

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕДОСТАВЛЕНИЯ ПРОГРАММИРУЕМЫХ УСЛУГ АБОНЕНТАМ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ**

К.О. Польщикова, О.О. Лаврут, В.А. Струць  
(Полтавский военный институт связи)

*В статье изложены научные результаты, полученные при разработке математической модели процесса предоставления программируемых услуг в телекоммуникационной сети.*

***математическая модель, процесс предоставления программируемых услуг, телекоммуникационная сеть***

Стремительное развитие средств связи и вычислительной техники способствовало появлению нового класса сетей – телекоммуникационных сетей с программируемыми услугами. Их главной отличительной чертой является отделение функций управления услугами от функций коммутации. Характерными примерами сетей с программируемыми услугами являются интеллектуальные сети связи, сети мобильной связи, а также мультисервисные сети или сети нового поколения (NGN). Концепция построения таких сетей положена в основу новой архитектуры сетевого информационного обеспечения систем связи (Telecommunications Information Networking Architecture, TINA) [1]. Любая сеть, которая способна предоставлять программируемые услуги, обязательно содержит элемент, обеспечивающий доступ абонентов сети к этим услугам – узел коммутации услуг.

Высокий спрос на программируемые услуги и ограниченность канальных ресурсов телекоммуникационной сети являются причинами перегрузок, при которых сеть не справляется с удовлетворением информационных потребностей всех пользователей [2]. Вследствие этого понижается эффективность предоставления услуг, меньшую прибыль получает оператор сети. Возникает актуальная научно-техническая задача управления распределением ресурсов сети с программируемыми услугами. Анализ научных работ и литературы показывает, что данным вопросам уделяется недостаточно внимания.

Одним из методов, позволяющих повысить эффективность функционирования сети с программируемыми услугами, является метод, при котором в узле коммутации услуг в зависимости от интенсивности поступ-

ления заявок от абонентов сети устанавливается рациональное значение  $m_i^*$  емкости буферной памяти. Для определения  $m_i^*$  необходимо вывести расчетные выражения, отражающие зависимость параметров, характеризующих эффективность обслуживания абонентов сети, от величины  $m$  – максимального количества заявок на программируемые услуги, которое может разместиться в очереди на обслуживание, т.е. от емкости буферной памяти в узле коммутации услуг. Получить указанные выражения удалось с помощью применения аналитического моделирования.

**Целью данной статьи** является изложение научных результатов, полученных при разработке математической модели процесса предоставления программируемых услуг в телекоммуникационной сети.

**Постановка задачи.** Рассмотрим процесс обслуживания абонентов телекоммуникационной сети с программируемыми услугами. В общем случае интенсивность поступления заявок на услуги зависит от текущего момента времени. Так, например, в разное время суток эта интенсивность будет разной. Будем считать, что определенное время наблюдения, например сутки, можно разбить на такие интервалы длительностью  $\tau_i$  ( $i$  – номер интервала), в течение которых интенсивность поступления заявок на услуги не зависит от времени, т.е. процесс является стационарным. Тогда в пределах каждого отдельного  $i$ -го интервала заявки на услуги поступают в сеть с интенсивностью  $\lambda_i$ .

Пусть каждый канал сети характеризуется интенсивностью обслуживания заявок  $\mu$ . Поступающие на узел коммутации услуги заявки на программируемые услуги в случае занятости всех каналов становятся в очередь на обслуживание, записываясь в буферную память узла коммутации услуг. Установленное значение емкости этой памяти напрямую влияет на эффективность работы сети. Увеличение емкости буферной памяти, с одной стороны, улучшает эффективность обслуживания абонентов, т.к. в этом случае большее количество заявок  $m$  может находиться в очереди и меньшему числу абонентов будет отказано в обслуживании.

С другой стороны, чем больше значение  $m$ , тем дольше абонентам придется ждать обслуживания своих заявок, находящихся в очереди, что отрицательно влияет на эффективность обслуживания.

Необходимо вывести соотношения, позволяющие определить значения параметров, характеризующих эффективность обслуживания абонентов сети, получаемые в зависимости от установленного в узле коммутации услуг значения  $m$ .

Полученные результаты можно будет использовать для расчета рационального значения  $m_i^*$ , установление которого в узле коммутации

услуг приведет к функционированию сети с наибольшей эффективностью, т.е. к получению оператором максимальной прибыли.

**Предлагаемое решение задачи.** Для решения данной задачи предлагается разработать математическую модель процесса предоставления программируемых услуг одному из абонентов с использованием аналитического аппарата вероятностно-временных графов (ВВГ).

Поступившая в узел коммутации услуг заявка на программируемую услугу может быть не обслужена по двум причинам. Во-первых, заявке будет отказано в обслуживании, если буферная память узла коммутации услуг будет переполнена другими заявками, находящимися в очереди на обслуживание (событие  $\Pi$ ). Вероятность такого события на  $i$ -ом интервале времени обозначим  $P_{\Pi i}$ . Во-вторых, абонент может отказаться от получения услуги по собственной инициативе из-за чрезмерно длительного ожидания обслуживания своей заявки. Такое событие произойдет, если время ожидания  $t_{ож}$  абонентом обслуживания своей заявки, находящейся в очереди, превысит допустимое время ожидания  $T_{доп}$  (событие  $B$ ). Вероятность этого события  $i$ -ом интервале времени обозначим  $P_{B i}$ .

Абонент пользуется услугами оператора сети (сотрудничает с оператором) до тех пор, пока этого абонента удовлетворяет качество обслуживания. Допустим, качество обслуживания перестанет удовлетворять абонента, когда событие  $\Pi$  произойдет  $u$  раз или событие  $B$  произойдет  $v$  раз. Назовем такие условия схемой « $u\Pi - vB$ ». Кроме того, возможен и ряд других вариантов в рамках заданной пропорции, при которых абонент отказывается от дальнейшего сотрудничества с данным оператором. Степень влияния того или иного события на отказ абонента от дальнейшего сотрудничества с оператором назовем весом  $\xi$  этого события ( $\xi$  – величина безразмерная). В таком случае, абонент откажется от дальнейшего использования услуг оператора, если значение суммарного веса  $\xi_{\Sigma}$  произошедших событий будет удовлетворять какому-либо из неравенств:

$$\begin{cases} \xi_{\Sigma} \geq u\xi_{\Pi}; \\ \xi_{\Sigma} \geq v\xi_{B}. \end{cases} \quad (1)$$

Для пояснения вышесказанного рассмотрим простой пример. Пусть абонент откажется от дальнейшего сотрудничества с оператором, если в процессе использования услуг этого оператора абоненту будет отказано в обслуживании заявки по причине переполнения буферной памяти узла коммутации услуг в общей сложности 4 раза, или абонент 2 раза прервет длительное ожидание обслуживания своей заявки по причине собственной «нетерпеливости». В этом случае имеет место схема « $4\Pi - 2B$ ». Видно,

что в этом случае вес события В в два раз выше веса события П, т.е.  $\xi_B = 2\xi_P$ . Если считать, что  $\xi_P = 1$ , то  $\xi_B = 2$ , а  $4\xi_P = 2\xi_B = 4$ . Тогда абонент откажется от дальнейшего сотрудничества с оператором, если

$$\xi_{\Sigma} \geq 4. \quad (2)$$

Отказ абонента от дальнейшего сотрудничества с оператором может также произойти, если кроме указанных двух вариантов (подряд 4 события П или подряд 2 события В) возникнут другие сочетания событий, которые содержат последовательности из  $u < 4$  событий П и  $v < 2$  событий В. Одним из примеров таких вариантов является последовательность, содержащая подряд 2 события П, а затем одно событие В (вариант «ППВ»). В этом случае  $\xi_{\Sigma} = 4$ , что удовлетворяет условию (2).

Множество всех возможных вариантов, содержащих 4 события П и 2 события В, включает в себя  $C_6^2 = C_6^4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = 15$  различных сочетаний, которые приводятся в табл. 1.

Таблица 1

Моделируемые варианты сочетания событий

№ вар.	Сочетание событий						$\xi_{\Sigma}$	№ вар.	Сочетание событий						$\xi_{\Sigma}$
1.	В	В	П	П	П	П	4	9.	П	В	П	П	П	В	–
2.	В	П	В	П	П	П	5	10.	П	П	В	В	П	П	4
3.	В	П	П	В	П	П	4	11.	П	П	В	П	В	П	–
4.	В	П	П	П	В	П	–	12.	П	П	В	П	П	В	–
5.	В	П	П	П	П	В	–	13.	П	П	П	В	В	П	5
6.	П	В	В	П	П	П	5	14.	П	П	П	В	П	В	–
7.	П	В	П	В	П	П	4	15.	П	П	П	П	В	В	4
8.	П	В	П	П	В	П	–								

В данной таблице выделены серым цветом те сочетания событий, которые необходимо учитывать при моделировании исследуемого процесса. Остальные сочетания являются либо избыточными, либо повторными.

Для выделенных комбинаций в табл. 1 с целью проверки выполнения условия (2) приводятся значения суммарного веса  $\xi_{\Sigma}$ .

ВВГ, моделирующий процесс предоставления программируемых услуг одному из абонентов для схемы «4П–2В», приводится на рис. 1.

В данном графе вершины «Н» соответствуют поступлению в сеть новой заявки на программируемую услугу, вершины «О» соответствуют обслуживанию поступившей заявки, а вершины «П» и «В» моделируют появление событий П и В соответственно. Последовательность вершин «П» и «В», входящих в какую-либо ветвь данного графа, соответствует одному из выделенных сочетаний в табл. 1.

Функции дуг, соединяющих вершины рассматриваемого графа, определяются из следующих соотношений:

$$f_{i1}(z) = P_{O,i} z^{t_{ож.ср.i}}; f_{i2}(z) = P_{\Pi i} z^{t_{ож.ср.i}}; f_{i3}(z) = P_{B_i} z^{T_{доп}}; f_{i4}(z) = z^{\lambda_i},$$

где  $P_{O,i}$  – вероятность обслуживания заявки, поступившей в узел коммутации услуг на  $i$ -м интервале времени,  $P_{O,i} = 1 - (P_{\Pi i} + P_{B_i})$ ;  $t_{ож.ср.i}$  – среднее время ожидания абонентом обслуживания его заявки на  $i$ -ом интервале времени;  $\lambda_i$  – интенсивность поступления заявок от одного абонента в узел коммутации услуг на  $i$ -м интервале времени.

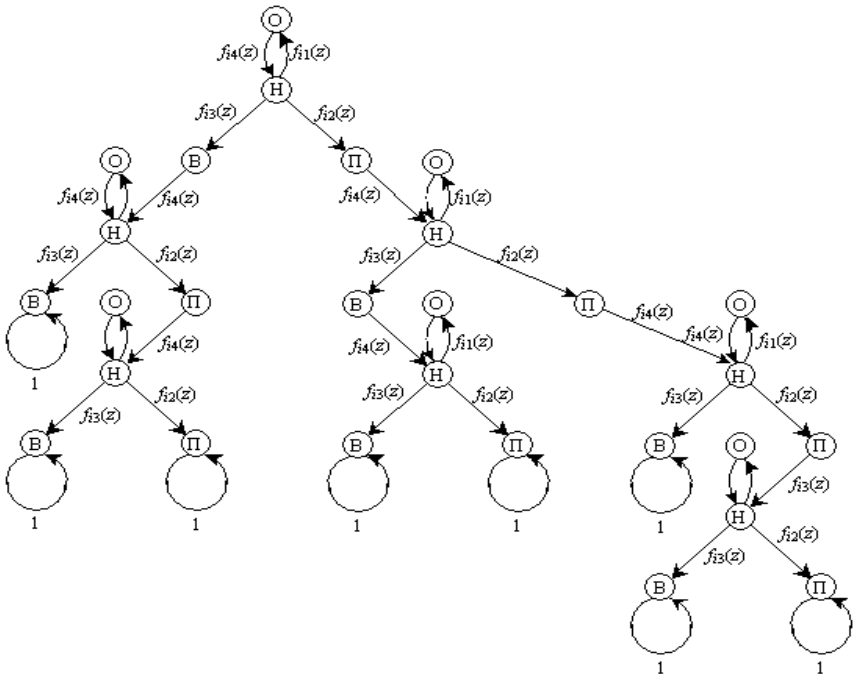


Рис. 1. ВВГ, моделирующий процесс предоставления программируемых услуг одному из абонентов для схемы «4П – 2В»

Неизвестными величинами в приведенных выше выражениях являются  $t_{ож.ср.i}$ ,  $P_{\Pi i}$  и  $P_{B_i}$ . Для определения данных величин узел коммутации услуг следует рассматривать как систему массового обслуживания смешанного типа с ограничениями по длине очереди и времени ожидания обслуживания заявок.

Анализ литературы по СМО показывает, что для расчета значений указанных величин можно использовать следующие выражения:

$$P_{Bi} = \frac{\beta}{\alpha_i} \cdot \frac{\sum_{s=1}^m \frac{s \cdot \alpha_i^s}{\prod_{l=1}^s (n+l\beta)}}{\sum_{k=0}^n \frac{\alpha_i^k}{k!} + \frac{\alpha_i^n}{n!} \sum_{s=1}^m \frac{\alpha_i^s}{\prod_{l=1}^s (n+l\beta)}}; \quad (3)$$

$$P_{\Pi i} = \frac{\frac{\alpha_i^n}{n!} \cdot \frac{\alpha_i^m}{\prod_{l=1}^m (n+l\beta)}}{\sum_{k=0}^n \frac{\alpha_i^k}{k!} + \frac{\alpha_i^n}{n!} \sum_{s=1}^m \frac{\alpha_i^s}{\prod_{l=1}^s (n+l\beta)}}; \quad (4)$$

$$t_{\text{ож.спi}} = \frac{\pi_i}{\mu} \sum_{s=0}^{m-1} \left( \frac{\alpha_i^s}{\prod_{l=1}^s (n+l\beta)} - \frac{\alpha_i^m}{\prod_{l=1}^m (n+l\beta)} \right), \quad (5)$$

где  $n$  – количество каналов ( $n = 1, 2, \dots$ );  $\alpha_i$  – параметр, определяемый как

$$\alpha_i = \lambda_i / \mu; \quad (6)$$

$\beta$  – параметр, определяемый по формуле  $\beta = \frac{1}{\mu T_{\text{доп}}}$ ;  $\pi_i$  – параметр,

определяемый по формуле

$$\pi_i = \frac{\frac{\alpha_i^n}{n!}}{\left(1 - \frac{\alpha_i}{\mu}\right) \left( \sum_{k=0}^n \frac{\alpha_i^k}{k!} + \frac{\alpha_i^n}{n!} \sum_{s=1}^m \frac{\alpha_i^s}{\prod_{l=1}^s (n+l\beta)} \right)}. \quad (7)$$

Путем проведения эквивалентных преобразований [3] граф (рис. 1) можно представить в следующем виде (рис. 2).

На данном графе вершина «К» соответствует конечному состоянию процесса использования абонентом услуг оператора сети, т.е. при переходе в эту вершину абонент отказывается от дальнейшего сотрудничества с оператором.

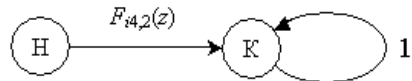


Рис. 2. Граф в преобразованном виде

Выражения для определения производящей функции  $F_{i4,2}(z)$  будут иметь вид:

$$F_{i4,2}(z) = \frac{f_{i3}(z)f_{i4}(z)F_{i2,1}(z) + f_{i2}(z)f_{i4}(z) \left( \frac{f_{i3}(z)f_{i4}(z)F_{i1,1}(z) + f_{i2}(z)f_{i4}(z)F_{i2,1}(z)}{1 - f_{i1}(z)f_{i4}(z)} \right)}{1 - f_{i1}(z)f_{i4}(z)},$$

где  $F_{i2,1}(z) = \frac{f_{i3}(z) + f_{i2}(z)f_{i4}(z)F_{i1,1}(z)}{1 - f_{i1}(z)f_{i4}(z)}$ ;  $F_{i1,1}(z) = \frac{f_{i3}(z) + f_{i2}(z)}{1 - f_{i1}(z)f_{i4}(z)}$ .

Если исходные данные, используемые при расчетах, будут соответствовать исходным данным  $i$ -го интервала времени, то определив  $F_{i4,2}(z)$ , можно вычислить средний срок  $T_{i4,2}$ , на протяжении которого абонент будет пользоваться услугами оператора:

$$T_{i4,2} = \left. \frac{dF_{i4,2}(z)}{dz} \right|_{z=1}. \quad (8)$$

Очевидно, что для схем с параметрами  $u \neq 4$  и (или)  $v \neq 2$  структура графов будет отличаться от той, что рассмотрена на рис. 1. Соответственно изменится значение  $T_{iu,v}(m)$ .

**Выводы.** Таким образом, разработана математическая модель процесса предоставления программируемых услуг абоненту сети. Эта модель дает возможность определить значения среднего срока  $T_{iu,v}(m)$  и вероятности  $P_{oi}(m)$ , которые характеризуют эффективность предоставления сетью услуг. Применение аналитических выражений, полученных в результате моделирования, позволит вычислить рациональное значение емкости буферной памяти, установление которого в узле коммутации услуг приведет к повышению эффективности функционирования телекоммуникационной сети.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдштейн Б.С., Ехриель И.М., Рерле Р.Д. *Интеллектуальные сети*. – М.: Радио и связь, 2000. – 499 с.
2. Польщиков К.А., Струць В.А., Волков А.О. *Управление услугами информационной сети // Материалы 8-го Международного молодежного форума*. – Х.: ХНУРЭ, 2004. – С. 59.
3. Лосев Ю.И., Бердников А.Г., Гойхман Э.Ш. *Адаптивная компенсация помех в каналах связи*. – М.: Радио и связь, 1988. – 209 с.

Поступила 12.01.2006

**Рецензент:** доктор физико-математических наук, профессор С.Н. Шульга, Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина.