УДК 533.9

РАСПАД МОЩНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ ВОЛНЫ НАКАЧКИ В ПЛАЗМЕ С ИОНАМИ ДВУХ СОРТОВ НА ИОННУЮ ЦИКЛОТРОННУЮ И ИОН-ИОННУЮ ГИБРИДНУЮ ВОЛНЫ

Д.И. Масленников
(Харьковский национальный аграрный университет им. В.В. Докучаева)

Рассмотрен распад мощной волны накачки на ионную циклотронную и ион-ионную гибридную волны в случае, когда осцилляторные скорости частиц плазмы в поле волны накачки сравнимы с тепловыми скоростями. На основе метода, предложенного автором ранее [8 – 10], определены механизмы возбуждения неустойчивости в зависимости от длины волны возникающих колебаний. Сделана оценка инкремента неустойчивости. Установлен возможный уровень насыщения неустойчивости вследствие нелинейного сдвига частоты.

плазма, распадная неустойчивость, ион-ионная гибридная волна, ионная циклотронная волна, инкремент, нелинейный сдвиг частоты, насыщение неустойчивости

Постановка проблемы в общем виде. Воздействие на плазму мощной электромагнитной волны (поля накачки) является одной из центральной задач в физике плазмы. Практическое значение в исследовании этих явлений определяется их связью с проблемой нагрева и создания плазмы электромагнитными волнами, с рядом задач плазменной электроники (например, коллективное ускорение частиц плазмы), с исследованием волновых явлений в ионосфере. В многочисленных экспериментах по нагреву плазмы электромагнитными волнами [1 – 4] были зафиксированы параметрические неустойчивости плазмы. Теория параметрических неустойчивостей была развита во многих работах, однако, ряд важных проблем все еще остается не решенным.

Анализ последних достижений и публикаций. Теория параметрических неустойчивостей в случае мощного поля накачки основывается на двух методах. В первом методе, который использует дипольное приближение ($\vec{k}_0 = 0$, где $\vec{k}_0$ – волновой вектор волны накачки) [5], неустойчивости возбуждаются вследствие относительного колебательного движения компонентов плазмы в поле волны накачки. В этом приближении исследование распадных неустойчивостей ограничено распадом волны накачки на две волны, которые распространяются в противоположных направлениях и удовлетворяют условию $\vec{k}_1+\vec{k}_2=\vec{k}_0=0$. Второй метод [6, 7] основывается на формализме слабых нелинейных взаимодействий волн. Волна накачки и волны, возбуждающиеся вследствие параметрической связи, являются величинами первого порядка малости по амплитуде колебаний, параметрическая связь обеспечивается учетом слагаемых второго порядка малости. Этот подход подразумевает слабую волну накачки, когда скорость осцилляторного движения частиц плазмы, которая пропорциональна амплитуде волны накачки, меньше тепловой скорости частиц плазмы.

Формулировка целей статьи. В работах [8 – 10] разработан новый метод, обобщающий оба вышеуказанных метода на случай мощных волн накачки с конечной длиной волны ($\vec{k}_0 \neq 0$). В настоящей работе на основе этого метода проводится исследование линейной и нелинейной стадий распада волны накачки на ионную циклотронную бернстейновскую и ион-ионную гибридную волны.

Изложение основного материала. Рассматривается плазма с ионами двух сортов, находящаяся в постоянном магнитном поле $\vec{B}_0$ и переменном электрическом $\vec{E}_0(\vec{r},t)=\vec{E}_0\sin\left(\omega_0 t-\vec{k}_0\vec{r}\right)$.

Условие распада имеет вид

$$\omega_0\left(\vec{k}_0\right)=\omega_1\left(\vec{k}\right)-\omega_2\left(\vec{k}_-\right), \tag{1}$$

где обозначено $\vec{k}_-=\vec{k}-\vec{k}_0$.

Собственные частоты волн, участвующих в распаде, определяются уравнением

$$1+\sum_{\alpha=1,2,e}\delta\varepsilon_\alpha\left(\vec{k},\omega\right)=0, \tag{2}$$

где

$$\delta\varepsilon_\alpha\left(\vec{k},\omega\right)=-\frac{1}{k^2\lambda_{D\alpha}^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{n\omega_{c\alpha}}{\omega-n\omega_{c\alpha}}I_n\left(k_\perp^2\rho_\alpha^2\right)\exp\left(-k_\perp^2\rho_\alpha^2\right).$$

В случае длинноволновых ($k\rho<1$) волн из уравнения (2) получаем частоту ионной циклотронной волны:

$$\omega_1\left(\vec{k}\right)=n_1\omega_{c1}+\delta\omega_1^{(n_1)}\left(\vec{k}\right);\ \left(\delta\omega_1^{(n_1)}\left(\vec{k}\right)\ll\omega_{c1}\right); \tag{3}$$

$$\delta\omega_1^{(n_1)}\left(\vec{k}\right)\approx-n_1\omega_{c1}\frac{n_1^2-1}{k^2\rho_1^2}\frac{I_{n_1}\left(k^2\rho_1^2\right)}{1+\dfrac{\omega_{p2}^2\left(n_1^2-1\right)\omega_{c1}^2}{\omega_{p1}^2\left(n_1^2\omega_{c1}^2-\omega_{c2}^2\right)}};$$

$$\delta\omega_1^{(n_1)}(\vec{k}) \approx -n_1\omega_{c1}\frac{n_1^2-1}{n_1!}\left(\frac{k\rho_1}{\sqrt{2}}\right)^{2n_1-2},$$

где I_n – функция Бесселя.

И частоту ион-ионной гибридной волны:

$$\omega_2(\vec{k}) = \omega_{ii} + \delta\omega_{ii}, \quad (|\delta\omega_{ii}| << |\omega_{ii}|), \tag{4}$$

где

$$\omega_{ii} = \pm\left(\frac{\omega_{p1}^2\omega_{c2}^2 + \omega_{p2}^2\omega_{c1}^2}{\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2}\right)^{1/2};$$

$$\delta\omega_{ii} = \frac{3}{2}\frac{\omega_{p1}^2\omega_{p2}^2\left(\omega_{c1}^2 - \omega_{c2}^2\right)}{\omega_{ii}\left(\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2\right)}\times$$

$$\times\left[\frac{k^2 v_{T2}^2}{\omega_{p1}^2\omega_{c1}^2 - 3\omega_{c2}^2\omega_{p1}^2 - 4\omega_{c2}^2\omega_{p2}^2} - \frac{k^2 v_{T1}^2}{\omega_{p1}^2\omega_{c2}^2 - 3\omega_{c1}^2\omega_{p2}^2 - 4\omega_{c1}^2\omega_{p1}^2}\right].$$

В работе [9] получена нелинейная система уравнений для амплитуд потенциала φ_1 и φ_2 волн распада мощной волны накачки с конечной длиной волны:

$$i\frac{\partial\varphi_1(\vec{k},t)}{\partial t} + \beta_1(\vec{k}_-,\omega_2)\left(\frac{\partial\varepsilon(\vec{k},\omega_1(\vec{k}))}{\partial\omega_1(\vec{k})}\right)^{-1}\varphi_2(\vec{k}_-,t) = (\nu_1+\nu_2)\varphi_1(\vec{k},t);$$

$$i\frac{\partial\varphi_2(\vec{k}_-,t)}{\partial t} + \beta_2(\vec{k},\omega_1)\left(\frac{\partial\varepsilon(\vec{k}_-,\omega_2(\vec{k}_-))}{\partial\omega_2(\vec{k}_-)}\right)^{-1}\varphi_1(\vec{k},t) = (\nu_3+\nu_4)\varphi_2(\vec{k}_-,t), \tag{5}$$

где коэффициенты параметрической связи β_1 и β_2 состоят из двух слагаемых:

$$\beta_1(\vec{k}_-,\omega_2) = \frac{1}{2}\sum_{\alpha=2,e} a_{1\alpha}e^{i\delta_{1\alpha}}\left[\delta\varepsilon_\alpha(\vec{k}_-,\omega_2) - \delta\varepsilon_\alpha(\vec{k},\omega_1)\right] - \sum_{\alpha=1,2,e} A_\alpha(\vec{k}_-,\omega_2);$$

$$\beta_2(\vec{k},\omega_1) = \frac{1}{2}\sum_{\alpha=1,e} a_{2\alpha}(\vec{k}_-)e^{i\delta_{2\alpha}(\vec{k}_-)}\left[\delta\varepsilon_\alpha(\vec{k}_-,\omega_2) - \delta\varepsilon_\alpha(\vec{k},\omega_1)\right] - \sum_{\alpha=1,2,e} A_\alpha(\vec{k},\omega_1). \tag{6}$$

Первое слагаемое описывает возбуждение распадной неустойчивости в результате относительного движения компонентов плазмы в поле волны накачки, второе – вследствие нелинейного отклика компонентов плазмы на волну накачки.

Величины a_α и δ_α определяются известными выражениями [8]:

$$a_{\alpha\beta}e^{i\delta_{\alpha\beta}} = a_\beta e^{i\delta_\beta} - a_\alpha e^{i\delta_\alpha},$$

где

$$a_\alpha(\vec{k}) = \left|\frac{e_\alpha}{m_\alpha}\right| \left\{ \left(\frac{k_{||}E_{0||}}{\omega_0^2} + \frac{\vec{k}_\perp \vec{E}_{0\perp}}{\omega_0^2 - \omega_{c\alpha}^2} \right)^2 + \frac{\omega_{c\alpha}^2}{\omega_0^2 B_0^2} \cdot \frac{\left(\vec{B}_0\left[\vec{k}\times\vec{E}_0\right]\right)^2}{\left(\omega_0^2 - \omega_{c\alpha}^2\right)^2} \right\}^{1/2};$$

$$\mathrm{ctg}\,\delta_\alpha(\vec{k}) = -\frac{\omega_0}{\omega_{c\alpha}} \left(\frac{k_{||}E_{0||}}{\omega_0^2} + \frac{\vec{k}_\perp \vec{E}_{0\perp}}{\omega_0^2 - \omega_{c\alpha}^2} \right) \left(\frac{\vec{B}_0\left[\vec{k}\times\vec{E}_0\right]}{B_0\left(\omega_0^2 - \omega_{c\alpha}^2\right)} \right)^{-1};$$

индекс || означает составляющую, параллельную магнитному полю.

Громоздкие выражения для величин A_α и нелинейных коэффициентов ν_i ($i = 1, 2, 3, 4$), описывающих явление нелинейного сдвига частоты, приведены в работах [9, 10].

Из системы (5) при $\nu_i = 0$ получается система уравнений, описывающая линейную стадию развития неустойчивости, из которой находится инкремент распадной неустойчивости [8]

$$\gamma = \gamma_0 \equiv \left[-\beta_1\beta_2 \left(\frac{\partial\varepsilon\left(\vec{k},\omega_1(\vec{k})\right)}{\partial\omega_1(\vec{k})} \cdot \frac{\partial\varepsilon\left(\vec{k}_-,\omega_2(\vec{k}_-)\right)}{\partial\omega_2(\vec{k}_-)} \right)^{-1} \right]^{1/2}. \tag{7}$$

Найдены длинноволновые ($k\rho < 1$) асимптотики величин, входящих в коэффициенты параметрической связи β_1 и β_2:

$$\delta\varepsilon_1\left(\vec{k}_-,\omega_2(\vec{k}_-)\right) - \delta\varepsilon_1\left(\vec{k},\omega_1(\vec{k})\right) \sim -\frac{\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2}{\omega_{c2}^2 - \omega_{c1}^2} + \frac{\omega_{p2}^2}{n_1^2\omega_{c1}^2 - \omega_{c2}^2}; \tag{8}$$

$$\delta\varepsilon_2\left(\vec{k}_-,\omega_2(\vec{k}_-)\right) - \delta\varepsilon_2\left(\vec{k},\omega_1(\vec{k})\right) \sim \frac{\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2}{\omega_{c2}^2 - \omega_{c1}^2} - \frac{\omega_{p2}^2}{n_1^2\omega_{c1}^2 - \omega_{c2}^2}.$$

В случае $k > k_0$ асимптотики коэффициентов A_α имеют следующий вид:

$$\left|A_1\left(\vec{k},\omega_1(\vec{k})\right)\right| \sim \left|A_1\left(\vec{k}_-,\omega_2(\vec{k}_-)\right)\right| \sim a_{12}(\vec{k}_0)\left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} - \frac{\omega_{p1}^2}{\left(n_1^2 - 1\right)\omega_{c1}^2} - \frac{\omega_{p2}^2}{n_1^2\omega_{c1}^2 - \omega_{c2}^2} \right);$$

$$\left|A_2\left(\vec{k},\omega_1(\vec{k})\right)\right| \sim \left|A_2\left(\vec{k}_-,\omega_2(\vec{k}_-)\right)\right| \sim a_{12}(\vec{k}_0)\frac{\omega_{p2}^2}{\omega_{c2}^2}.$$

В случае $k < k_0$ получаем:

$$\left|A_1\left(\vec{k},\omega_1\left(\vec{k}\right)\right)\right| \sim a_{12}\left(\vec{k}_0\right)\left(\frac{k_0}{k}\right)^{n_1-2} \times \left(1+\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2}-\frac{\omega_{p1}^2}{\left(n_1^2-1\right)\omega_{c1}^2}-\frac{\omega_{p2}^2}{n_1^2\omega_{c1}^2-\omega_{c2}^2}\right);$$

$$\left|A_1\left(\vec{k}_-,\omega_2\left(\vec{k}_-\right)\right)\right| \sim a_{12}\left(\vec{k}_0\right)\left(\frac{k_0}{k}\right)^{n_1} \times \left(1+\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2}-\frac{\omega_{p1}^2}{\left(n_1^2-1\right)\omega_{c1}^2}-\frac{\omega_{p2}^2}{n_1^2\omega_{c1}^2-\omega_{c2}^2}\right);$$

$$\left|A_1\left(\vec{k}_-,\omega_2\left(\vec{k}_-\right)\right)\right| \sim a_{12}\left(\vec{k}_0\right)\left(\frac{k_0}{k}\right)^{n_1} \times \left(1+\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2}-\frac{\omega_{p1}^2}{\left(n_1^2-1\right)\omega_{c1}^2}-\frac{\omega_{p2}^2}{n_1^2\omega_{c1}^2-\omega_{c2}^2}\right);$$

$$\left|A_2\left(\vec{k}_-,\omega_2\left(\vec{k}_-\right)\right)\right| \sim a_{12}\left(\vec{k}_0\right)\frac{k_0}{k}\frac{\omega_{p2}^2}{\omega_{c2}^2}.$$

Полученные асимптотики показывают, что при $k > k_0$ данный распад определяется в основном осцилляторным движением компонентов плазмы в поле волны накачки. Подставив асимптотики (8) в (7), получаем инкремент распада для данного случая:

$$\gamma \sim \frac{\omega_{p1}^2}{k^2 v_{T1}^2} a_{12}\left(\vec{k}\right)\frac{\left|\frac{\omega_{p2}^2}{n_1^2\omega_{c1}^2-\omega_{c2}^2}-\frac{\omega_{p1}^2+\omega_{p2}^2}{\omega_{c1}^2-\omega_{c2}^2}\right|}{\left|\frac{\omega_{p1}^2}{\left(n_1^2-1\right)\omega_{c1}^2}+\frac{\omega_{p2}^2}{n_1^2\omega_{c1}^2-\omega_{c2}^2}\right|}\omega_{p1}\omega_{p2} \times$$

$$\times\left(\omega_{c1}^2-\omega_{c2}^2\right)\left[\frac{n_1\omega_{c1} I_{n_1}\left(k^2\rho_1^2\right)}{\left(\omega_{p1}^2+\omega_{p2}^2\right)^{5/2}\left(\omega_{p1}^2\omega_{c2}^2+\omega_{p2}^2\omega_{c1}^2\right)^{1/2}}\right]^{1/2}. \quad (9)$$

Если $\omega_{p1} \sim \omega_{p2}$ и $\omega_{c1} \sim \omega_{c2}$, то инкремент распада из (9) по порядку величины равен:

$$\gamma \sim a_{12}\left(\vec{k}\right)\omega_{c1}\left(\frac{\delta\omega_1\left(\vec{k}\right)}{\omega_{c1}}\right)^{1/2}. \quad (10)$$

Волны с волновым вектором $k < k_0$ возбуждаются преимущественно вследствие нелинейного отклика ионов на волну накачки. Инкремент распада в этом случае по порядку величины равен:

$$\gamma \sim \frac{\omega_{p1}}{k_0 v_{T1}} a_{12}\left(\vec{k}_0\right)\frac{\omega_{p1}\omega_{p2}\left(\omega_{c1}^2-\omega_{c2}^2\right)}{\left(\omega_{p1}^2+\omega_{p2}^2\right)^{5/4}\left(\omega_{p1}^2\omega_{c2}^2+\omega_{p2}^2\omega_{c1}^2\right)^{1/4}} \times$$

$$\times\left(n_1\omega_{c1}I_{n_1}\left(k_0^2\rho_1^2\right)\right)^{1/2} \tag{11}$$

и, для случая, когда $\omega_{p1}\sim\omega_{p2}$ и $\omega_{c1}\sim\omega_{c2}$, выражение (11) упрощается и принимает вид:

$$\gamma\sim a_{12}\left(\vec{k}_0\right)\omega_{c1}\left(\frac{\delta\omega_1\left(\vec{k}_0\right)}{\omega_{c1}}\right)^{1/2}. \tag{12}$$

Отметим, что влияние электронного компонента на данный распад как для $k<k_0$, так и для $k>k_0$, несущественно.

Для исследования нелинейной стадии неустойчивости необходимо оценить величины ν_i. Среди величин ν_i при $|n_1|\geq 3$ наибольшими для данного распада оказываются ν_3 и ν_4. Длинноволновые асимптотики для ν_3 и ν_4 при $\omega_{p1}\sim\omega_{p2}$ и $\omega_{c1}\sim\omega_{c2}$ определяются выражениями:

$$\nu_3\approx\frac{\omega_{p1}^2}{k_-^2 v_{T1}^2}\frac{e_1^2}{T_1^2}|\varphi_1|^2\left(\frac{\omega_{c1}}{\delta\omega\left(\vec{k}\right)}\right)^2\frac{\left(k_\perp\rho_1\right)^{2n_1}\left(k_{-\perp}\rho_1\right)^4}{\left(n_1-1\right)!\,2^{n_1}}\times$$

$$\times\frac{\omega_{p1}^2\omega_{p2}^2\left(\omega_{c1}^2-\omega_{c2}^2\right)^2}{\left(\omega_{p1}^2+\omega_{p2}^2\right)^{5/2}\left(\omega_{p1}^2\omega_{c2}^2+\omega_{p2}^2\omega_{c1}^2\right)^{1/2}}\sim$$

$$\sim\frac{e_1^2}{T_1^2}|\varphi_1|^2\omega_{c1}\left(k_\perp\rho_1\right)^{-2\left(n_1-3\right)}2^{n_1}\left(n_1-1\right)!\left(\frac{k_{-\perp}}{k_\perp}\right)^3; \tag{13}$$

$$\nu_4\approx\frac{e_2^2}{T_2^2}|\varphi_2|^2\omega_{c1}\left(k_{-\perp}\rho_1\right)^6. \tag{14}$$

