 - P_{\text{мэ}})^{\mu} \sum_{i(d)} \left[ P_{\text{я}}^{3k-i-\mu} (1 - P_{\text{я}})^{i-\mu} \right] \sum_{q(i, d)} P_q(F_i) \cdot P_q(U_r), \end{aligned}$$

где  $\mu$  – количество ярусов с отказавшими МЭ;  $P_q(F_i)$  – вероятность нахождения системы на уровне деградации  $q$  при  $i$  EO;  $P_q(U_r)$  – вероятность нахождения системы на уровне деградации  $q$  при  $i$  EO и  $r$  отказах от ЭВ;  $i(d)$ ,  $q(i,d)$  – пределы суммирования, которые определяются соответствующими неравенствами, составленными с учетом условий деградации (количество каналов в ярусе, деградирующих ярусов, тип ядра, т.д.).

**Результаты исследования.** С помощью полученных комбинаторно-вероятностных моделей исследованы НМРС со следующими параметрами:

- количество ярусов  $k = 2$ ;
- интенсивность отказов каналов  $\lambda_k = 6 \cdot 10^{-8}$  1/ч и МЭ  $\lambda_m = 10^{-8}$  1/ч;
- параметры внешних экстремальных воздействий: кратность  $r = 1$ ; вероятность возникновения  $P_{\text{зв}} = 0,2; 0,9$ .

Графики зависимости вероятностей полного отказа системы  $Q_c(t)$ , сохранения работоспособного состояния на первом и втором уровнях деградации  $P_1(t)$ ,  $P_2(t)$ , а также полного  $P_c(t)$  от времени, для двухярусной НМРС с учетом (пунктирная линия) и без учета (сплошная линия) поражаемости МЭ приведены на рис. 1.

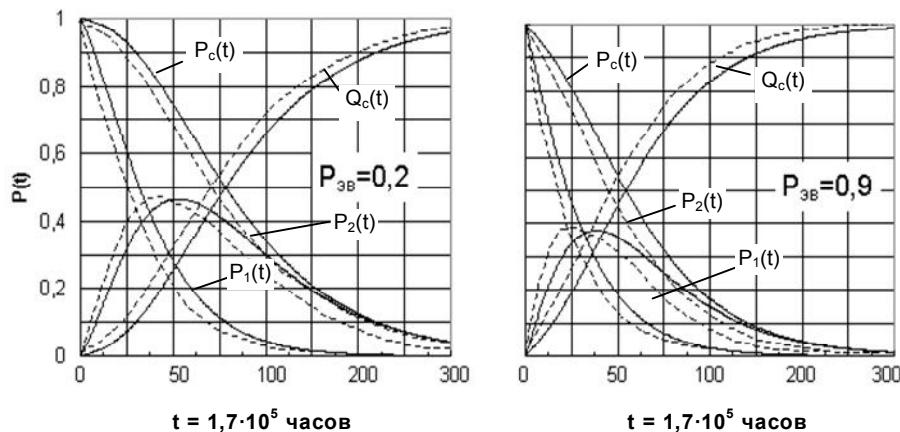


Рис. 1. Результаты исследования НМРС с МСД

Сравнительный анализ этих зависимостей показал, что при учете поражаемости мажоритарных элементов НМРС с той же интенсивностью отказов каналов и мажоритарных элементов, что и для НМРС без учета поражаемости этих элементов экстремальным воздействием кратностью  $r=1$  имеют несколько меньшее значение. Это означает, что проектирование резервированных СУ ЛА, АЭС относящихся к системам критического использования, без учета поражаемости МЭ экстремаль-

ным воздействием дает несколько завышенную оценку, поэтому для критичных систем [1], требующих более точную оценку, необходимо строить КВМ с учетом поражения МЭ.

**Выводы.** 1. Комбинаторные модели, разработанные с учетом поражаемости мажоритарных элементов, подтверждают, что показатели, полученные без такого учета, являются несколько завышенными. С другой стороны, всякое усложнение модели, с намерением учета большего числа параметров как системы, так и экстремального воздействия, приводит к ее усложнению, что существенно затрудняет получение аналитических зависимостей. Поэтому необходимо соблюдать принцип разумного сочетания возможности учета параметров и точности получаемых показателей надежности и живучести.

2. Комбинаторно-вероятностные модели не учитывают алгоритмы диагностирования и реконфигурации, поэтому, в необходимых случаях следует использовать марковские и полумарковские модели, которые позволяют учсть не только эту особенность системы, но и параметры экстремального воздействия (кратность, интенсивность и т.д.).

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Теорія надійності та живучості елементів і систем літальних комплексів / В.С. Харченко та інші. – МОУ, 1997. – 403 с.*
2. *Мухаметов З.Г. Многоступенчатая деградация систем управления летательных аппаратов при экстремальных воздействиях произвольной кратности // Управление и связь. – Х.: НАНУ, ПАНИ, ХВУ. – 1997. – С. 80 – 83.*
3. *Мухаметов З.Г. Моделирование резервированных систем обработки информации специализированных АСУ // Проблемы информатики и моделирования. Материалы третьей международной научно-технической конференции. – Х.: НАНУ, НТУ “ХПІ”. – 2003. – С. 17.*
4. *Кучук Г.А. Оцінка втрат у системах з обмеженим очікуванням // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ, 2004. – Вип. 4. – С. 133 – 137.*
5. *Мухаметов З.Г. Комбинаторно-вероятностные модели оценки живучести мажоритарных систем с МСД // Обработка информации и обеспечение надежности СУ. – Х.: НАНУ, ПАНИ, ХВУ. – 1997. – С. 86 – 89.*

Поступила 28.04.2005

**Рецензент:** доктор технических наук профессор В.М. Илюшко,  
Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ».