

ГАРМОНИЧЕСКИЙ УДВОИТЕЛЬ ЧАСТОТЫ С ФАЗОВОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ В РЕЖИМЕ КОЛЕБАНИЙ ВТОРОГО РОДА

В.В. Рапин, С.В. Хуторненко, В.Н. Савченко
(Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков)

В работе представлено приближенное аналитическое решение укороченных уравнений синхронизированного автогенератора (АГ) с фазовой обратной связью (ФОС), работающего в режиме удвоения частоты. Это позволяет получать простые и достаточно точные выражения для проектирования гармонических удвоителей частоты и их систем.

синхронизированный автогенератор, фазовая обратная связь, гармонические удвоители

Постановка проблемы. Применение режима колебаний второго рода является предпочтительным для удвоителей частоты, поскольку в этом случае увеличивается выходное сопротивление усилительного элемента АГ, что ведет к увеличению добротности контура. Дальнейшее совершенствование характеристик устройств с использованием АГ с ФОС, сдерживается отсутствием простых и достаточно точных соотношений, характеризующих взаимосвязь параметров схемы и сигнала синхронизации с параметрами колебаний.

Обзор литературы. Синхронизированные одноконтурные LC-АГ вообще и они же в качестве удвоителей частоты гармонических сигналов широко используются не только как источники колебаний, но и при обработке сигналов [1 – 4]. Возможности синхронизированных АГ существенно расширяются, с введением ФОС [5]. Попытка получить аналитическую модель АГ следящего фильтра с ФОС на основе решения укороченных уравнений дана в [6].

Цель статьи. Целью статьи является решение укороченных уравнений гармонического удвоителя частоты на базе одноконтурного LC-АГ с ФОС, работающего в режиме колебаний второго рода, аналитическим методом.

1. Математическая модель АГ в режиме удвоения частоты с ФОС. Пусть внешний сигнал имеет вид $e_v = E_v \cos(\omega_c t + \varphi_c)$. Тогда после формирования ФОС согласно [7] непосредственный сигнал,

синхронизирующий колебания одноконтурного LC-АГ с трансформаторной обратной связью (ОС) (рис. 1), записывается следующим образом $e = E \cos(\omega_c t + \psi)$, где фаза описывается разными выражениями в зависимости от типа ОС. Основное уравнение такого АГ:

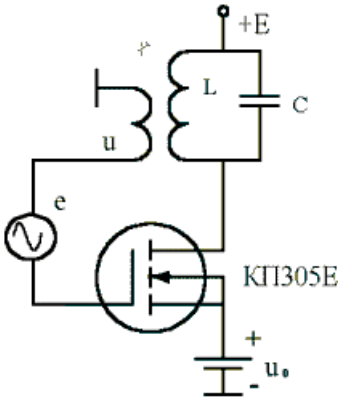


Рис. 1. Удвоитель частоты

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} + \frac{\omega_0}{\omega_r} k R \delta_k \frac{d}{d\tau} \left(\frac{u}{kR} - i \right) + \frac{\omega_0^2}{\omega_r^2} u = 0,$$

где $\tau = \omega_r t$; u – напряжение положительной ОС (на входе усилительного элемента автогенератора); i – его ток; R, ω_0 – резонансные сопротивление и частота контура; δ_k – его затухание; k – коэффициент положительной ОС; $\omega_r = 2\omega_c$ – частота генерирования.

Нелинейную характеристику усилительного элемента АГ аппроксимируем полиномом

$$i = a_0 + a_1 u_y + a_2 u_y^2 + a_3 u_y^3 + a_4 u_y^4 + a_5 u_y^5 + a_6 u_y^6,$$

где $u_y = u + e + u_0$, u_0 – фиксированное смещение. Считаем, что контур АГ имеет высокую добротность, а фаза сигнала синхронизации является медленно меняющейся функцией, также как амплитуда и фаза колебаний. Тогда решением уравнения, является $u = A \cos(\omega_r t + \varphi)$. Используя метод усреднения, получим укороченные уравнения для малых сигналов синхронизации, имеющие вид

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2} (b_0 y^5 + b_1 y^3 + b_2 y) &= \frac{\varepsilon}{2} B_{1(y)} \cos(K\theta^0); \\ \frac{d\theta^0}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2} B_{2(y)} \sin(K\theta^0) &= -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - 2 \frac{d\varphi_c}{d\tau}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\theta = \varphi - 2\varphi_c$; $\varepsilon = \delta_k \alpha$ – малый параметр; $y = A/A_0$ – безразмерная амплитуда; A_0 и A – амплитуды колебаний в автономном режиме и в режиме синхронизации; $\Delta\omega/\omega_0 = (2\omega_c - \omega_0)/\omega_0 \ll 1$; $K = 2b + 1$ для отрицательной ФОС, b – целые положительные числа определяют порядок ФОС, $b_0, b_1, b_2, B_{1(y)}$ и $B_{2(y)}$ коэффициенты, зависящие от режима работы АГ; $\alpha = (kR\alpha_0 - 1) > 0$;

$$\alpha_0 = a_1 + 2a_2u_0 + 3a_3u_0^2 + 4a_4u_0^3 + 5a_5u_0^4 + 6a_6u_0^5;$$

параметры:

$$\begin{aligned} \beta_0 &= a_2 + 3a_3u_0 + 6a_4u_0^2 + 10a_5u_0^3 + 15a_6u_0^4; \\ \gamma_0 &= a_3 + 4a_4u_0 + 10a_5u_0^2 + 20a_6u_0^3; \quad \delta_0 = a_4 + 5a_5u_0 + 15a_6u_0^2; \\ f_0 &= a_5 + 6a_6u_0; \quad g_0 = a_6; \quad \beta = \beta_0/\alpha_0'; \quad \gamma = \gamma_0/\alpha_0'; \quad \delta = \delta_0/\alpha_0'; \\ f &= f_0/\alpha_0'; \quad g = g_0/\alpha_0'; \quad \alpha_0' = 1/(kR) - \alpha_0. \end{aligned}$$

Уравнения (1) являются математической моделью синхронизированного одноконтурного LC-АГ с мягким самовозбуждением в режиме умножения частоты на два. Выражения для коэффициентов имеют вид:

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{5}{8}fA_0^4; \quad b_1 = \frac{3}{4}A_0^2(5fE^2 + \gamma); \quad b_2 = -1 + \frac{3}{2}\gamma E^2 + \frac{15}{8}fE^4; \\ B_{1(y)} &= B_1 + B_2y^2 + B_3y^4; \quad B_{2(y)} = -(B_4/y + B_5y + B_6y^3), \end{aligned}$$

где $B_1 = -B_4 = -\frac{E^2}{2A_0}(\beta + \delta E^2 + 15/16gE^4)$; $B_2 = -\frac{9}{4}E^2A_0(\delta + 5/2gE^2)$;

$$B_3 = -\frac{75}{16}gE^2A_0^3; \quad B_5 = \frac{3}{4}E^2A_0(\delta + 5/2gE^2); \quad B_6 = \frac{15}{16}gE^2A_0^3.$$

Исследования показывают, что колебания АГ Густойчивы. Допустим что $\theta^0 = 0$, если $\Delta\omega/\omega_0 = 0$, и сигнал синхронизации мал. Считаем, также, что АГ уже синхронизирован и меняется только частота и фаза сигнала синхронизации.

2. Решение укороченных уравнений. При решении, согласно [5, 6], полагаем, что $dy/d\tau = 0$. Тогда в результате вторичного укорочения получим:

$$\begin{aligned} b_0y^5 + b_1y^3 + b_2y &= B_{1(y)} \cos(K\theta^0); \\ \frac{d\theta^0}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2}B_{2(y)} \sin(K\theta^0) &= -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - 2\frac{d\varphi_c}{d\tau}. \end{aligned} \quad (2)$$

Решение этой системы представляет значительные трудности. Но поскольку интересующим параметром, как правило, является сдвиг фазы, то аппроксимацию уравнений (2) линейным дифференциальным уравнением проведем по этому параметру, для чего запишем их в иной форме:

$$\begin{aligned} b_0y^5 + b_1y^3 + b_2y &= B_{1(y)} \cos(K\theta^0); \\ \theta_b = \theta^0 &= 1/K \arcsin \left[-(\Delta\omega/\omega_0)_{\text{ЭН}} B_K / B_{(y)} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где $B_{(y)} = \frac{\varepsilon}{2} B_{2(y)}$, $B_K = B_{(y)}$ при $y = y_K$, y_K – значение безразмерной амплитуды колебаний на конце полосы синхронизации при $|\theta| = \pi/2$; $(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН} = (\Delta\omega/\omega_0)_Э / B_K$ – эквивалентная нормированная расстройка; $(\Delta\omega/\omega_0)_Э = (\Delta\omega/\omega_0 + 2d\varphi_c/dt + d\theta/dt)$ – эквивалентная расстройка. Легко видеть, что в полосе синхронизации $-1 \leq (\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН} \leq 1$. Система уравнений (3) описывает фазовую характеристику синхронизированного АГ $\theta = f[(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН}]$. Пусть $B_{2(y)} > 0$ тогда она симметрична относительно начала координат. В определенной части полосы синхронизации фазовая характеристика может быть аппроксимирована линейной функцией в виде

$$\theta_a = \theta^0 = -\frac{1}{K} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)_{ЭН} \frac{B_K}{B_0} / (1 - \Delta_c), \quad (4)$$

где $B_0 = \frac{\varepsilon}{2} B_{2(y_0)}$, y_0 – значение безразмерной амплитуды колебаний, которое находится из первого уравнения системы (3) при $\theta = 0$. При оптимальной аппроксимации абсолютные величины погрешностей в точке $(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН}^{(1)} = 0$ и некоторой другой точке $\left| (\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН}^{(2)} \right| < 1$ одинаковы.

