

УДК 535.42

Л.Ф. Купченко, А.С. Рыбьяк, О.В. Ефимова

*Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков*

## СВОЙСТВА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВТОРОГО ПОРЯДКА БРЭГГОВСКОЙ ДИФРАКЦИИ В ПРОМЕЖУТОЧНОМ РЕЖИМЕ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СВЕТА С УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНОЙ ПОД ДВОЙНЫМ УГЛОМ БРЭГГА

*Исследуются селективные свойства пространственных составляющих второго порядка при взаимодействии света и звука под двойным углом Брэгга в промежуточном режиме дифракции. Значения дифракционной эффективности определялись с помощью численного решения системы связанных дифференциальных уравнений Рамана-Ната методом непрерывных дробей. Приведены результаты вычислений дифракционной эффективности составляющих первого и второго порядков от частоты ультразвука при различных значениях волнового параметра.*

**Ключевые слова:** акустооптика, второй порядок брэгговской дифракции, промежуточный режим дифракции.

### Введение

Настоящая статья является продолжением работы [1], в которой обсуждается выбор условий взаимодействия света с ультразвуковой волной для акустооптических спектроанализаторов радиотехнических сигналов, использующих брэгговские резонансы второго порядка. Установлено, что в промежуточном режиме, когда одновременно существуют составляющие первого и второго порядков брэгговской дифракции существует такой режим акустооптического взаимодействия, при котором величина дифракционной эффективности первого порядка минимальна. Показано, что в промежуточном режиме при выполнении условий второго брэгговского резонанса происходит расширение полосы частот, в пределах которого выполняются условия брэгговского синхронизма. Однако в этой работе отсутствуют количественные оценки селективных свойств пространственных составляющих второго порядка в промежуточном режиме. В настоящей работе исследуются зависимость дифракционной эффективности пространственных компонент второго порядка от частоты ультразвука при выполнении условий второго брэгговского резонанса и проведена сравнительная оценка селективных характеристик для традиционных условий взаимодействия – первый брэгговский резонанс.

### Постановка задачи

Большинство работ, посвященных исследованию акустооптического взаимодействия, связаны с изучением брэгговского режима дифракции, который реализуется при взаимодействии света с ультразвуковой волной под углом Брэгга, причем наиболее существенными при этом оказываются пространственные компоненты первого или минус первого порядка [2, 3].

В работе [4] с использованием метода непрерывных дробей получены аналитические выражения для составляющих первого, второго и третьего порядков дифракции. Показано, что величина этих составляющих может быть соизмерима с величиной падающего на звуковую волну светового излучения, если взаимодействие происходит под углами кратными углу Брэгга  $\theta_B$ ,  $2\theta_B$ ,  $3\theta_B$  и т.д. Определены условия, при которых амплитуда составляющих высших порядков максимальна и по величине соизмерима с амплитудой падающего излучения. Эти условия получили название брэгговских резонансов первого, второго и третьего порядков [5].

Высшие порядки обладают большей угловой дисперсией, что позволяет в результате их использования повысить разрешающую способность акустооптических устройств спектрального анализа радиотехнических сигналов. Исследования показали, что образование дифракционных составляющих высших порядков обусловлено многократным рассеянием света на ультразвуковой волне и поэтому они обладают большей угловой и спектральной селективностями, что ограничивает диапазон анализируемых частот [5].

Однако в ряде случаев наряду с высокой разрешающей способностью возникает необходимость полосу анализируемых частот сделать как можно шире, что возможно обеспечить, изменив условия взаимодействия света с ультразвуковой волной, в частности использовать промежуточный режим дифракции.

При объемном взаимодействии света с периодическими структурами, в том числе, созданных ультразвуковой волной, различают три режима дифракции. Обычно считают, что режим брэгговской дифракции проявляется, когда волновой параметр  $Q \geq 4\pi$ , а режим Рамана-Ната при  $Q \leq 0,3$

( $Q = k_0^2 l / k$ , где  $k$  и  $k_0$  – волновые числа звуковой и световой волн соответственно,  $l$  – длина взаимодействия. Переходная область, где  $0,3 \leq Q \leq 4\pi$  – промежуточный режим.

