

**АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
РАЗНОРОДНЫХ СРЕДСТВ ПО КРИТЕРИЮ МАКСИМУМА
СРЕДНЕВЗВЕШЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ
СУММАРНОГО КОЛИЧЕСТВА ОСНОВНЫХ СРЕДСТВ
ПРОТИВОСТОЯЩЕЙ СТОРОНЫ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРАХ**

В.Б. Кононов

(Харьковский университет Воздушных Сил)

В статье рассмотрен алгоритм решения задачи оптимального распределения разнородных средств по критерию максимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества основных сил противостоящей стороны в конце конфликтной ситуации в условиях определённости и переменных параметрах распределения сил и средств оперирующей стороны.

оптимальное распределение, разнородные средства, критерий максимума средневзвешенного математического ожидания

Постановка задачи. Важное место в конфликтных ситуациях занимает правильное планирование, при котором необходимо определить законы оптимального управления распределением разнородных сил и средств, имеющихся у оперирующей стороны, исходя при этом от поставленных целей, складывающейся ситуации и вероятных действий противника.

Планирование и последующее управление распределением основных разнородных сил и средств сил и средств резерва в условиях современной конфликтной ситуации представляет собой важную военную задачу, актуальность которой определяется необходимостью создания в Вооружённых Силах Украины автоматизированной системы управления войсками и оружием.

Анализ литературы. Задачи оптимального управления распределением неоднородных сил и средств оперирующих сторон рассматривались в работах [1 – 8]. Так, в [1] сформулирована задача исследования и предложены критерии оптимального распределения сил и средств оперирующей стороны в динамических процессах конфликтных ситуаций. В [2] рассмотрен метод решения задачи распределения сил и средств в конфликтной ситуации. В [3] рассмотрена методика решения задач определения соотношения сил и

средств сторон для случая разнородных средств. В [4] изложена методика решение задачи оптимального управления распределением разнородных сил и средств конфликтующей стороны по критерию минимума среднего суммарного количества основных сил противника. В [5] рассматривается решение задач оптимального управления распределением неоднородных сил и средств конфликтующей стороны по критериям максимума среднего суммарного количества основных сил в конце конфликтной ситуации, минимума среднего суммарного количества основных сил противника и максимума среднего суммарного количества основных сил за весь период конфликтной ситуации. В [6] ставится задача оптимального управления распределением разнородных сил и средств сторон по критериям максимума и минимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества основных сил противоборствующей стороны в конце конфликтной ситуации в условиях полной и неполной определённости и постоянных и переменных параметрах распределения сил и средств стороны A . В [7] рассматривается алгоритм оптимального управления распределением разнородных сил и средств оперирующих сторон по критерию минимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества основных сил противоборствующей стороны в конце конфликтной ситуации в условиях определённости при постоянных параметрах распределения сил и средств стороны A . В [8] рассматривается алгоритм решения задачи оптимального распределения разнородных средств по критерию минимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества основных сил противостоящей стороны в конце конфликтной ситуации в условиях определённости и переменных параметрах распределения сил и средств оперирующей стороны.

Цель статьи. Целью статьи является разработка алгоритма решения задачи оптимального распределения разнородных средств по критерию максимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества основных сил противостоящей стороны в конце конфликтной ситуации в условиях определённости и переменных параметрах распределения сил и средств оперирующей стороны.

Основной материал. Алгоритм решения задачи оптимального распределения разнородных боевых средств по критерию максимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества бое-

вых средств противостоящей стороны в конце боя и операции в условиях определённости при переменных параметрах распределения боевых средств оперирующей стороны

Рассмотрим задачу оптимального распределения разнородных сил и средств стороны А, в которой сторона А выбирает свои управляющие параметры $\alpha(t) = \|\alpha_{ji}(t)\|_{n,m}$ так, чтобы средневзвешенное количество основных сил стороны В было максимальным при известной стратегии распределения сил и средств стороны В. В данной задаче зависимость матрицы управляющих параметров $\alpha(t)$ от времени позволяет учитывать маневр сил и средств, т.е. учитывать реально возникающую необходимость перенацеливания сил и средств оперирующей стороны в зависимости от ситуаций, складывающихся в ходе ведения конфликтной ситуации.

Математические модели оптимального распределения разнородных сил и средств стороны А, описанные в статьях [1 – 5] предполагают, что оперирующая сторона А владеет информацией о стратегии, которой будет придерживаться сторона В.

Последуем подходу, изложенному в статье [8] и воспользуемся методом условного градиента для решения задачи:

$$\max_{\{\alpha(t)\}} \sum_{i=1}^m v_i x_i(T); \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = -\sum_{j=1}^n \beta_{ij} b_{ij} y_j(t), & i = \overline{1, m}; \\ \frac{dy_j}{dt} = -\sum_{i=1}^m \alpha_{ji} a_{ji} x_i(t), & j = \overline{1, n}; \end{cases} \quad (2)$$

$$x_i(0) = x_i^0, \quad i = \overline{1, m}; \quad y_j(0) = y_j^0, \quad j = \overline{1, n};$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m \beta_{ij} = 1, & j = \overline{1, n}; \quad \beta_{ij} \geq 0; \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}; \\ \sum_{j=1}^n \alpha_{ji} = 1, & i = \overline{1, m}; \quad \alpha_{ji} \geq 0; \quad j = \overline{1, n}, \quad i = \overline{1, m}, \end{cases} \quad (3)$$

где $x_i(t)$, $y_j(t)$ – математические ожидания количества средств сторон А и В, сохранившихся к моменту времени t ; $y_j(T)$ – математические ожидания количества средств стороны В, сохранившихся к моменту времени T ; m, n – количество типов сил и средств сторон А и В соответственно; t –

текущее время конфликтной ситуации; T – заданное время конфликтной ситуации; v_i ($i = \overline{1, m}$) – коэффициент важности основного средства i -го типа оперирующей стороны A ; β_{ij} ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$) – заданные параметры распределения сил и средств стороны B ; α_{ji} ($j = \overline{1, n}; i = \overline{1, m}; 0 \leq t \leq T$) – искомые управляющие параметры распределения сил и средств стороны A по силам и средствам стороны B ; x_i^0, y_j^0 ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$) – количество сил и средств i -го типа стороны A и j -го типа стороны B в начале конфликтной ситуации; a_{ji}, b_{ij} ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$) – эффективные скорострельности средств i -го типа стороны A и j -го типа стороны B соответственно.

В рассматриваемой задаче учитывается перенацеливания сил и средств оперирующей стороны в зависимости от ситуации в ходе конфликтной ситуации.

В данном случае функцию $\|\alpha_{ji}(t)\|_{n,m}$, как функцию распределения (в долях) боевых средств по целям в момент времени t определим в класс кусочно-постоянных функций.

Предлагаемый алгоритм состоит в последовательном численном решении задачи (1) – (3) вначале для класса постоянных функций – управлений на промежутке $[0, T]$, затем для классов кусочно постоянных функций – управлений соответственно с одной, двумя и т.д. точками переключения.

Максимальное количество отрезков разбиения равно: $M_{\max} = T/\Delta$, где величина Δ определяется исходя из требований тактики ведения боевых действий и тактико-технических показателей боевых средств.

Таким образом, решается следующая последовательность задач Майера:

$$\max_{\{\alpha_M(t)\}} \sum_{i=1}^m v_i x_i(T) = \max_{\{\alpha_M(t)\}} J(\alpha_M(t)); \quad (4)$$

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = -\sum_{j=1}^n \beta_{ij} b_{ij} y_j(t), & i = \overline{1, m}; \\ \frac{dy_j}{dt} = -\sum_{i=1}^m \alpha_{M_{ji}}(t) a_{ji} x_i(t), & j = \overline{1, n}; \end{cases} \quad (5)$$

$$x_i(0) = x_i^0, \quad i = \overline{1, m}; \quad y_j(0) = y_j^0, \quad j = \overline{1, n};$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m \beta_{ij} = 1, & j = \overline{1, n}; \quad \beta_{ij} \geq 0; \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}; \\ \sum_{j=1}^n \alpha_{M_{ji}}(t) = 1, & i = \overline{1, m}; \quad \alpha_{M_{ji}}(t) \geq 0; \quad j = \overline{1, n}, \quad i = \overline{1, m}, \end{cases} \quad (6)$$

$$1 \leq M \leq M_{\max},$$

где $\alpha_M(t) = \left\| \alpha_{M_{ji}}(t) \right\|_{n,m}$ – матричная функция кусочно-постоянных функций управлений с $(M - 1)$ -й точкой переключения.

Критерий прекращения вычислений следующий:

$$\left| J[\alpha_M^*(t)] - J[\alpha_{M+1}^*(t)] \right| < \varepsilon; \quad \varepsilon > 0, \quad 1 \leq M \leq M_{\max},$$

где $\alpha_M^*(t), \alpha_{M+1}^*(t)$ – оптимальные управления для задачи (4) – (6).

Для решения задачи (4) – (6) используется метод условного градиента. Возможность его применения вытекает из следующих соображений.

Экстремальная задача

$$\max_{\alpha_M(t) \in D_M} \left\langle J'[\alpha_M^k(t)], \alpha_M(t) \right\rangle, \quad k = 0, 1, \dots,$$

где D_M – множество матричных функций, удовлетворяющими соотношения (6) по $\alpha_{M_{ji}}(t)$, решается методом условного градиента так как

$$\begin{aligned} \max_{\alpha_M(t) \in D_M} \left\langle J'[\alpha_M^k(t)], \alpha_M(t) \right\rangle &= \max_{\alpha_M(t) \in D_M} \int_0^T \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ji} x_i(t) \eta_j(t) \alpha_{m_{ji}}(t) \right] dt = \\ &= \min_{\alpha_M(t) \in D_M} \sum_{p=1}^M \int_{\frac{(p-1)\Gamma}{M}}^{\frac{p\Gamma}{M}} \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ji} x_i(t) \eta_j(t) \alpha_{M_{jip}} \right] dt = \\ &= \sum_{p=1}^M \left\{ \min_{\alpha_{M_{jip}}} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \int_{\frac{(p-1)\Gamma}{M}}^{\frac{p\Gamma}{M}} a_{ji} x_i(t) \eta_j(t) dt \right\} \alpha_{M_{jip}}, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\alpha_{M_{ji}}(t) = \alpha_{M_{jip}} = \text{const}; \quad t \in \left[\frac{(p-1)\Gamma}{M}, \frac{p\Gamma}{M} \right]; \quad p = \overline{1, M};$$

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{M_{jip}} = 1, \quad i = \overline{1, M}; \quad \alpha_{M_{jip}} \geq 0; \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}; \quad p = \overline{1, M}.$$

Интегралы в соотношении (7) вычисляются по формуле прямоугольников, а значения $x_i(t_s), \eta_j(t_s)$ определяются в результате численного решения систем дифференциальных уравнений по методу Рунге – Кутты 4-го порядка.

Максимум в (7) достигается при

$$\alpha_{Mjip}^{-k} = \begin{cases} 1, & j = j_k, \quad i = \overline{1, m}, \quad p = \overline{1, M}; \\ 0, & j \neq j_k, \quad i = \overline{1, m}, \quad p = \overline{1, M}, \end{cases} \quad (8)$$

где $\alpha(j_k, i, p)_M = \operatorname{argmin}_{1 \leq j \leq n} J_{Mjip}$, $i = \overline{1, m}; \quad p = \overline{1, M}$.

