УДК 519.95 : 62-50

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ КЛАСТЕРА

Али Найф Халил АльхЖуж
(Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина)

Рассмотрен подход к моделированию структуры проекта Полтавского нефтегазового кластера с использованием потоковых графов. Сформулирована задача организации транспортировки продуктов нескольких видов через сеть в течении интервала времени с минимальными затратами. Предложен декомпозиционный подход к ее решению.

граф, сеть, поток, кластер, динамическая многопродуктовая транспортная задача, декомпозиция

Введение. Проблема обеспечения энергоресурсами и, в частности, газом и нефтью для Украины стоит очень остро. Поиск путей ее решения может быть направлен на создание образований, называемых кластерами. С целью получения модели структуры кластера предлагается использовать теорию потоковых графов (сетей).

Формулирование проблемы. Потоковый граф определяют как взвешенный орграф, у которого конечное число вершин и ориентированных дуг [1 – 3]. Для нашей ситуации в силу специфики объекта моделирования в качестве модели уместно взять потоковый граф со следующими особенностями:

– у него могут быть несколько источников и стоков;

– между различными вершинами, источниками и стоками могут протекать потоки различной природы (материальные, финансовые, информационные и др.). Каждый из указанных видов потоков в свою очередь может быть представлен подвидами потоков. Таким образом, имеет место случай многопродуктовых потоков;

– отказываемся от классического допущения равенстве потока на входе и выходе дуги (потоки с потерями);

– примем, что потоки могут порождаться и поглощаться самим графом.

Область теории графов, в которой рассматриваются вопросы о потоках в графах, развивается интенсивно. В частности, для графического описания многих систем широко используются потоковые графы [4 – 6, 8]. Основные свойства потоковых графов могут быть использованы для разработки методов, позволяющих обращаться непосредственно с элементами графа, в результате чего он будет преобразован в эквивалентный граф с более простой структурой и, следовательно, упростится решение многих, связанных с ним задач.

Рассмотрим представление проекта Полтавского кластера в виде потокового графа. Структура проекта Полтавского нефтегазового кластера представлена на рис. 1. В нем: X1 – банк (группа банков); X2 – клиринговый центр; X3 – объекты региональной инфраструктуры; X4 – поставщики; X5 – производители; X6 – покупатели; X7 – производитель электроэнергии. Задача заключается в построении математической модели, корректно описывающей функционирование кластера.

Для ее формулировки предварительно необходимо отразить структуру потоков кластера.

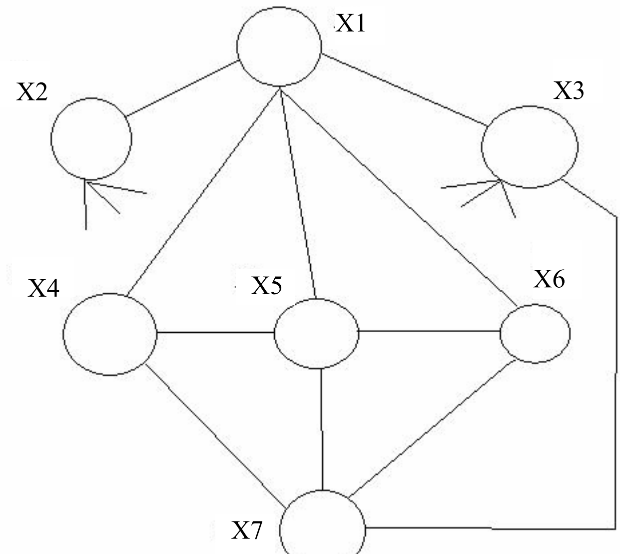

Рис. 1. Граф проекта Полтавского нефтегазового кластера

Решение проблемы. Детализированная структура проекта Полтавского нефтегазового кластера представлена в [7].

Из вида структуры и перечня субъектов проекта Полтавского нефтегазового кластера следует еще одна особенность потокового графа. Она состоит в наличии не менее двух уровней детализации представления вершин и потоков. Например, вершина сама может быть представлена графом.

Рассмотрим вначале первый (верхний) уровень детализации. Кластер зададим графом G парой (X, A), где $X = \{x1, x2, \ldots, xn\}$ – его множество вершин $(n = 7)$, $A = \{a1, a2, \ldots, am\}$ – множество его дуг.

Возможна точка зрения на орграф G как на систему или сеть. При этом она (система) может иметь один вход и выход (или несколько). Наконец, перспективной является точка зрения на структуру кластера и даже сам кластер как активный элемент (система активных элементов).

Особую роль в проекте Полтавского кластера играет транспортная система, посредством которой происходит транспортирование нефтегазопродуктов к местам переработки. В данном случае мы имеем дело с процессами, связанными с многопродуктовыми потоками и многопродуктовыми транспортными задачами имеющими дискретно-непрерывный характер.

Рассмотрим далее соответствующую постановку задачи. Для этого введем необходимые обозначения:

$x_{ij}^{k}(t)$ – поток k-го продукта из i-го источника в j-й сток в момент времени t;

$c_{ij}^{k}(t)$ – стоимость транспортировки единицы этого продукта;

$a_{i}^{k}(t), b_{j}^{k}(t)$ – соответственно предложение узла i и спрос узла j для k-го продукта в момент времени t;

$u_{j}^{k}(t)$ – пропускная способность дуги (i, j).

Математическая постановка динамической многопродуктовой транспортной задачи имеет следующий вид

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{k=1}^{r} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}^{k}(t) x_{ij}^{k}(t) dt \to \min, \tag{1}$$

при условии, что

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^{m} x_{ij}^{k}(t) dt \geq b_{j}^{k} \text{ для всех } j, k; \tag{2}$$

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^{k}(t) dt \leq a_{i}^{k} \text{ для всех } i, k; \tag{3}$$

$$\sum_{k=1}^{r} x_{ij}^{k}(t) \leq u_{ij}(t), \text{ для всех } i, j; \tag{4}$$

$$x_{ij}^{k}(t) \geq 0, \text{ для всех } i, j, k; \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i^k = \sum_{j=1}^{n} b_j^k, \text{ для всех } k; \tag{6}$$

Критерий (1) и (2) – (6) ограничения допускают следующую интерпретацию. Критерий означает требование организовать транспортировку r видов продуктов через сеть в течении интервала времени $[t_0, t_1]$ с минимальными общими затратами. Неравенства (2) интерпретируется как условие обеспечения суммарного спроса потребителей j $(j = 1, \ldots, n)$ за период времени $[t_0, t_1]$. Неравенства (3) характеризует суммарные возможности поставщиков i $(i = 1, \ldots, m)$ за тот же период времени. Группа неравенств (4) задает ограничения на объемы перевозок по дугам сети с учетом их пропускных способностей.

Система неравенств (5) выражает естественное требование на неотрицательность многопродуктового потока, проходящего через сеть в динамике. Последняя система равенств означает выполнение условий баланса: для каждого продукта суммарное интегральное предложение равно суммарному интегральному спросу.

Отметим следующие важные, на наш взгляд, моменты.

Применительно к нефтегазовой отрасли Украины и ее экономике следует сказать, что для последней имеет место значительный дефицит энергоресурсов, который Полтавский нефтегазовый кластер компенсировать не в состоянии. Поэтому в реальной ситуации система ограничений (2) – (6) может оказаться вырожденной, а задача о динамическом многопродуктовом потоке может не иметь решения в обычном смысле.

Сложность сети кластера позволяет утверждать, что, в нем содержатся полные двудольные орграфы как подграфы (граф называют *полным двудольным*, если существует такое разбиение множества его вершин на две части, называемые долями, что концы каждого ребра принадлежат разным частям и при этом любые две вершины из разных долей – смежные [9]). Можно также утверждать, что сеть кластера содержит подграф (подсеть), не являющийся плоским (сеть называют *плоской*, если она допускает изображение, когда никакие две ее дуги не пересекаются [6]).

Как утверждается в [6] задача о максимальном многопродуктовом потоке, так же как и задача о многопродуктовом потоке минимальной стоимости, является весьма сложной.

Предлагается следующий подход к решению задачи (1) – (6):

А. Перейти от непрерывной постановки к дискретной.

Б. Выполнить декомпозицию многопродуктового потока в несколько однопродуктовых. В. Выполнить агрегирование сети до получения плоской. Г. Применить алгоритм отыскания потока минимальной стоимости.

Заключение. Представленная методика моделирования структуры кластера приводит к необходимости решения нескольких задач, связанных с исследованием специфики кластера, построения детальных алгоритмов их приближенного решения. Направление дальнейших исследований – проведение алгоритмизации и тестовых расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978. – 432 с.*
2. *Харари Ф. Теория графов. – М.: Мир, 1973. – 300 с.*
3. *Harary F., Norman R.Z., Cartrwright D. Sructural models: an introduction to theory of directed graphs. – New York, 1965.*
4. *Система моделирования стохастического поведения алгоритмов и программ. – [Электр. ресурс]. – Режим доступа: http://www.informika.ru/text/inftech/progr/simul/.*
5. *Стасенко А.П. Внутреннее представление системы функционального программирования SISAL 3.0. Препринт. 110. – Новосибирск: 2004. – 55 с. – [Электр. ресурс]. – Режим доступа: http://www.iis.nsk.su/preprints/pdf/110.pdf .*
6. *Филлипс Д., Гарсиа-Диас А. Методы анализа сетей. – М.: Мир, 1984.*
7. *Артемов В.И. Перспективы кластерных производственно-экономических комплексов топливно-энергетического профиля // Вестник Харьковского национального университета им. В.Н. Каразина. – 2005. – № 668.*
8. *Ford L., Fulkerson D.R. (1956) Flows in networks? – Princeton: Princeton University Press.*
9. *Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: Сонат», 2000. – 360 с.*

Поступила 25.01.2006

Рецензент: доктор технических наук, профессор Г.Н. Жолткевич, Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина.