

МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ ФРАКТАЛЬНОГО МЕРЕЖНОГО ТРАФІКА

Г.А. Кучук

(Харківський університет Повітряних Сил)

У даній статті розглянуто метод дослідження фрактального мережного трафіка, який дозволяє досить швидко визначити межі зміни масштабних та частотних властивостей аналізуемого процесу.

фрактальний мережний трафік, масштабна інваріантність, перетворення сплесків, непараметричні статистики другого порядку

Вступ. Як відомо, існує дуже великий клас мережних процесів, які породжуються випадковими подіями, що є локалізованими у окремі моменти часу [1, 2]. Такі події часто є пов'язаними із складними процесами, які мають фрактальний характер [3, 4]. При побудові моделей таких мережних процесів можливо використання непараметричних статистик другого порядку (наприклад, спектральна щільність, кореляційна функція кількості відліків, нормована дисперсія кількості відліків, коефіцієнт кореляції тощо), які дозволяють визначити характеристики самоподібності трафіка [5, 6]. При цьому мережному трафіку можна зіставити стохастичні процеси із властивістю масштабної інваріантності, яка виникає при агрегуванні достатньої кількості точкових відліків [7], що дозволяє використовувати методи фрактального аналізу [8] та застосовувати різні імовірнісні методи для оперативного прогнозування процесів за допомогою моделей з мінімальною кількістю настраюємих параметрів [9, 10]. В наведених умовах можливо використання різних методів дослідження фрактального мережного трафіка [11, 12], але при цьому дуже багато часу займає кількісна оцінка меж зміни масштабних та частотних властивостей аналізуемого процесу. Тому **метою даної статі** є розробка методу дослідження фрактального мережного трафіка, який дозволяє досить швидко (наближено до режиму реального часу) визначити межі зміни масштабних та частотних властивостей.

1. Вибір лінійного функціонального простору. На першому етапі дослідження зосередимося на виборі лінійного простору, елементи якого можуть виступати у якості задовільної заміни розглядаемого процесу. У випадку стохастичних процесів загальний принцип вибору зводиться до вибору базису, коефіцієнти розкладання за яким є некорельованими. Зокрема, коефіцієнти розкладання стаціонарного випадкового процесу за тригонометричним базисом є некорельованими випадковими величинами.

В результаті при розкладанні сигналу в ряд за цим базисом необхідно одночасно задовольнити дві, в загальному випадку суперечливі, вимоги:

- відобразити з максимальною точністю локальну особливість сигналу в конкретній часовій області;
- поза цією областю використовуємі базисні функції повинні компенсувати одна одну.

Наприклад, для δ -функції Дираку частотний спектр Фур'є є постійним, отже для відображення такої локальної δ -особливості за допомогою спектральної характеристики необхідно враховувати всі його компоненти. Відсутність частини спектральних компонент призведе до перекручення сигналу в часовій області не тільки поблизу даної особливості, але і на будь-якій відстані від неї. Таким чином, для представлення локальної особливості сигналів потрібен базис, функції якого є добре локалізованими в часовій області. Проте якщо локальні особливості присутні на фоні стаціонарного сигналу, то для адекватного представлення обох складових вибраний базис повинен забезпечувати локалізацію не тільки самого сигналу, але і його перетворення Фур'є.

Вищеперерахованим вимогам задовольняє двовимірне перетворення сплесків (вейвлет-перетворення) [13 – 15], у основі якого лежить процедура багатократного відділення високочастотної складової сигналу та її подальшого розкладання за локалізованим базисом, що складається із зсувів вибраної базисної функції. В результаті на кожному кроці перетворення високочастотна складова послідовно розкладається за базисом функцій, розтягнутих

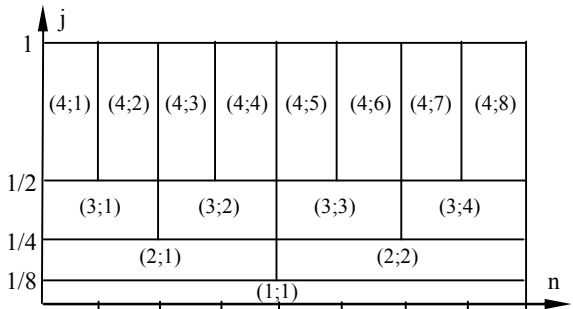


Рис. 1. Розкладання сигналу за базисом сплесків

вдовж часової осі в два рази в порівнянні з попереднім кроком. В результаті на площині $\varphi \times t$ (“частота” \times “час”) кожна базисна функція відповідає за свою прямокутну ділянку, але площі всіх таких ділянок є рівними. Як приклад, це відображено на рис. 1 для чотирьох рівнів масштабу частоти ($j = \overline{1,4}$) та восьми зсувів базисної функції ($n = \overline{1,8}$).

Таким чином, перетворення сплесків для одномірного сигналу складається з його розкладання за ієрархічним базисом, сконструйованим із солітоноподібних функцій за допомогою їх масштабних перетворень і зсувів. У відмінності від традиційного перетворення Фур'є при

розкладанні за базисом сплесків забезпечується двовимірна розгортка досліджуваного одновимірного сигналу, при якій частота і час розглядаються як дві незалежні змінні.

Для подальшого розглядання введемо позначення наступних лінійних функціональних просторів (2π -періодичних функцій та функцій, що розкладаються за експоненціальним базисом відповідно):

$$L^p(2\pi) = \left\{ y(t) \mid y(t) \in T(0;2\pi); \|y\|_p = \left(\int_{-\pi}^{\pi} |y(t)|^p dt \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p \leq \infty \right\}; \quad (1)$$

$$l^p = \left\{ x(t) \mid x(t) = \sum_{n \in Z} C_n e^{i \cdot n \cdot t}; \|x\|_p = \left(\sum_{n \in Z} |C_n|^p \right)^{1/p} \right\}. \quad (2)$$

У першому випадку належність до простору L^p повністю визначається поведінкою функції в часовій області. У другому випадку властивості функції характеризуються тільки її спектром або коефіцієнтами розкладання за вибраним базисом. За винятком випадку $p=2$ жоден вид простору L^p не може бути задовільно описаний в термінах, властивих простору l^p , тобто властивості нормованих просторів не можуть бути зведені до опису ні тільки в часовій, ні тільки в частотній областях.

Сформулюємо деякі поняття, які знадобляться для подальшого. Будь-яка функція $y(t) \in L^p(2\pi)$ із може бути представлена у вигляді ряду Фур'є

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i \cdot n \cdot t} \quad (3)$$

де
$$C_n = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} y(t) e^{i \cdot n \cdot t} dt. \quad (4)$$

Функції або синусоїдальні хвилі виду

$$w_n(t) = e^{i \cdot n \cdot t} \quad (5)$$

де $n \in Z$, утворюють ортонормований базис простору, побудований за допомогою масштабного перетворення функції $w(t) = e^{i \cdot t}$.

Таким чином, 2π -періодична і квадратично інтегрована функція може бути представлена за допомогою суперпозиції масштабних перетворень однієї базисної функції $w(t)$.

Розглянемо тепер простір $L_2(R)$, тобто простір функцій $z(t)$, які визначені на всій дійсній осі $R(-\infty, \infty)$ і мають кінцеву квадратичну норму

$$\|z(t)\| = \int_{-\infty}^{\infty} |z(t)|^2 dt < \infty.$$

Функціональні простори $L^2(0,2\pi)$ і $L^2(\mathbb{R})$ суттєво різні. Зокрема, локальне середнє значення кожної функції із $L^2(\mathbb{R})$ повинно наближатися до нуля на $\pm\infty$, а базисні функції простору тим паче повинні наближатися до нуля на $\pm\infty$, на відміну від функцій простору $L^2(0,2\pi)$.

2. Вибір ортогонального базису. Побудова ортогонального базису в просторі функцій $L^2(\mathbb{R})$ починається з вибору масштабуючої функції $\psi(x)$. Замикання за нормою $L^2(\mathbb{R})$ лінійної оболонки цілочисельних зсувів цієї функції є підпростором масштабу 1:

$$V_0 = [\psi_{0n}(t) = \psi(t-n)]_{n \in \mathbb{Z}} = \left\{ \sum_{n \in \mathbb{Z}} C_{0n} \psi_{0n} \mid \sum_{n \in \mathbb{Z}} |C_{0n}|^2 < \infty \right\}. \quad (6)$$

Для підпростору V_0 масштабуючі функції мають такий вигляд, як наведено на рис. 2. Для побудови моделі трафіку потрібні підпростори функцій різних масштабів. Ці підпростори можна визначити на основі перетворень зсуву і стиску масштабуючих функцій (рис. 2) таким чином:

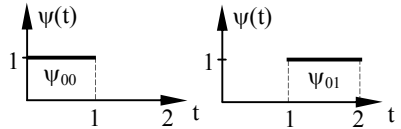


Рис. 2. Масштабуючі функції V_0

$$\psi_{m,n}(t) = a_0^{-m/2} \psi(a_0^{-m} \cdot t - b_{0n}) \quad (7)$$

або

$$\psi_{m,n}(t) = a_0^{m/2} \psi(a_0^m \cdot t - b_{0n}). \quad (8)$$

Вибір варіанту перетворення (7) або (8) залежить від характеру даного завдання і визначається зручністю представлення початкових даних в досліджуваній вибірці. Широкого поширення при обробці трафіка [16, 17] набув найбільш простий варіант перетворення типу (8) при $a_0=2$ і $b_0=1$. За допомогою цього перетворення можна побудувати послідовність вкладених підпросторів наступного вигляду:

$$\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}} = \left\{ V_j = [\psi_{jn}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - n)]_{n \in \mathbb{Z}} \right\},$$

де V_j – підпростір масштабу 2^{-j} (тому, що індекс j може мати різні знаки, коефіцієнт 2^{-j} може бути як більше, так і менше одиниці).

Послідовність $\{\psi_{jn}\}_{n \in \mathbb{Z}}$ утворює ортонормований базис в підпросторі V_j .

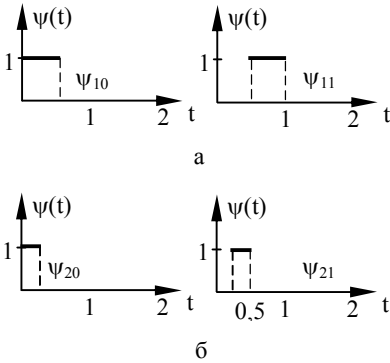


Рис. 2. Масштабуючі функції для підпросторів: а – V_1 ; б – V_2

Як приклад, на рис. 3 наведені базисні функції для підпросторів V_1 і V_2 .

Вочевидь, що $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \emptyset$, а замикання підпросторів V_j за нормою утворює простір, тобто

$$\overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2(\mathbb{R}). \quad (9)$$

Однак, хоча $V_j \subseteq V_{j+1}$, але ортонормований базис $\{\psi_{jn}\}_{n \in \mathbb{Z}}$ в V_j не є

частиною базису в підпросторі V_{j+1} .

З метою побудови базису для перетворення сплесків розглянемо пряму суму підпросторів вигляду

$$V_1 = V_0 \oplus W_0 \quad (10)$$

де W_0 – ортогональне доповнення V_0 до V_1 .

Базис V_0 складається із цілочисельних зсувів функції ψ_{00} , а базис V_1 – із зсувів на $n/2$ ($n \in \mathbb{Z}$) функції $\psi_1(t)$ ($\psi_1(t) = \psi_1(t - n/2)$). Тому базис W_0 визначають за допомогою функції φ , цілочисельні зсуви якої утворюють ортонормовану послідовність.

Для масштабуючої функції вигляду

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, 1]; \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

за таку функцію φ можна взяти, наприклад, сплеск Хаара

$$\varphi(t) = \varphi^H(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, 0.5]; \\ -1, & t \in [0.5, 1]; \\ 0, & \text{в інших випадках,} \end{cases}$$

який визначає базис цілочисельних зсувів масштабу 1 в просторі W_0 .

Цю властивість для підпростору W_0 можна записати у вигляді співвідношення

$$W_0 = [\varphi_{0n}(t) = \varphi(t - n)]_{n \in \mathbb{Z}}.$$

Аналогічним чином при розгляданні прямої суми $V_2 = V \oplus W_1$ будується базис для підпростору W_1 .

Функції, що його складають, представлені на рис. 4.

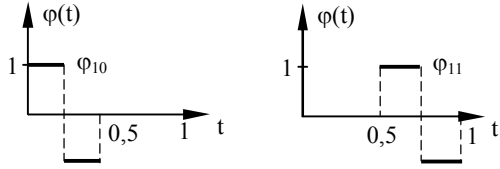


Рис. 4. Ортогональний базис підпростору W_1

Якщо визначити підпростори вищих порядків як $W_j = \left[\varphi_{jn}(t) := 2^{j/2} \varphi(2^j t - n) \right]_{n \in \mathbb{Z}}$, то буде виконуватись рівність

$$V_j \oplus W_j = V_{j+1}. \quad (11)$$

В результаті одержимо

$$L^2(\mathbb{R}) = \bigoplus_{j=-\infty}^{\infty} W_j. \quad (12)$$

Оскільки підпростори W_j взаємно ортогональні, то сукупність їх базисів утворює ортонормований базис $\{\varphi_{jn}\}_{j \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}}$ і в просторі $L^2(\mathbb{R})$.

3. Розкладання мережного трафіка. Оскільки трафік в комп'ютерних мережах вимірюється із обмеженою роздільною здатністю, то доцільно замінити $\bigoplus_{j=-\infty}^{\infty} W_j$ на V_0 . В цьому випадку замість (9) можна записати

$$L^2(\mathbb{R}) = V_0 \oplus \left\{ \bigoplus_{j=0}^{\infty} W_j \right\}. \quad (13)$$

Іншими словами, ортогональний базис $L^2(\mathbb{R})$ складається з цілочисельних зсувів функцій масштабу 1 $\{\psi_{0n}\}_{n \in \mathbb{Z}}$ і сплесків $\{\varphi_{jn}\}_{j \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}, j \geq 0}$.

В результаті будь-яку функцію з $L^2(\mathbb{R})$, у тому числі і трафік в досліджуваній мережі, можна розкласти в ряд за базисом сплесків

$$\begin{aligned} z(t) &= \sum_{j \in \mathbb{Z}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} W_{jn} \varphi_{jn}(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} U_{0n} \psi_{0n}(t) + \sum_{j=n \in \mathbb{Z}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} W_{jn} \varphi_{jn}(t) = \\ &= U_0 + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n \in \mathbb{Z}} W_{jn} \varphi_{jn}(t), \end{aligned} \quad (14)$$

де $U_0 = \sum_{n \in \mathbb{Z}} U_{0n} \psi_{0n}(t)$ – функція із підпростору функцій одиничного масштабу, коефіцієнти U_{0n} якої представляють розкладання трафіку з роз-

дільною здатністю «одна точка на 2^n точок аналізованого трафіку». Враховуючи дискретний характер вимірювання значень $z(t)$, проведемо ренормалізацію часового аргументу, при якій $t \in [0, 1]$. Вибираючи індекс часового зсуву n , що змінюється кратно ступеню 2, відмітимо, що в розкладанні (14) використовуватимуться тільки ті індекси j і n , для яких область зміни функції сплеску $(n \cdot 2^{-j}; (n+1) \cdot 2^{-j})$ перетинається з аналізним інтервалом зміни $z(t)$, наприклад $[a, b]$. Таким чином, часткова сума ряду (14) за $j = \overline{0, N}$ є наближенням трафіка з точністю завдання масштабу вимірювань 2^{-N-1} .

Тому для ренормалізованого значення аргументу $x \in L^2[0,1]$ маємо

$$z(t) = U_{0n} + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{2^j-1} W_{jn} \varphi_{jn}(t). \quad (15)$$

Відмітимо, що після виконання масштабного перетворення базису норма $\varphi(2^j t)$ буде дорівнювати

$$\begin{aligned} \|\varphi(2^j t)\|_2 &= \left(\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(2^j t) \cdot \varphi(2^j t) dt \right)^{1/2} = \\ &= \left(\int_{-\infty}^{\infty} 2^{-j} \cdot \varphi^2(2^j t) d(2^j t) \right)^{1/2} = 2^{-j/2} \|\varphi(t)\|_2. \end{aligned}$$

Враховуючи, що зсув не змінює величини введеної норми функції, одержимо, що

$$\|\varphi(2^j t - k)\|_2 = 2^{-j/2} \|\varphi(t)\|_2. \quad (16)$$

Таким чином, якщо $\varphi(t) \in L^2(\mathbb{R})$ має одиничну норму, то всі функції $\{\varphi_{jk}\}$ вигляду

$$\varphi_{jk}(t) = 2^{j/2} \varphi(2^j t - k), \quad j, k \in \mathbb{Z}$$

характеризуються тим, що $\|\varphi_{jk}\|_2 = \|\varphi\|_2 = 1$. При цьому, якщо сімейство $\{\varphi_{jk}\}$ утворює ортонормований базис функціонального простору $L^2(\mathbb{R})$, то кожна функція $f \in L^2(\mathbb{R})$ може бути представлена у вигляді ряду

$$f(t) = \sum_{j,k=-\infty}^{\infty} W_{jk} \varphi_{jk}(t).$$

Із сімейства функцій $\varphi(t)$, які задовольняють всім перерахованим вище вимогам, виділимо функцію Хаара $\varphi^H(t)$.

Введемо операцію зсуву за допомогою формули

$$\varphi_{jk}^H(t) = \varphi^H(2^j \cdot t - k), \quad j, k \in I.$$

Тоді будь-які дві функції φ_{jk}^H і φ_{lm}^H утворюють базис в $L^2(\mathbb{R})$.

Розглянемо локальні усереднення значень трафіка з лівого краю інтервалу $(k \cdot 2^{-j}; (k+1) \cdot 2^{-j})$. Значення індексу $j=0$ відповідає найбільш грубій шкалі спостереження за трафіком, що у разі його розгляду для ренормалізованого часового аргументу відповідає інтервалу $[0,1]$. Варіації усереднених значень, які помітні лише при розгляді трафіка із розв'язувальною здатністю $j+1$, відображаються за допомогою коефіцієнтів $W_{j,k}$. Безпосередньою підстановкою перевіряється, що самі коефіцієнти перетворення сплесків у разі використання базису Хаара пов'язані такими рекурентними співвідношеннями:

$$U_{j,k} = 2^{-1/2}(U_{j+1,2k} + U_{j+1,2k+1}); \quad (17)$$

$$U_{j,k} = 2^{-1/2}(U_{j+1,2k} - U_{j+1,2k+1}). \quad (18)$$

Так, якщо досліджуваному процесу співставляються випадкові значення інтенсивності мережевого трафіка, то $X(t) \geq 0$, і тому всі усереднення на різних інтервалах спостереження значення також позитивні, отже $U_{j,k} \geq 0$. Це дозволяє сформулювати важливу для побудови моделі трафіка наступну теорему.

Теорема. Для того, щоб ряд (14) для будь-яких значень t був позитивним, необхідне і достатньо, щоб виконувалася умова

$$|W_{j,k}| \leq U_{j,k}. \quad (19)$$

Доведення. Необхідність виконання (19) виходить з наступного. Складаючи співвідношення (17) і (18), одержимо:

$$U_{j,k} + W_{j,k} = 2^{1/2} U_{j+1,2k};$$

$$U_{j,k} - W_{j,k} = 2^{1/2} U_{j+1,2k+1}.$$

Тому що для послідовних інтервалів спостереження позитивного сигналу значення $U_{j+1,2k}$ і $U_{j+1,2k+1}$ більше нуля, то

$$|U_{j,k}| > |W_{j,k}|,$$

що і є підтвердженням необхідності виконання умови (19).

Достатність цієї умови виходить з того, що із наступних нерівностей:

$$\begin{aligned} W_{j,k} &< U_{j,k} ; \\ -W_{j,k} &> -U_{j,k} , \end{aligned}$$

виходячи із рекурентних співвідношень (17) і (18), одержимо:

$$U_{j+1,2k} = 2^{-1/2} (U_{j,k} + W_{j,k}) ; \quad (20)$$

$$U_{j+1,2k+1} = 2^{-1/2} (U_{j,k} - W_{j,k}) . \quad (21)$$

Теорема доказана.

4. Побудова моделей. За умови збереження позитивності усереднених значень трафіка, коли даний інтервал стискається ($j \rightarrow \infty$), витікає, що самі значення трафіка задовольняють умові $z(t) > 0$. Враховуючи, що властивості статистичної самоподібності виявляються для центрованих випадкових процесів, використання наведених розкладань може дуже істотно розширити можливості побудови моделей процесів в комп'ютерних мережах.

Так, якщо для моделі трафіку умова (19) виконується автоматично, то це дозволяє досліджувати характеристики не тільки центрованих приростів мережевого навантаження, але і ідентифікувати масштабно-інваріантні характеристики самих потоків даних. В цьому випадку коефіцієнти розкладання (14) в моделі трафіку можуть бути зв'язані співвідношенням

$$W_{j,k} = a_{j,k} \cdot U_{j,k} \quad (22)$$

де $a_{j,k}$ – випадковий і рівномірно розподілений на інтервалі $[-1, 1]$ параметр моделі.

Такі фрактальні моделі на основі перетворення сплесків мають вигляд ряду (14) при виконанні умови (21) і виборі базисних функцій Хаара. Для спрощення обчислень значень $W_{j,k}$ можна не використовувати, а безпосередньо визначати суміжні коефіцієнти розкладання за формулами:

$$U_{j+1,2k} = (1 + a_{j,k}) 2^{-1/2} U_{j,k} ; \quad (23)$$

$$U_{j+1,2k+1} = (1 - a_{j,k}) 2^{-1/2} U_{j,k} . \quad (24)$$

В цьому випадку модельовані відліки трафіка обчислюються як

$$z^{(n)}(k) = 2^{-n/2} \cdot U_{n,k} , \quad k = 0, 2^n - 1 ,$$

а величина n визначає найвищу точність або найменший масштаб представлення модельованого трафіка.

Починаючи розрахунок з коефіцієнта $U_{0,0}$ і беручи до уваги бінарну структуру дерева коефіцієнтів, можна записати наступне:

$$U_{2,0} = (1+a_{1,0})2^{-1/2}U_{1,0} = 2^{-1}(1+a_{1,0})(1+a_{00})U_{00};$$

$$U_{2,1} = (1-a_{1,0})2^{-1/2}U_{1,0} = 2^{-1}(1-a_{1,0})(1-a_{00})U_{00}.$$

Продовжуючи розрахунки і враховуючи, що індекс зсуву k при переході на новий рівень точності представлення трафіка $j+1$ змінюється за вищенаведеними правилами, запишемо

$$U_{j,k_j} = 2^{-j/2}U_{00} \prod_{i=0}^{j-1} (1+(-1)^{k_j^i} a_{ik_j^i}), \quad (25)$$

де $k_j = \sum_{i=0}^{j-1} k_j^i 2^{j-1-i}$. Задаючи значення k_j^i , де $i = \overline{0, j}$, можна визначити значення k_i і далі всю «вітку» коефіцієнтів відповідного бінарного дерева від U_{00} до U_{j,k_j} .

Зрештою одержимо таку остаточно рівність:

$$x^{(n)}(k) = 2^{-n}U_{00} \prod_{i=0}^{n-1} (1+(-1)^{k_i} a_{ik_i}) = 2^{-n}U_{00} \prod_{j=0}^{n-1} (1+(-1)^{k_j} a_{(j)}), \quad (26)$$

де $a_{(j)}$ – випадкова змінна, розподіл якої відповідає моделі (22).