Промежуточный режим дифракции характеризуется, во-первых, снижением селективности брэгговского синхронизма и может быть реализован путем уменьшения частоты ультразвука или длины взаимодействия. Во-вторых, в промежуточном режиме реализуется многоволновый режим, когда помимо основных пространственных компонент дифрагированных полей первого и нулевого порядков присутствуют составляющие и других порядков. В простейшем случае возникают три пространственные составляющие светового поля с амплитудами  $E_0$ ,  $E_1$  и  $E_{-1}$ .

В работе [1], по-видимому, впервые изучаются свойства промежуточного режима дифракции вблизи второго брэгговского резонанса. Определено, что в промежуточном режиме дифракции света на ультразвуковой волне под двойным углом Брэгга следует считать трехволновый режим, когда основными дифракционными порядками являются нулевой и второй, а дополнительным – первый. Установлено, что в промежуточном режиме дифракции, при взаимодействии света и звука под двойным углом Брэгга, при некоторых значениях частоты ультразвука и амплитуды ультразвуковых колебаний существуют такие условия взаимодействия, при которых амплитуда дифракционных составляющих второго порядка максимальна, а первого – минимально. Однако в работе отсутствуют исследования селективных свойств составляющих второго порядка дифракции при взаимодействии световой и ультразвуковой волн в промежуточном режиме от параметров акустооптического взаимодействия.

**Целью настоящей статьи** является изучение селективных свойств составляющих второго порядка дифракции при взаимодействии световой и ультразвуковой волн в промежуточном режиме вблизи второго брэгговского резонанса.

Аналитические выражения для пространственных составляющих дифракции, полученные при взаимодействии света с ультразвуком под углами кратными углу Брэгга, справедливы при малых значениях параметра Рытова ( $q \ll 1$ , где  $q = \Delta n / n_0 (k/k_0)^2$ ,  $\Delta n / n_0$  – относительное изменение коэффициента преломления среды в звуковом поле). В этом случае реализуется объемное взаимодействие и существенными являются составляющие нулевого и первого порядков [4]. В промежуточном режиме, при котором значение параметра Рытова  $q \leq 1$ , получить аналитические выражения сложно и следует использовать численные методы расчета.

В настоящей работе расчетные значения дифракционной эффективности определялись с помощью численного решения системы связанных дифференциальных уравнений Рамана-Ната для комплексных амплитуд пространственных дифракционных составляющих [6].

Методика основана на использовании метода непрерывных дробей, который предусматривает сведение системы дифференциальных уравнений к системе алгебраических уравнений с дальнейшим нахождением разрешенных направлений пространственных компонент и их амплитуд. Методика представляет собой дальнейшее развитие метода непрерывных дробей, которая не предполагает малость параметра Рытова ( $q \ll 1$ ) и не требует полного соблюдения условий брэгговского резонанса.

### Методика численного расчета

Методика численного расчета дифракционных компонент с использованием метода непрерывных дробей состоит в том, что дифференциально-разностные уравнения Рамана-Ната

$$\Psi'_n - (n^2 - nz) \Psi_n + q(\Psi_{n-1} + \Psi_{n+1}) = 0, \quad (1)$$

где  $n = 0; \pm 1; \pm 2 \dots$ ;  $\Psi' = d\Psi_n / d\tau$ ;  $\tau = iax$ ;

$a = k_0^2 / 2k \cos \theta$ , сводятся после введения параметра

$\Psi_n = A_n e^{\lambda \tau}$  ( $\lambda$  – дисперсионный параметр) к системе линейно алгебраических уравнений вида

$$\Lambda_n A_n + q(A_{n-1} + A_{n+1}) = 0, \quad (2)$$

где  $\Lambda_n = \lambda - n^2 + nz$ , а коэффициенты  $A_{\pm n}$  определяются рекуррентными формулами

$$A_{\pm n} = - \frac{q}{\Lambda_{\pm n} - \frac{q^2}{\Lambda_{\pm n+1} - \frac{q^2}{\Lambda_{\pm 2n+1}}}} A_{\pm n-1}. \quad (3)$$

Как следует из (3), на величину коэффициентов  $A_n$  непосредственно влияют смежные с ними составляющие  $A_{n\pm 1}$ . Поэтому при исследовании взаимодействия света с ультразвуковой волной под двойным углом Брэгга помимо основных составляющих  $A_2$  и  $A_0$  в промежуточном режиме следует учитывать составляющие  $A_1$ ,  $A_{-1}$ , и  $A_3$ . Тогда система уравнений (2) при выполнении условий брэгговского синхронизма ( $z = 2$ ) для составляющих второго порядка будет иметь следующий вид [5]:

$$\begin{aligned} (\lambda - 3)A_{-1} + qA_0 &= 0, \\ qA_{-1} + \lambda A_0 + qA_1 &= 0, \\ qA_0 + (\lambda + 1)A_1 + qA_2 &= 0, \\ qA_1 + \lambda A_2 + qA_3 &= 0, \\ qA_2 + (\lambda - 3)A_3 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Решая систему (4), найдем значения  $\lambda_j (j=1, \dots, 5)$ . Это означает, что каждая из комплексных амплитуд дифракционных порядков будет определяться пятью компонентами и может быть представлена в следующем виде:

$$E_n(x) = \psi_n(x) = \sum_{j=1}^5 A_{nj} e^{i\lambda_j \frac{k_0^2 x}{2k}}$$

где  $A_{nj} = A_0 T_{nj}$ , а коэффициенты  $T_{nj}$  находятся из системы уравнений (4) и для рассматриваемого случая определяются выражениями:

$$T_{-1,j} = -\frac{q}{\lambda_j - 1 - z},$$

$$T_{1,j} = -\frac{q}{\lambda_j - 1 + z - \frac{q^2}{\lambda_j - 4 + 2z - \frac{q^2}{\lambda_j - 9 + 3z}}},$$

$$T_{2,j} = -\frac{q}{\lambda_j - 4 + 2z - \frac{q^2}{\lambda_j - 9 + 3z}} T_{1,j},$$

$$T_{3,j} = -\frac{q}{\lambda_j - 9 + 3z} T_{2,j}.$$

Методика численного расчета амплитуды пространственной компоненты второго порядка позволяет получить достоверный результат для промежуточного режима акустооптического взаимодействия. Она учитывает многоволновый характер дифракции света на ультразвуковой волне, что позволяет использовать данную методику для изучения свойств пространственных составляющих как первого, так и второго порядков.

### Результаты исследований

Ниже приведены результаты численного расчета селективных свойств составляющих второго порядка дифракции при взаимодействии световой и ультразвуковой волн в промежуточном режиме дифракции вблизи второго брэгговского резонанса.

С использованием выше изложенной методики проведены расчеты и построены графики (рис. 1), иллюстрирующие зависимость нормированной дифракционной эффективности второго порядка ( $\eta_{2n} = |E_2/A|^2$ , где  $A$  – амплитуда падающей волны) от частоты ультразвука при изменении значений волнового параметра в достаточно широких пределах  $Q = 10 \dots 100$ .

Расчеты проведены при следующих параметрах акустооптического взаимодействия: среднее значение частоты ультразвука – 50 МГц; длина световой волны – 0,633 мкм; относительное изменение коэффициента преломления среды вызванное акустической волной  $\Delta n/n_0$  для первого резонанса составляла  $7 \cdot 10^{-6}$ , а для второго  $6 \cdot 10^{-5}$ ; значение длины взаимодействия изменялось от 0,09 до 1,7 см.

Из анализа амплитудно-частотных характеристик пространственных составляющих второго порядка следует, что с уменьшением волнового параметра  $Q$  (с приближением условий взаимодействия к промежуточному режиму) полоса возможных анализируемых частот увеличивается.

Для оценки достоверности полученных результатов с использованием этой методики вычислены амплитудно-частотные характеристики составляющих первого порядка ( $\eta_{1n} = |E_1/A|^2$ , где  $A$  – амплитуда падающей волны) при взаимодействии света и звука под углом Брэгга (рис. 2). Эти графики качественно совпадают с амплитудно-частотными характеристиками, полученными другими методами, например, в работе [7].

### Выводы

В статье исследуются частотные характеристики пространственных составляющих второго порядка при взаимодействии света и звука под двойным углом Брэгга в промежуточном режиме дифракции. Графики, иллюстрирующие зависимость дифракционной эффективности составляющих первого и второго порядков от частоты ультразвука при различ-

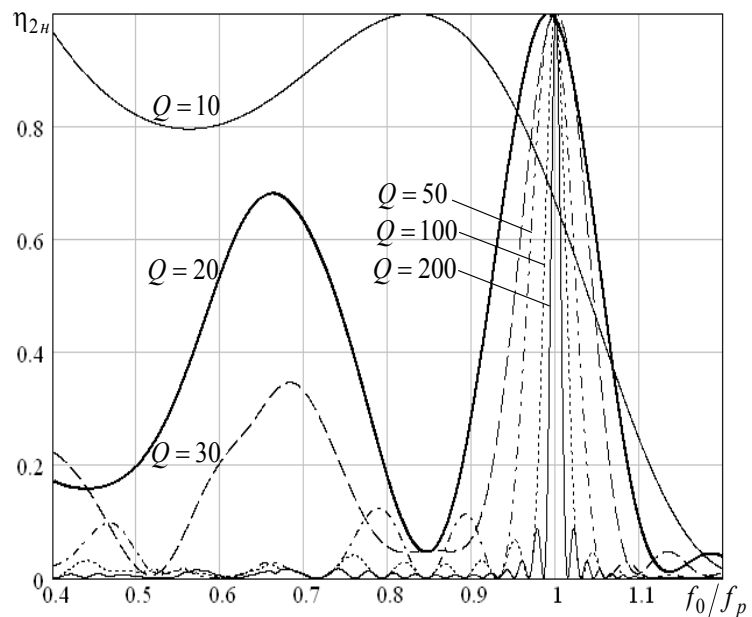


Рис. 1. Частотная зависимость нормированной дифракционной эффективности составляющей второго порядка при различных значениях волнового параметра

них значеннях хвильового параметра свідчать про те, що в проміжному режимі діапазон частот, в межах якого виконуються умови бреггівського резонансу, збільшується.

Отримані нормовані значення дифракційної ефективності при другому бреггівському резонансі можуть бути використані для визначення селективних властивостей акустооптичних процесорів на основі вторих порядків дифракції.

### Список литературы

1. Купченко Л.Ф., Плахов Ю.М. Ефимова О.В., и др. Выбор условий акустооптического взаимодействия для процессоров, использующих составляющие величины второго порядка брегговской дифракции / Л.Ф. Купченко, Ю.М. Плахов, О.В. Ефимова и др. // *Радиофизика и радиоастрономия*. – 2002. – Т. 7. №2. – С. 201 – 207.

2. Гуляев Ю.В. Дифракция света на звуке в твердых телах / Ю.В. Гуляев, В.В. Проклов, Г.Н. Шкердин // *Успехи физических наук*. – 1978. – Т. 124. вып. 1. – С. 161 – 111.

3. Борн М. Основы оптики. Изд. 2-е.: Пер. с англ. / М. Борн, Э. Вольф – М.: Наука, 1973. – 856 с.

4. Зильберман Г.Е. К теории дифракции света на ультразвуке / Г.Е. Зильберман, И.Н. Сидоров, Л.Ф. Купченко // *Радиотехника и электроника*. – 1982. – Т. 27. №2. – С. 241 – 247.

5. Акустооптические эффекты при сильном взаимодействии. Теория и эксперимент (Метод непрерывных дробей при решении акустооптических задач) Под ред. Л.Ф. Купченко: Монография. – Х.: ООО «ЭДЕНА» 2009. – 264 с.

6. Плахов Ю.М. Методика расчета рабочего режима акустооптического дисперсионного элемента /

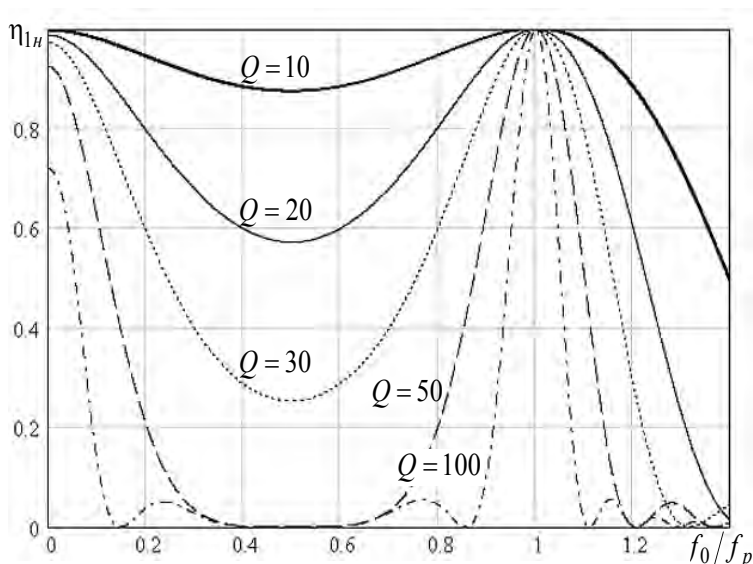


Рис. 2. Частотная зависимость нормированной дифракционной эффективности составляющей первого порядка при различных значениях волнового параметра

Ю.М. Плахов // *Система обработки информации*. – Х.: НАНУ, ХВУ, 1998. – С. 41 – 47.

7. Балакиш В.И. Физические основы акустооптики / В.И. Балакиш, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков. – М.: Радио и связь, 1985. – 280 с.

Поступила в редколлегию 5.03.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.И. Стрелков, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

### ВЛАСТИВОСТІ ПРОСТОРОВИХ СКЛАДОВИХ ДРУГОГО ПОРЯДКУ БРЕГГІВСЬКОЇ ДИФРАКЦІЇ В ПРОМІЖНОМУ РЕЖИМІ ДИФРАКЦІЇ ПРИ ВЗАЄМОДІЇ СВІТЛА З УЛЬТРАЗВУКОВОЮ ХВИЛЕЮ ПІД ПОДВІЙНИМ КУТОМ БРЕГГА

Л.Ф. Купченко, А.С. Рыб'як, О.В. Єфімова

Досліджуються селективні властивості просторових складових другого порядку при взаємодії світла і звуку під подвійним кутом Брега в проміжному режимі дифракції. Значення дифракційної ефективності визначалися за допомогою числового розв'язання системи зв'язаних диференціальних рівнянь Рамана-Ната методом неперервних дробів. Приведені результати обчислення дифракційної ефективності складових першого та другого порядків від частоти ультразвуку при різних значеннях хвильового параметру.

**Ключові слова:** акустооптика, другий порядок брегівської дифракції, проміжний режим дифракції.

### THE FEATURES OF SPACE COMPONENTS OF THE SECOND ORDER OF BRAGG'S DIFFRACTION IN INTERMEDIATE MODE WITH LIGHT-ULTRASONIC WAVE INTERACTION UNDER BRAGG'S DOUBLE ANGLE

L.F. Kupchenko, A.S. Ryb'yak, O.V. Efimova

The article treats selective qualities of the second order space components with light-sound interaction under Bragg's double angle in intermediate diffraction. The value of diffraction efficiency is estimated by mathematical calculation of the system of connected differential Raman-Nath equations using the method of continued fractions. There are given the results of the calculations of the diffraction efficiency for the components of the first and second orders dependent on ultrasonic frequency under the different values of wave parameter.

**Keywords:** acousto-optic, the second order of Bragg's diffraction, intermediate mode of diffraction.