Вычисляя их, получим

$$\delta\theta_a^{(1)} = (\theta_a^{(1)} - \theta_b^{(1)}) / \theta_b^{(1)} = \lim \left\{ -(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН} B_K / (B_0 K (1 - \Delta_c)) - \right. \\ \left. - 1 / K \arcsin(-(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН} B_K / B_{(y)}) \right\} / \\ / (1 / K \arcsin(-(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН} B_K / B_{(y)})) = 1 / (1 - \Delta_c) - 1 > 0,$$

$$\text{если } (\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН} \rightarrow 0;$$

$$\delta\theta_a^{(2)} = (\theta_a^{(2)} - \theta_b^{(2)}) / \theta_b^{(2)} = \left\{ -(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН}^{(2)} B_K / (B_0 K (1 - \Delta_c)) - 1 / \right. \\ \left. / K \arcsin(-(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН}^{(2)} B_K / B_{(y)}) \right\} / (1 / K \arcsin(-(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН}^{(2)} B_K / B_{(y)})) = \\ = [-(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН}^{(2)} B_K / (B_0 K / (1 - \Delta_c))] / \theta^{0(2)} - 1 < 0.$$

Величину Δ_c определяем из равенства $\delta\theta_a^{(1)} = -\delta\theta_a^{(2)}$. Тогда

$$\Delta_c = \left[1 + \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)_{ЭН}^{(2)} \frac{B_K}{B_0 K} / \theta^{0(2)} \right] / 2.$$

$\theta^{0(2)}$ фазовый сдвиг, соответствующий расстройке $(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН}^{(2)}$, определяемый по фазовой характеристике. Максимальное значение $\Delta_c = 0,182$ имеет место для самых малых сигналов синхронизации, когда

$B_K/B_0 \approx 1$, и диапазона частотных расстроек, в котором производится аппроксимация, равному полюсе синхронизации. Далее, подставляя в выражение (4) соотношение для $(\Delta\omega/\omega_0)_{\text{ЭН}}$, имеем

$$\frac{d\theta}{d\tau} + B_0 K(1 - \Delta_c) \theta = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - 2 \frac{d\varphi_c}{d\tau}. \quad (6)$$

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В работе приведено решение укороченных уравнений гармонического удвоителя частоты на базе синхронизированного одноконтурного LC- АГ с ФОС, работающего в режиме колебаний второго рода, методом линейной аппроксимации. Аппроксимация осуществлялась по сдвигу фазы колебаний. Это позволило производить качественный анализ решений, выявлять физическую сущность исследуемых явлений и создавать простые и достаточно точные методики проектирования гармонических удвоителей частоты и их систем. Линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами легко решается, в отличие от укороченных уравнений (1), позволяет исследовать синхронизированные АГ и их системы и получать простые и достаточно точные выражения, характеризующие взаимосвязь параметров схемы и сигнала синхронизации с параметрами колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Демьянченко Г. Синхронизация генераторов гармонических колебаний. – М.: Энергия, 1976. – 240 с.
2. Daikoku K., Mizushima Y., *Properties of Injection Locking in Linear Oscillator. – International Journal of Electronic. – 1971. – Vol. 31, № 3. – P. 279 – 292.*
3. Болотнев В.В. Функциональные преобразователи на основе связанных генераторов. – М.: Радио и связь, 198. – 87 с.
4. Полулях К.С. Резонансные методы измерений. – М.: Энергия, 1980. – 120 с.
5. Rapin V. *Synchronized oscillators with the phase negative feedback // IEEE Transactions. Circuits and Systems. – 2002. – CAS-49, № 8. – P. 1242 – 1245.*
6. Рапін В.В., Хуторненко С.В. Розробка математичної моделі автогенераторного відслідковуючого фільтру // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС. – 2005. – Вип. 1 (41). – С. 75 – 80.
7. Рапін В.В. Формирование фазовой обратной связи в неавтономных квази-гармонических динамических системах // Всеукраинский межведомственный научно-технический сборник “Радиотехника”. – 2002. – Вып. 130. – С. 178 – 181.

Поступила 12.06.2005

Рецензент: доктор технических наук, профессор В.Д. Сахацкий,
Украинская инженерно-педагогическая академия.