Следующее $(k + 1)$ -е приближение определится из соотношения:

$$\alpha_M^{k+1}(t) = \alpha_M^k(t) + \rho_{Mk} \left[\alpha_M^{-k} - \alpha_M^k \right], \quad t \in [0, T]. \quad (9)$$

Длина шага ρ_{Mk} находится в результате решения задачи:

$$\varphi(\rho_{Mk}) = \max_{0 \leq \rho_M \leq 1} \varphi(\rho_M) = \max_{0 \leq \rho_M \leq 1} J \left[\alpha_M^k(t) + \rho_M \left(\alpha_M^{-k}(t) - \alpha_M^k(t) \right) \right], \quad (10)$$

$t \in [0, T]$.

Точка максимума в (10) определяется по соотношению

$$\rho_{Mk} = 0,25 + \frac{0,25[\varphi(0) - \varphi(0,5)]}{0,5\varphi(0) - \varphi(0,5) + 0,5\varphi(1)}$$

Критерий останова алгоритма определяется соотношением

$$\Delta_{Mk} = \left| \sum_{j=1}^n w_j \left[y_M^{k+1}(T) - y_M^k(T) \right] \right| < \varepsilon,$$

где $\{ \alpha_M^k(t), x^k(t), y^k(t) \}$ – k -ое приближение решения задачи (4) – (6).

Выводы.

1. В статье описан разработанный алгоритм решения задачи оптимального распределения разнородных средств по критерию максимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества основных сил противостоящей стороны в конце конфликтной ситуации в условиях определённости и переменных параметрах распределения сил и средств оперирующей стороны.

2. Алгоритм оптимального распределения разнородных средств по критерию максимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества основных сил противостоящей стороны в конце конфликтной ситуации в условиях определённости и переменных параметрах распределения сил и средств оперирующей стороны можно ис-

пользовать при решении задач, связанных с созданием автоматизированной системы управления войсками и оружием ВС Украины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кононов В.Б., Евстрат Д.И., Рафальский Ю.И., Бабий И.Ф. Задачи оптимального распределения сил и средств в динамических процессах конфликтных ситуаций // Системи обробки інформації. – Х.: ХВФ «Транспорт України». – 2001. – Вип. 1 (11). – С. 129 – 133.
1. Кононов В.Б. Метод решения задачи распределения сил и средств в конфликтной ситуации // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 2 (18). – С. 155 – 158.
2. Кононов В.Б., Рафальский Ю.И., Гурин А.П. Оптимальное управление распределением средств резерва // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 5 (21). – С. 45 – 47.
3. Кононов В.Б., Нестеренко А.П., Кожушко Я.Н. Оптимальное управление распределением неоднородных сил и средств по критерию минимума среднего суммарного количества основных сил противника в конфликтной ситуации // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 6 (22). – С. 277 – 280.
4. Кононов В.Б. Задачи оптимального управление распределением неоднородных сил и средств // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2002. – Вип. 1. – С. 59 – 62.
5. Кононов В.Б. Оптимальное управление распределением разнородных сил и средств по критериям максимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества основных сил оперирующей стороны и минимума сил противника // Моделювання та інформаційні технології. – К.: НАНУ, Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова. – 2004. – Вип. 26. – С. 87 – 92.
6. Кононов В.Б. Алгоритм оптимального распределения разнородных сил и средств оперирующих сторон по критерию минимума средневзвешенного математического ожидания суммарного количества основных сил противоборствующей стороны в условиях постоянных параметров распределения // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вип. 9 (37). – С. 59 – 65.
7. Кононов В.Б. Алгоритм оптимального распределения разнородных средств по критерию минимума средневзвешенного математического ожидания при переменных параметрах // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС. – 2005. – Вип. 1 (41). – С. 193 – 200.

Поступила 1.06.2005

Рецензент: доктор технических наук, профессор Б.Ф.Самойленко,
Харьковский университет Воздушных Сил.