Условие насыщения распадной неустойчивости вследствие нелинейного сдвига частоты имеет вид [8]:

$$\left|\nu_1+\nu_2-\nu_3-\nu_4\right|=2\gamma\ . \tag{15}$$

Используя условие (15) и оценки (13), (14), находим плотность энергии колебаний в состоянии насыщения:

$$W\sim\min\left\{n_{01}T_1\frac{\gamma}{\omega_{c1}}\left(\frac{k_\perp}{k_{-\perp}}\right)^2\frac{1}{\left(k_\perp\rho_1\right)^2},n_{02}T_2\frac{\gamma}{\omega_{c2}}\left(\frac{k_\perp}{k_{-\perp}}\right)^2\frac{1}{\left(k_\perp\rho_2\right)^2}\right\}, \tag{16}$$

где $W=\frac{1}{4\pi}k^2|\varphi|^2\omega\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega}$; $n_{0\alpha}$, T_α – плотность и температура α-го сорта ионов соответственно.

Заключение. Построена линейная теория распада волны накачки на ион-ионную гибридную и ионную циклотронную волны в случае соизмеримых длин волн распада, $\left|\vec{k}_0\right| \sim \left|\vec{k}\right| \sim \left|\vec{k}-\vec{k}_0\right|$. Показано, что наряду с нелинейным коллективным откликом плазмы на нижнегибридную накачку, не менее важным источником возбуждения распада является осцилляторное движение электронов относительно ионов в поле накачки конечной длины волны $\left(\vec{k}_0 \neq 0\right)$. Получены выражения для коэффициентов параметрической связи и инкрементов в случае $\left|\vec{k}_0\right| \sim \left|\vec{k}\right|$, определены области параметров, для которых преимущественным оказывается один из двух вышеуказанных механизмов возбуждения распадной неустойчивости. Отметим, что инкремент распада пропорционален $\left|\vec{k}_0\right|$, т.е. в дипольном приближении данная неустойчивость не существует.

Выяснена роль нелинейного сдвига частоты в насыщении данной распадной неустойчивости, сделана оценка плотности энергии неустойчивых колебаний в состоянии насыщения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Porkolab M. Nuclear fusion. – 1978. – Vol. 18. – 367 p.*
2. *Ono M., Porkolab M., Chang R.P.H. Phys. rev. Lett. – 1977. – Vol. 38. – 962 p.*
3. *Ono M., Porkolab M., Chang R.P.H. Phys.Fluids. – 1980. – Vol. 23. – 1656 p.*
4. *Ono M., Porkolab M., Chang R.P.H. Phys.Fluids. – 1980. – Vol. 23. – 1675 p.*
5. *Kitsenko A.B., Stepanov K.N. Zh. Exper. Teor.Fiz. – 1973. – Vol. 64. – 1606 p.*
6. *Ораевский В.Н., Сагдеев Р.З. Об устойчивости установившихся продольных колебаний плазмы // ЖТФ. – 1962. – Т. 32, № 1. – С. 1291-1296.*
7. *Liu C.S., Tripathi V.K. // Phys. Reports. – 1986. – V. 130. – 143 p.*
8. *Масленников Д.И., Михайленко В.С., Степанов К.Н. Нелинейная теория ионной циклотронной параметрической распадной неустойчивости плазмы с ионами одного сорта // Физика плазмы. – 1995. – Т. 21, № 9. – С. 791-805.*
9. *Масленников Д.И., Михайленко В.С., Степанов К.Н. Ионные циклотронные распадные неустойчивости плазмы с ионами двух сортов в поле сильной неоднородной волны накачки // Физика плазмы. – 1997. – Т. 23, № 12. – С. 1088-1103.*
10. *Масленников Д.И., Михайленко В.С., Степанов К.Н. Распадная неустойчивость нижнегибридной волны // Физика плазмы. – 2000. – Т. 26, № 2. – С. 153-160.*

Поступила 22.12.2006

Рецензент: доктор физико-математических наук В.Л. Сизоненко, Харьковский национальный аграрный университет им. В.В. Докучаева.