Відмітимо, що послідовність $x^{(n)}(k)$ не є стаціонарною в широкому сенсі. Із співвідношень (22) і (26) витікає, що моменти порядку q для суміжних рівнів масштабування $j-1$ і j зв'язані простим алгебраїчним співвідношенням

$$M\{U_{j-1,k}^q\} = M\{U_{j,k}^q\} \cdot 2^{q/2} M\{(1-a_{(j-1)})^q\}^{-1} \quad (27)$$

що дозволяє використовувати для формування моделі трафіка властивості статистичних моментів на різних інтервалах агрегації, причому, як показали дослідження, на площині «дисперсія – масштабний коефіцієнт перетворення» в подвійному логарифмічному масштабі емпіричні залежності можуть бути з високою точністю апроксимовані лінійними залежностями, нахил яких дозволяє оцінити параметр масштабної інваріантності досліджуваних процесів, а відмічений лінійний характер залежностей зберігається для різних інтервалів агрегації коефіцієнтів перетворення.

Висновки. Розглянутий метод дослідження фрактального мережного трафіка дозволяє досить швидко визначити межі зміни масштабних та частотних властивостей аналізованого процесу. Найбільш ефективні моделі будуються при використанні перетворення сплесків, зокрема із використанням функції Хаара. *Перспективним напрямом подальших*

досліджень є прогнозування трафіка на основі статистичних характеристик із врахуванням властивості масштабної інваріантності на базі розробленого підходу до побудови трафікової моделі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Стеклов В.К., Беркман Л.Н. Телекомунікаційні мережі. – К.: Техніка, 2001. – 392 с.
2. Столлингс В. Современные компьютерные сети. – С.-Пб.: Питер, 2003. – 784 с.
3. Кучук Г.А. Фрактальный гауссовский шум в трафиковых трассах // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вып. 3. – С. 91 – 99.
4. Zaborovsky V., Yegorov S. Traffic models and Management in High-Speed Networks // Proceedings of International Conference on Informatics and Control. – St.-P. – 1997. – P. 231 – 240.
5. Кучук Г.А. Моделирование трафика изолированного пульсирующего источника // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вып. 1. – С. 168 – 173
6. Leland W., Taqqu M., Willinger W. On the self-similar nature of IP-traffic // IEEE/ACM Transactions on Networking. – 1997. – № 3. – P. 423 – 431.
7. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. – М.: Триумф, 2003. – 528 с.
8. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: Ин-т комп. исследований, 2002. – 656 с.
9. Gusella R. Characterizing the variability of arrival processes with indices of dispersion // IEEE Journal on Selected Areas in Comm. – 1991. – № 9 (2). – P. 968 – 981.
10. Королев А.В., Кучук Г.А., Пашнев А.А. Управление сетевыми ресурсами. – Х.: ХВУ, 2004. – 224 с.
11. Кучук Г.А. Метод оценки характеристик АТМ-трафика // Информационно-перевозочные системы на железнодорожном транспорте. – 2003. – № 6 (44). – С. 25 – 29.
12. Кучук Г.А. Минимизация загрузки каналов связи вычислительной сети // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 1998. – Вып. 1(5). – С. 149-154.
13. Кучук Г.А. Оценка адекватности сплайновой интерполяции трафика широкополосной цифровой сети интегрального обслуживания // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ, 2004. – Вып. 5. – С. 149 – 153.
14. Уэлстид С. Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений в действии. – М.: Триумф, 2003. – 320 с.
15. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и условия применения // Успехи физических наук. – 1998. – Т. 166, № 11. – С. 1145 – 1170.
16. Кучук Г.А. Побудова черги при самоподібному трафіку // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ, 2004. – Вып. 6. – С. 134 – 137.
17. Шелухин О.И., Тенякиев А.М., Осин А.В./ Фрактальные процессы в телекоммуникациях. – М.: радиотехника, 2003. – 480 с.

Надійшла 11.05.2005

Рецензент: доктор технічних наук, професор В.А. Краснобаєв,
Харківський національний технічний університет сільського господарства.